

ГИДРАВЛИКА

Մ. Դ. ԲԱՐՏԵԳՅԱՆ

ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ПОТЕРИ ПРИ ЛАМИНАРНОМ РЕЖИМЕ
 НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ УСКОРЕННОГО ДВИЖЕНИЯ
 ЖИДКОСТИ

В заметке [1], на основе теории размерностей автором была получена формула для значения потерь энергии при неустановившемся движении жидкости, структура которой одинакова со структурой формулы Дарси-Вейсбаха:

$$h_{\text{от}} = \lambda_{\text{от}} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}, \quad (1)$$

где

$$\lambda_{\text{от}} = 8kRe^{\alpha} \pi^{-\beta} Str^{\gamma}, \quad (2)$$

$\lambda_{\text{от}}$ — коэффициент сопротивления трения в случае неустановившегося движения, k — коэффициент пропорциональности, Re — число Рейнольдса, Str — число Струхала, выраженная величинами $Str = \frac{vt}{d}$, π — показатель времени, α — показатель скорости, l — длина трубы, d — диаметр трубы, v — средняя скорость движения жидкости.

Как следует из выражения (2), коэффициент сопротивления трения зависит как от числа Рейнольдса, так и от числа Струхала. Следуя [2], попытаемся определить величину $\lambda_{\text{от}}$ для рассматриваемого нами режима. Выражение средней скорости по живому сечению имеет следующий вид [2]:

$$v = \frac{(\rho_0 - \rho_1) r_0^2}{8\mu l} \left(1 - 32 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-q_i^2 \frac{vt}{r_0^2}}}{q_i^4} \right), \quad (3)$$

где $(\rho_0 - \rho_1)$ — разность давлений в концах трубы; r_0 — радиус трубы; μ — динамический коэффициент вязкости жидкости; l — время; q_i — корни уравнения Бесселевых функций $J_0(x) = 0$; ν — кинематический коэффициент вязкости жидкости.

Учитывая, что $\frac{\rho_0 - \rho_1}{l} = \gamma t$, уравнение (3) переищется в следующем виде:

$$v = \frac{\gamma t r_0^2}{8\mu} \left(1 - 32 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-q_i^2 \frac{vt}{r_0^2}}}{q_i^4} \right). \quad (4)$$

Из этого уравнения определим гидравлический уклон

$$i = \frac{8\nu v}{r_0^2 \left(1 - 32 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_i^2 \frac{v}{v_0}}}{9_i^4} \right)} \quad (5)$$

При совместном решении (1) и (5), принимая во внимание, что коэффициент $\frac{v}{v_0}$ представляет из себя отношение числа Струхала к числу Рейнольдса, получим

$$\lambda_{ny} = \frac{64}{Re} \cdot \frac{1}{1 - 32 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_i^2 \frac{St}{Re}}}{9_i^4}} \quad (6)$$

Выражение (6) отличается от выражения λ для установившегося движения дробью

$$\frac{1}{1 - 32 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_i^2 \frac{St}{Re}}}{9_i^4}}$$

Дробь больше единицы, т. е. $\lambda_{ny} > \lambda$.

Отделяем от общих потерь часть инерционного напора. В случае установившегося движения гидравлический уклон равен пьезометрическому уклону, а в случае неустановившегося движения гидравлический уклон уменьшается за счет инерционного напора, т. е.

$$i = i_n - i_i, \quad (7)$$

где i — гидравлический уклон; i_n — пьезометрический уклон; $i_i = \frac{h_i}{l}$ — инерционный уклон. Величину инерционного напора получим из уравнения (3), дифференцируя v по t . Для круглой цилиндрической жесткой трубы инерционный напор вычисляется по следующей формуле:

$$h_i = \frac{2v l}{g} \cdot \frac{dv}{dt}, \quad (8)$$

где α_0 — коэффициент количества движения. При ламинарном установившемся режиме коэффициент $\alpha_0 = 1,3$, при ламинарном ускоренном неустановившемся режиме колеблется в пределах от 1,0+1,3 и вычисляется по формуле

$$\alpha_0 = \frac{8}{r_0^4 \left(1 - 32 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-4q_i^2 \frac{Str}{Re}}}{q_i^4} \right)^2} \int_r^{r_0} r \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 - 8 \sum_{i=1}^{\infty} \times \right. \\ \left. \times \frac{I_0 \left(q_i \frac{r}{r_0} \right) e^{-4q_i^2 \frac{Str}{Re}}}{q_i^2 I_0(q_i)} \right]^2 dr.$$

Здесь подынтегральное выражение в скобках имеет сложное решение. Для предварительных расчетов принимаем $\alpha_0 = 1.0$. Это дает некоторую ошибку, влияние которой будет учтено в дальнейшей работе. Увеличение α_0 приводит к уменьшению потерь.

Производная

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{4g(\rho_0 - \rho_1)}{l} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-4q_i^2 \frac{Str}{Re}}}{q_i^2}.$$

Разность давлений в концах трубы равна напору H . Подставим найденные величины в уравнение (8)

$$h_l = 4H \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-4q_i^2 \frac{Str}{Re}}}{q_i^2}. \quad (9)$$

Уравнение потерь энергии неустановившегося ускоренного движения получим на основании (7) при подставке соответствующих значений i_a и i_l :

$$h_{ny} = H \left(1 - 4 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-4q_i^2 \frac{Str}{Re}}}{q_i^2} \right). \quad (10)$$

На основании (1) и (10) получим:

$$h_{ny} = \frac{64}{Re} \frac{1 - 4 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-4q_i^2 \frac{Str}{Re}}}{q_i^2}}{1 - 32 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-4q_i^2 \frac{Str}{Re}}}{q_i^4}}. \quad (11)$$

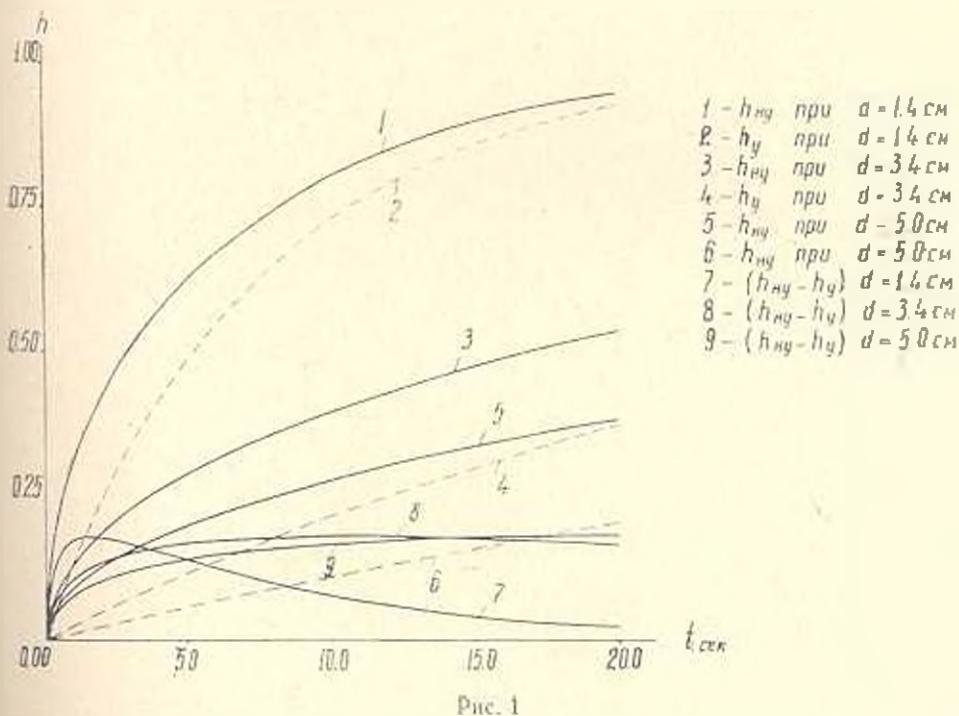
Выражение (11) отличается от формулы (6) числителем

$$1 - 4 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-4q_i^2 \frac{Str}{Re}}}{q_i^2}.$$

Когда число Str стремится к бесконечности ($t \rightarrow \infty$), дробь стремится к единице и $i_{ny} = i_y$, т. е. движение становится установившимся.

Расчеты, выполненные на АЦМ, показывают, что числитель дроби всегда больше знаменателя. Это указывает на то, что $\lambda_{ну}$ всегда больше λ_y , или потери энергии при неустановившемся ускоренном ламинарном режиме больше, чем при соответственном установившемся движении. Разница между $\lambda_{ну}$ и λ_y показывает, что механизм образования потерь энергии неустановившегося движения отличается от механизма установившегося движения. При нестационарности появляется новый вид затраты энергии, что, по-видимому, надо объяснить перераспределением энтропии скоростей.

Величину погрешности, допускаемую при использовании формул установившегося режима, можно установить сопоставлением потерь неустановившегося движения с потерями соответственного установившегося движения, т. е. принимая скорость движения жидкости равной мгновенной скорости неустановившегося движения в данный момент времени.



Пользуясь формулой Дарси-Вейсбаха, заменяя среднюю скорость выражением (3), получим

$$h_y = H \left(1 - 32 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{e^{-4ql \frac{Str}{Re}}}{q_l^2} \right). \quad (12)$$

Анализ имеющихся рядов в формулах (10) и (12) показывает,

что ряд $32 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{e^{-4ql \frac{Str}{Re}}}{q_l^2}$ больше ряда $4 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{e^{-4ql \frac{Str}{Re}}}{q_l^2}$. Этим подтверж-

дается вывод об увеличении потерь при ускоренном неустановившемся движении. Величину погрешности получим из следующего выражения на основании формул (10) и (12):

$$h_{xy} - h_y = H \left(32 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-4i^2 \frac{St}{Re}}}{4i^2} - 4 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-i^2 \frac{St}{Re}}}{4i^2} \right). \quad (13)$$

По этой формуле построен график для разных диаметров (рис. 1), построены также кривые h_{xy} и h_y в зависимости от времени.

Погрешность колеблется в пределах от 0,0—0,18 H . Из изложенного можно заключить, что при нестационарности появляется новый вид затраты энергии, связанный с перераспределением скоростей.

Մ. Հ. ԲԱՐՍԵԳՅԱՆ

ՇԻՐԱՍԿՐԻՍԱԿԱՆ ԿՈՐՐԵՍՏՆԵՐԸ ՀԵՂՈՒՄ ՉԱՆՅՈՒՆԱՅԱԿՆ ԱՐԱԳԱՅՈՂ ՇԱՐՔՄԱՆ ԼԱՄԻՆԱՐ ՌԵՌԻՄԵ ԳԵՊՔՈՒՄ

Ա Մ Վ Ե Մ Փ Ի Ն Ի Մ

Երևելով ե. Ս. Փրամեկայի լուծումից, հողվածում ստացված են բանաձևեր հեղուկի շարժման արագացող շարժման լամինար ռեժիմի գեպրում էներգիայի կորուստների և կորուստների գործակցի որոշման համար: Ստացված է որ լամինար ոչ ստացիոնար շարժման ժամանակ կորուստներն ավելի մեծ են, քան համապատասխան ստացիոնար շարժման դեպքում:

Տրված են գրաֆիկներ էներգիայի կորուստների ու կորուստների գործակցի որոշման համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Барсегян М. Г. О формуле гидравлических потерь при неустановившемся движении жидкости. «Известия АН АрмССР (серия технических наук)», т. XX, № 5, 1967.
2. Громека И. С. К теории движения жидкости в узких цилиндрических трубках. Собрание сочинений. Изд-во АН СССР, М., 1952.
3. Люктерник Л. Я., Акушский И. Я., Диткин В. * Таблицы Бесселевых функций. Гостехиздат, 1949.