

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

В. В. ПИНАДЖЯН

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ НА ПРОЧНОСТЬ
СЖАТЫХ СТАЛЬНЫХ СТЕРЖНЕЙ

Учет влияния формы сечения на несущую способность внецентренно сжатых стержней в действующих нормативных положениях по проектированию стальных конструкций [1] производится умножением величины относительного эксцентриситета приложения нагрузки m эталонного стержня на параметр χ . В качестве эталонного принимается внецентренно сжатый стержень простейшего поперечного сечения из идеального упруго-пластического материала, для которого может быть получено замкнутое аналитическое решение. В дальнейшем в качестве эталонного принимается внецентренно сжатый стержень прямоугольного сечения с шарнирно-закрепленными концами из материала, диаграмма которого описывается схемой Прандтля. Несущая способность такого стержня была определена К. Ежеком [2]. Несущая способность эталонного стержня при одностороннем развитии пластических деформаций определяется формулой

$$\chi_{01}^2 = \frac{\pi^2 E I}{\varphi \sigma_n} \left[1 - \frac{m \varphi}{3(1 - \varphi)} \right]^2 \quad (1)$$

При развитии двусторонних пластических деформаций несущая способность стержня определяется формулой

$$\chi_{02}^2 = \frac{\pi^2 E I}{\varphi \sigma_n} \left(1 - \varphi^2 - \frac{2m\varphi}{3} \right)^{3/2} \quad (2)$$

В приведенных выше формулах F и I соответственно площадь сечения и гибкость стержня; E , σ_n — модуль упругости и предел текучести стали;

$\varphi = \frac{N}{F \sigma_n}$ — отношение критической силы для внецентренно сжатого стержня к усилию текучести центрально сжатого короткого стержня.

Здесь и в дальнейшем индекс α внизу буквенных обозначений относится к эталонному стержню.

Формула (1) применима при условии, когда относительный эксцентриситет приложения нагрузки

$$m \leq 3(1 - \varphi). \quad (3)$$

Формула (2) применима при условии, когда

$$m > 3(1 - \varphi). \quad (4)$$

В соответствии с [3] несущая способность внецентренно сжатых стержней любого симметричного сечения определяется по формуле

$$i^2 = \frac{\pi^2 E}{\varphi^2 a} \left(1 - \frac{m_0 \gamma \varphi}{1 - \varphi} \right), \quad (5)$$

где $m_0 = m_{i,0}$ ($i = 1, 2$) — условный относительный эксцентриситет эталонного стержня в плоскости изгиба;

$\gamma = \frac{x}{z_{2l}}$ — параметр, учитывающий влияние формы сечения на несущую способность стержня (для прямоугольного сечения $\gamma = 1$);

x — функция для стержня любого симметричного профиля, зависящая от его формы и напряженного состояния.

Функция x_{2l} эталонного стержня при односторонних пластических деформациях на основании (5) в силу (1) приобретает вид:

$$x_{2l} = 1 - \frac{m\varphi}{3(1-\varphi)} + \frac{(m\varphi)^2}{27(1-\varphi)^2}. \quad (6)$$

При двусторонних пластических деформациях в эталонном стержне функция x_{2l} на основании (5) в силу (2) приобретает вид:

$$x_{2l} = \frac{1-\varphi}{m\varphi} \left[1 - \left(1 - \varphi^2 - \frac{2m\varphi}{3} \right)^{3/2} \right]. \quad (7)$$

Функция x для стержней любого симметричного сечения из идеального упруго-пластического материала при развитии пластических деформаций только с вогнутой стороны стержня (напряженное состояние 1) согласно [3] имеет вид:

$$x = 1 - \frac{C_1}{a_1} + \frac{S_{1b}}{a_1 F} + \frac{1-\varphi}{m\varphi} \cdot \frac{J_{1b} - (a_1 - C_1) S_{1b}}{J_x}, \quad (8)$$

где C_1 — высота пластической зоны в сжатой части сечения находится из следующего уравнения:

$$S_{1b} + \left(a_1 - C_1 + \frac{m\varphi}{1-\varphi} \cdot \frac{W_1}{F} \right) \frac{\partial S_{1b}}{\partial C_1} - \frac{m\varphi W_1}{1-\varphi} = 0. \quad (9)$$

При развитии пластических деформаций только с выпуклой стороны стержня (напряженное состояние 2) имеем:

$$y = \left[1 - \frac{C_2}{a_2} + \frac{S_{2a}}{a_2 F} + \frac{(1+\varphi)a_1}{m\varphi a_2} \cdot \frac{J_{2a} - S_{2a}(a_2 - C_2)}{J_x} \right] \frac{a_1(1-\varphi)}{a_1(1+\varphi)}, \quad (10)$$

где C_2 — высота пластической зоны в растянутой части сечения — находим из следующего уравнения:

$$S_{2n} - \left(a_2 - C_2 + \frac{m\varphi}{1+\varphi} \frac{W_1}{F} \right) \frac{\partial S_{2n}}{\partial C_2} - \frac{m\varphi W_1}{1+\varphi} = 0. \quad (11)$$

При развитии в стержне произвольного симметричного сечения двусторонних пластических деформаций (напряженное состояние 3) функция χ определяется из следующего уравнения:

$$\chi = \frac{(h - C_1 - C_2)(1 - \varphi)}{2a_1} + \frac{1 - \varphi}{m\varphi J_1} \left\{ J_{1b} + J_{2b} + (a_1 - C_1) S_{1b} - (a_2 - C_2) S_{2b} \right\}. \quad (12)$$

где значения C_1 и C_2 находятся из следующих уравнений:

$$S_{1b} + \left[a_1 - C_1 + \frac{m\varphi W_1}{(1-\varphi)F} \right] \frac{\partial S_{1b}}{\partial C_1} - \frac{m\varphi W_1}{1-\varphi} = \left[C_2 - a_2 + \frac{m\varphi W_1}{(1-\varphi)F} \right] \frac{\partial S_{2n}}{\partial C_2} - S_{2n} \left| \frac{\partial C_2}{\partial C_1} \right|; \quad (13)$$

$$(1 - \varphi)(h - C_1 - C_2)F - 2(S_{1b} - S_{2b}) - 2F(a_1 - C_1) = 0; \quad (14)$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial C_1} = \frac{(1 + \varphi)F - 2 \frac{\partial S_{1b}}{\partial C_1}}{(1 - \varphi)F - 2 \frac{\partial S_{2n}}{\partial C_2}}. \quad (15)$$

Граница функций χ для первого и третьего напряженных состояний стержня находится из условия $C_1 = 0$; для второго и третьего напряженных состояний — из условия $C_2 = 0$. В выражениях (8)–(15): J_1 — момент инерции сечения относительно главной оси, перпендикулярной плоскости изгиба; a_1, a_2 — кратчайшее расстояние от центра тяжести сечения соответственно до наиболее сжатого и наиболее растянутого волокон; h — высота сечения; $S_{1b}, S_{2b}, J_{1b}, J_{2b}$ — пластические характеристики профиля; $W_1 = J_1/a_1$.

По формулам (1)–(4), (6), (7) с помощью цифровой вычислительной машины (ЦВМ) под руководством С. А. Багдасаряна были определены численные значения χ при изменении относительного эксцентриситета эталонного стержня в пределах $m = 0,5 \div 5$ и приведенной гибкости стержня

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_n}{E}} \quad (16)$$

в пределах 0,3–3,2.

По формулам (5), (8)–(15) с помощью ЦВМ при значениях $m = 0,5 \div 5$, $\bar{\lambda} = 0,3 \div 3,2$, $\nu = F_1/F_2 = 0,7 \div 1,5$ (F_1 — площадь сечения полки, F_2 — площадь сечения стенок профиля) были определены численные значения χ для четырех типов сечений, наиболее характерных для сжатых элементов стальных конструкций. По полученным значениям $\chi_{\text{н}}$ и χ для рассмотренных типов сечений при фиксированных величинах параметров $m, \bar{\lambda}, \nu$ были вычислены величины $\tau_1 = \chi/\chi_{\text{н}}$. Результаты этих вычислений при $E = 2,1 \times 10^4 \text{ кгс/см}^2$, $\sigma_n = 24(0) \text{ кгс/см}^2$

представлены на рисунках 1—4. Как видно из рис. 1 при фиксированных значениях ν , влияние относительного эксцентриситета m на величину χ невелико. Имея в виду это обстоятельство и учитывая,

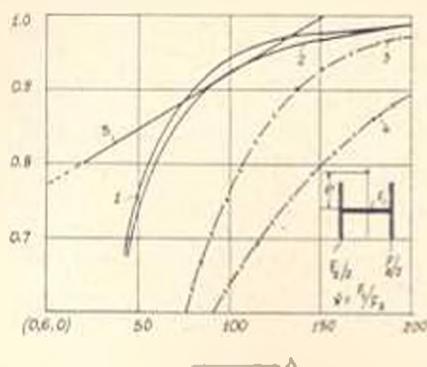


Рис. 1. Величины χ для внецентрично сжатых стальных стержней I -образного профиля: 1 — $m = 0,5$, $\nu = 0,7$; 2 — $m = 5$, $\nu = 0,7$; 3 — $m = 0,5$, $\nu = 1,5$; 4 — $m = 5$, $\nu = 1,5$; 5 — $\chi = 0,775 + 0,0015\lambda$ (согласно [1]).

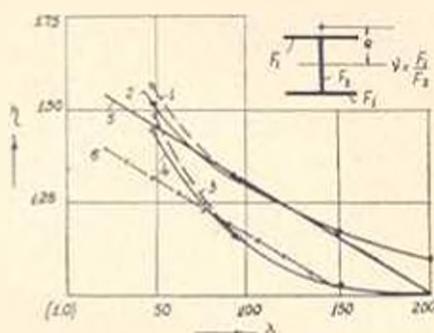


Рис. 2. Величины χ для внецентрично сжатых стержней двутаврового сечения: 1 — $m = 5$, $\nu = 1,5$; 2 — $m = 5$, $\nu = 0,7$; 3 — $m = 0,5$, $\nu = 1,5$; 4 — $m = 0,5$, $\nu = 0,7$; 5 — $\chi = 1,6 - 0,003\lambda$; 6 — $\chi = 1,45 - 0,003\lambda$.

что для элементов I -образного и крестового сечений, современных металлоконструкций обычно величина параметра $\nu < 1$, величину χ для рассматриваемого типа сечения можно определить по следующим формулам:

$$\chi = 0,775 + 0,0015\lambda, \text{ при } 20 \leq \lambda \leq 150;$$

$$\chi = 1, \text{ при } \lambda > 150. \quad (17)$$

Из рис. 2 видно, что влияние параметра ν на величину χ для двутаврового сечения мало, а наиболее существенным оказывается влияние гибкости стержня. Поэтому при малых эксцентриситетах приложения нагрузки влияние формы сечения можно учитывать по формуле:

$$\chi = 1,45 - 0,003\lambda, \text{ при } \lambda < 150;$$

$$\chi = 1 \quad \text{при } \lambda > 150.$$

При сравнительно больших эксцентриситетах приложения нагрузки влияние формы сечения на несущую способность стержней двутаврового профиля описывается следующим выражением:

$$\chi = 1,6 - 0,003\lambda \text{ при } 20 \leq \lambda \leq 200. \quad (18)$$

Это выражение рекомендуется (несколько в запас прочности) распространить и на стержни с малым эксцентриситетом приложения нагрузки.

Анализируя кривые, представленные на рис. 3, можно отметить, что для стержней таврового профиля в случае эксцентриситета приложения нагрузки со стороны ребра при $\nu = F_1/F_2 < 1$, $0,5 < m < 5$, $20 \leq \lambda \leq 200$ величина χ с уменьшением гибкости элемента возрастает

от 1 до 1,13, а при $\nu = 1,5$ от 1,03 до 1,15. Поэтому несколько в запас прочности при изменении λ в пределах от 20 до 200 можно коэффициент γ определить по формуле

$$\gamma = 1,20 - 0,001 \lambda \quad (19)$$

Анализ кривых, представленных на рис. 4, приводит к выводу, что для стержней таврового профиля в случае эксцентриситета приложения нагрузки со стороны полки наиболее существенное влияние на величину γ оказывают m и ν .

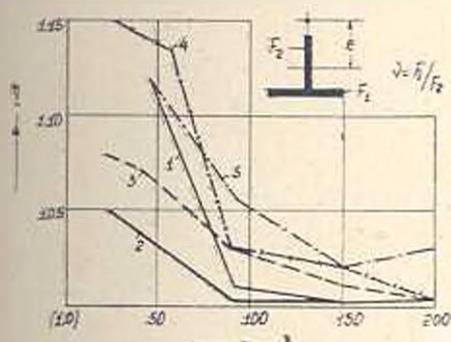


Рис. 3. Величины γ для несимметрично сжатых стержней таврового сечения при эксцентриситете приложения нагрузки со стороны ребра. 1— $m = 0,5$, $\nu = 0,7$ и $\nu = 1$; 2— $m = 5$, $\nu = 0,7$; 3— $m = 5$, $\nu = 1$; 4— $m = 0,5$, $\nu = 1,5$; 5— $m = 5$, $\nu = 1,5$.

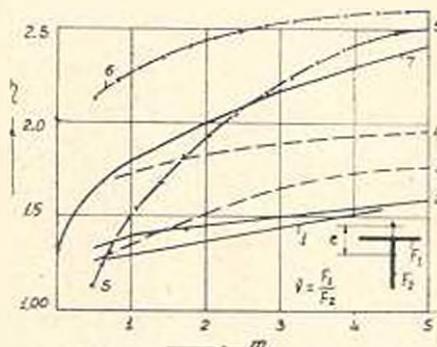


Рис. 4. Величины γ для несимметрично сжатых стержней таврового сечения при эксцентриситете приложения нагрузки со стороны полки. 1— $\lambda = 45$, $\nu = 0,7$; 2— $\lambda = 200$, $\nu = 0,7$; 3— $\lambda = 45$, $\nu = 1$; 4— $\lambda = 200$, $\nu = 1$; 5— $\lambda = 90$, $\nu = 1,5$; 6— $\lambda = 200$, $\nu = 1,5$; 7— $\gamma = 1,3 + 0,5 \sqrt{m}$ (согласно [1]).

При $\nu = F_1/F_2 \leq 1$, $20 < \lambda < 200$, преимущественно в запас прочности, влияние параметра γ на несущую способность сжатых элементов можно учесть по формуле

$$\gamma = 1,2 + 0,4 \sqrt{m} \quad (20)$$

При характеристике профиля $1 < \nu < 1,5$, что может иметь место при компоновке сечения из прокатных тавров, угольников или швеллеров, формула (20) для стержней средней и большой гибкости дает преуменьшенное значение γ . При $\nu = 1,5$ коэффициент влияния формы можно с достаточной точностью (рис. 4) определить по формуле

$$\gamma = 2 + 0,25 \sqrt{m} \quad (21)$$

В случае, когда характеристика сечения $1 < \nu < 1,5$, значения γ вычисляются линейной интерполяцией на основании (20) и (21).

Полученные по расчету величины γ для несимметрично сжатых стержней с учетом рекомендованных значений параметров ν были сопоставлены с экспериментальными данными Роша [4], Кольбруннера [5], Остенфельда [6], а также автора этой статьи [3] и при этом установлена их хорошая сходимость. Для иллюстрации на рис. 5 ре-

зультаты расчета для стержня швеллерного сечения сопоставлены с экспериментальными данными Закавказского института сооружений. В свете изложенного рекомендуется при уточнении действующих

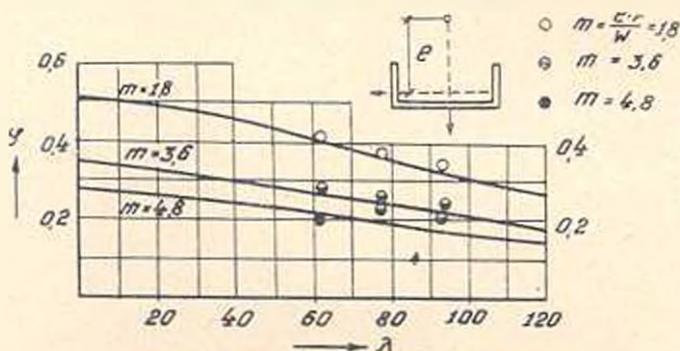


Рис. 5. Значения коэффициентов ϵ внецентренно сжатых стальных стержней. Кружочками показаны результаты опыта Закавказского института сооружений [3]. Расчетные величины, представленные в виде кривых, вычислены с учетом формулы (19).

нормативных положений проектирования стальных конструкций [1] внести коррективы в величины параметра η в соответствии с приведенной таблицей.

Значения параметра η влияния формы сечения на несущую способность сжатых стальных стержней

Тип сечения	Схема сечения	Характеристика сечения	Значения η при	
			$20 < \lambda < 150$	$150 < \lambda < 200$
1		—	$0,775 + 0,0015 \lambda$	1,0
2		$F_1/F_2 < 1$	$1,2 + 0,4 \sqrt{m}$	$1,2 + 0,4 \sqrt{m}$
		$F_1/F_2 = 1,5$	$2 + 0,25 \sqrt{m}$	$2 + 0,25 \sqrt{m}$
3		—	$1,20 - 0,001 \lambda$	$1,20 - 0,001 \lambda$
4		—	$1,6 - 0,003 \lambda$	$1,6 - 0,003 \lambda$

Վ. Վ. ՓԻՆՉՅԱՆ

ՍՏՆՆԱԿԱՆ ՀԱՏՎԱԾՔԻ ՁԵՎԻ ԱՋԳԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՊԱՂՊԱՏԵ ԻՆՎՈՎԱՅ
ՉՈՂԵՐԻ ԱՄՐՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ

Ա. մ. փ. ս. փ. ս. ս.

Ստամնասիրված է լաշնական հատվածքի ձևի ազդեցությունը պողպատե կոնստրուկցիաների արտակենտրոն սեղմված ձողերի կրողունակաբյան վրա: Հետևելով է. Խալաբի և Կ. Յոթեկի ախտությունը, որը հետազայում դարգացված է հեղինակի կողմից, ցանկացած սիմետրիկ այրոֆիլի սեղմված ձողի հաշվարկը հանգեցվում է կտալոնային ձողի հաշվարկի՝ կտալոնային ձողին կիրառված բեռնվածքի մ հարաբերական արտակենտրոնությունը հատվածքի ձևի ազդեցության γ դործակցով բազմապատկելով: Որպես կտալոն է բնորոշված իզոպլան առաձգա-պլաստիկական նյութից բառանկյան հատվածքի արտակենտրոն սեղմված ձող հողակապա-ամրակցված ծայրերով, որի համար ստացված է փակ անալիտիկ լուծում: Առաձգա-պլաստիկական ստադիայում գտնվող արտակենտրոն սեղմված ձողերի լուծման հավասարումների հիման վրա, կլիկտրոնային հաշվիչ մեքենայի օգնությամբ, հաշված են ազդեցության ֆունկցիայի՝ γ -ի արժեքները սիմետրիկ կտրվածքների համար: Ստացված արդյունքների ապրոբսիմացման շնորհիվ առաջարկված են γ -ի հաշվային արժեքները պողպատե կոնստրուկցիաների սեղմված ձողերում առավել կիրառվող 4 տիպի բնորոշ հատվածքների համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Строительные нормы и правила. «Стальные конструкции. Нормы проектирования». СНиП II-В. 3—62. Госстройиздат, 1963.
2. Isch K. Die Festigkeit von Druckstäben aus Stahl, Wien, 1937.
3. Пикаджия В. В. Некоторые вопросы предельного состояния сжатых элементов стальных конструкций. Изд. АН АрмССР, Ереван, 1956.
4. Reif M. Die Bemessung zentrisch u. exzentrisch gedrückter Stäbe auf Knickung. Int. Kong. f. Bruck. u. Hochbau, Wien, 1928.
5. Köllbrunner C. Zentrischer u. exzentrischer Druck von an beiden Enden gelenkig gelagerten Rechteckstäben aus Avional M. u. Baustahl. Der Stahlbau II. 4—II. 6, 1938.
6. Ostnield. Exzentrisch beanspruchte Säulen, Mitt. № 2, № 5, Kjobenhavn, 1929—1930.