

ГИДРАВЛИКА, ГИДРОТЕХНИКА

Г. А. АМБАРՇՄՅԱՆ

К ВОПРОСУ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКОГО РАСЧЕТА СКВОЗНОЙ
 ШПОРЫ С ГИДРАВЛИЧЕСКИМ БАРЬЕРОМ*

В статье в развитие [1, 2, 3] рассматривается задача определения поля скоростей у сквозной шпоры с гидравлическим барьером (СШГБ). На первом этапе рассматривается работа одной сквозной шпоры с глухой корневой частью и с несколькими галереями, допуская, что ось шпоры нормальна берегу, а оси галерей в первом приближении параллельны берегу. Полученное решение довольно хорошо отражает

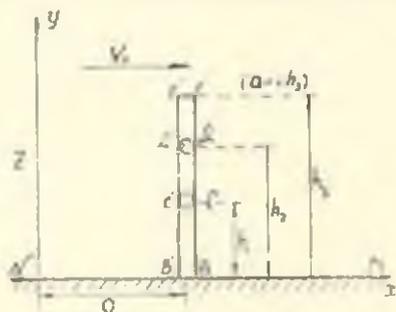


Рис. 1.

действительную картину всюду, кроме некоторой окрестности, где имеются существенные накопления наносов и, по-видимому, периодические вертикальные вихри. Схематизированная картина течения у сквозной шпоры показана на рис. 1. Ось x — направлена по касательной к берегу, а ось y от берега к стрежню потока. Шпора параллельна оси y и находится на расстоянии

"a" от начала координат. В рассматриваемом случае шпора состоит из глухого корня и двух сквозных галерей.

Задача обтекания шпоры потоком (рис. 1) приводится к определению аналитической функции $\omega(z) = \varphi + i\psi$ при граничных условиях:

$$V = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0, \quad U = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0. \quad (1)$$

Для получения задачи с нулевыми условиями на бесконечности введем вместо потенциала φ возмущенный потенциал Φ

$$\varphi = \varphi_0 + \Phi. \quad (2)$$

где $\varphi_0 = Vx$ есть потенциал невозмущенного равномерного потока. Соответствующий комплексный потенциал равномерного потока будет

$$\omega_0 = \varphi_0 + i\psi_0 = V_0(x + iy), \quad (3)$$

при этом граничные условия определяются из выражения

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0,$$

* В порядке обсуждения

Имея в виду, что набегающий поток не удовлетворяет нулевым условиям в бесконечности, введем новое значение

$$\bar{\omega} = \omega_0 + W',$$

в связи с чем получается смешанная граничная задача для потенциала Φ или для аналогичной функции

$$W' = \Phi + i\psi. \quad (4)$$

Поскольку для рассматриваемой области решение задачи сложно, отображаем указанную область на полуплоскость. С этой целью сначала переместим отрезок $BEF'B'$ (рис. 1) на расстояние a налево и совместим с новой осью Y . При этом отображение приобретает вид

$$z_1 = z - a \text{ и } z_1 = x_1 + iy_1.$$

Затем выпрямляем границу области $M_1BEF'B'_1N_1$ отображением $z_2 = z_1$. В результате получаем область с границей $M_1B_1E_1E_1'B_1N_1$, причем координаты точки E_1 будут $Y_1 = 0$ и $x_1 = -(h_3)^2$. При следующем отображении совмещаем точку E_1 с началом координат, для чего сдвигаем плоскость направо на h_3^2 .

И, наконец, для получения из плоскости z_2 с границей в виде разреза по положительной оси X_2 полуплоскости z_1 совершим отображение $z_1 = \sqrt{z_2}$ (рис. 2), причем $z_1 = x_1 + iy_1$.

Подставляя эти отображения одно в другое, находим:

$$z_1 = \sqrt{z_2} = \sqrt{z_2 + h_3^2} = \sqrt{z_1^2 + h_3^2} = \sqrt{(z - a)^2 + h_3^2}. \quad (5)$$

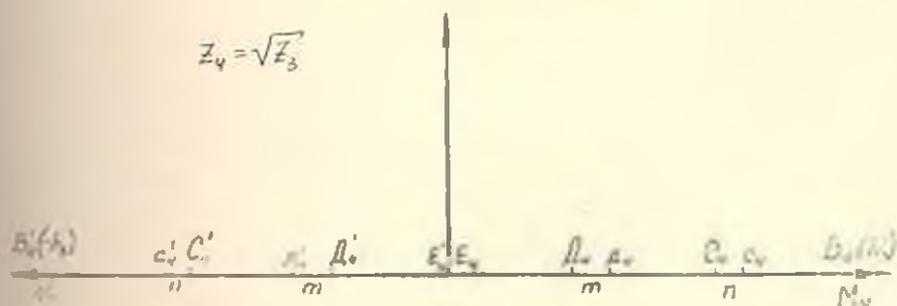


Рис. 2.

Обозначим через $C_1D_1D'_1C'_1$ верхние стороны галерей (рис. 3), а через $C_2D_2D'_2C'_2$ нижние стороны галерей. Координатами граничных точек будут

$$B_1 = h_1, B_2 = -h_2, c_1 = \sqrt{h_1^2 - h_3^2}, D_1 = \sqrt{h_2^2 - h_3^2}, C'_1 = \sqrt{h_2^2 - h_3^2},$$

$$D'_1 = -\sqrt{h_1^2 - h_3^2}. \quad (6)$$

С учетом ширины галерей m_0 и p_0 в плоскости z_1 получаем дополнительные точки на оси x_1

$$c_4 = \sqrt{h_3^2 - (h_1 - m_0)^2}, \quad c_1 = -c_4, \quad D_4^1 = \sqrt{h_3^2 - (h_2 - n_0)^2}, \quad D_1 = -D_4. \quad (7)$$

Таким образом, на рис. 2 получаем граничную задачу на полуплоскости. Для перехода к новым граничным условиям на основании (5) и имея в виду, что

$$\frac{dW}{dz} = \frac{dW}{dz_4} \frac{dz_4}{dz} \quad (8)$$

получим

$$\frac{dz_4}{dz} = \frac{z-a}{\sqrt{(z-a)^2 + h_3^2}} \quad (9)$$

Используя уравнение (8), получим

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \pm \frac{\partial w}{\partial y_4} \frac{\sqrt{x_1^2 - h_3^2}}{x_4} \quad (10)$$

Имея в виду (4) на основании (10), получим:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \pm \frac{\partial \Phi}{\partial y_4} \frac{\sqrt{x_1^2 - h_3^2}}{x_4}$$

Рассмотрим шпору, отображенную в плоскости z_4 (рис. 2) в виде отрезка $B_1^1 B_4$. По аналогии на основании (5) и (8) на отрезке $B_4 B_1^1$ имеем $z_4 = x_4$, поэтому при $|x_1| < |h_3|$ получим:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \pm \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\sqrt{h_3^2 - x_1^2}}{x_4} \quad (11)$$

В силу (1) при $x = a$ имеем:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = -V_0 = \pm \frac{\partial \Phi}{\partial y_4} \frac{\sqrt{h_3^2 - x_1^2}}{x_4}; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial y_4} = \pm \frac{V_0 x_4}{\sqrt{h_3^2 - x_3^2}} \quad (12)$$

Полученные выражения относятся к участкам

$$B_4^1 c_1, \quad C_1 D_4, \quad D_4, \quad D_4 C_3, \quad c_3 B_4 \text{ оси } x_4.$$

Отметим, что точка EE' (рис. 1) переходит в точку $E_3 E_4$ (рис. 2), где решение W_4 имеет особенность. Для решения полученной смешанной граничной задачи по определению гармонической функции в полуплоскости применен метод Келдыша-Седова. В результате получено следующее общее выражение для скорости потока в любой точке межшпорного пространства:

$$W_4 = \frac{1}{\pi g(z_4)} \left[\int_{-c_1}^{c_1} \frac{v_0 g(t) dt}{\sqrt{h_3^2 - t^2} (t - z_4)} - \int_{c_3}^{c_4} \frac{v_0 g(t) dt}{\sqrt{h_3^2 - t^2} (t - z_4)} + \right]$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{D_4}^{\infty} \frac{v_0 g(t) dt}{\sqrt{h_3^2 - t^2 (t - z_4)}} - \int_0^{D_4} \frac{v_0 t g(t) dt}{\sqrt{h_3^2 - t^2 (t - z_4)}} - \int_{C_4}^{\infty} \frac{v_0 t g(t) dt}{\sqrt{h_3^2 - t^2 (t - z_4)}} - \\
 & - \int_{C_4}^{\infty} \frac{v_0 t g(t) dt}{\sqrt{h_3^2 - t^2 (t - z_4)}} \Bigg\}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

По этой формуле находятся $\frac{\partial \Phi}{\partial x_4}$, $\frac{\partial \Phi}{\partial y_4}$, откуда можно найти $\Phi(x_4, y_4)$, а затем по (13) определить $\Phi(x, y)$. Значение функции тока находится подобным же образом из условий

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y_4} = \frac{\partial \Psi}{\partial y_4}; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x_4} = -\frac{\partial \Psi}{\partial x_4}.$$

Полученное решение громоздкое и поэтому ниже сделана попытка в пределах принятых допущений получить более простое решение. Пренебрегая шириной шпоры по сравнению с ее длиной, можно по обеим сторонам шпоры разместить источники и стоки. В случае симметричного расположения источника и стока относительно продольной оси шпоры можно полагать, что $m_0 = 0$, $n_0 = 0$ (рис. 2).

Согласно расчетной схеме в точке D_4 и C_4 следует расположить стоки, а в точках D_4^1 и C_4^1 — соответствующие источники. Мощность источника является функцией сечения галереи s и скорости истечения, которая приближенно принимается равной скорости набегающего потока V_0 . Мощность источника и стока будут $\pm \frac{V_0 s}{\pi}$. В плоскости z_4 имеем обтекание стенки потоком, набегающим со скоростью V_0 вдоль оси ox_4 при наличии источника и стоков. Так как потенциал источника мощности $\frac{V_0 s}{\pi}$ в точке C_4^1 будет

$$W = \frac{V_0 s}{\pi} \ln (Z_4 - C_4^1). \quad (14)$$

Аналогичные формулы получим и для источника в точке D_4^1 . Для точек D_4 , C_4 получим тот же результат, но с обратным знаком. Суммируя потенциал набегающего потока с потенциалами источников и стоков, имея в виду, что $C_4^1 = -C_4$ и $D_4^1 = -D_4$ для полного потенциала, получим следующее выражение:

$$W_4 = -V_0 Z_4 + \frac{V_0 s}{\pi} \ln \frac{(Z_4 + C_4)(Z_4 + D_4)^*}{(Z_4 - C_4)(Z_4 - D_4)}. \quad (15)$$

Для перехода на физическую плоскость необходимо учесть формулу преобразования (5), при этом на правой стороне шпоры $Z_4 > 0$, а на левой стороне $Z_4 < 0$. В связи с этим для физического поля на основании (15) получим:

$$W_1 = -v_0 \sqrt{(z-a)^2 + h_3^2} - \frac{v_0 s}{\pi} \times \ln \left[\frac{(\sqrt{(z-a)^2 + h_3^2} + \sqrt{h_3^2 - h_1^2})(\sqrt{(z-a)^2 + h_3^2} + \sqrt{h_3^2 - h_1^2})}{(\sqrt{(z-a)^2 + h_3^2} - \sqrt{h_3^2 - h_1^2})(\sqrt{(z-a)^2 + h_3^2} - \sqrt{h_3^2 - h_1^2})} \right] \quad (16)$$

Выберем значения корня $\sqrt{(z-a)^2 + h_3^2}$ положительными в точках C и D (рис. 3) и отрицательными в точках C' и D' . В этих точках $Z = a + ih_1$.

Рассмотрим случай, когда галереи составляют с осью шпору угол $90^\circ - \alpha$ (рис. 4.). В рассматриваемом случае ширина галереи не

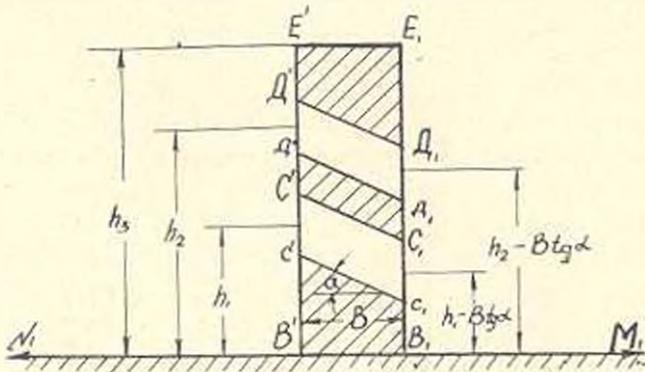


Рис. 4.

учтена, ось галереи будет характеризоваться двумя точками. При этом как и прежде

$$BC = h_2 - btg\alpha, \quad B'C' = h_1, \quad BD = h_3 - btg\alpha, \quad B'D' = h_3, \quad BE = h_3.$$

Величина расхода источников и стоков соответственно будет $V_3 C_0 \sin^2 \alpha s$, где s — ширина галереи.

Аналогично случаю соосности галереи и потока описываемой формулой (15), для комплексного потенциала $\bar{w} = \varphi + i\psi$ в плоскости z_4 имеем

$$\bar{w} = -v_0 z_4 + \frac{v_0 s}{\pi} \cos n^2 \alpha \ln \frac{(Z_4 - C_1)(Z_4 - D_1)}{(Z_1 - C_1)(Z_4 - D_1)} \quad (17)$$

Причем, в плоскости z согласно (5) получим:

$$\bar{w} = -v_0 \sqrt{(z-a)^2 + h_3^2} + \frac{v_0 s \cdot \cos^2 \alpha}{\pi} \ln \times \frac{|\sqrt{(z-a)^2 + h_3^2} + \sqrt{h_3^2 - h_1^2}| |\sqrt{(z-a)^2 + h_3^2} + \sqrt{h_3^2 - h_1^2}|}{|\sqrt{(z-a)^2 + h_3^2} - \sqrt{h_3^2 - (h_1 - btg\alpha)^2}| |\sqrt{(z-a)^2 + h_3^2} - \sqrt{h_3^2 - (h_2 - btg\alpha)^2}|} \quad (18)$$

Если в формулах (15) и (18) отделить минимую часть, получим значение функции тока ψ и по нему можем построить линию тока перед шпорой при $x > a$, а за шпорой при $x < a$. Кроме того, отделяя действительную и мнимую части в выражении $\frac{d\psi}{dz} = U - iV$, можно найти распределение скоростей. По полученным формулам можно определить также форму линии тока как у глухих, так и сквозных шпор с гидравлическим барьером.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступило 1.11.1967.

Գ. Ս. ՆԱՄՈՒՐՉԱՆՅԱՆ

ՆԻԿՐԱՎԻԻ ՓԱԿՈՑՈՎ ՄԻՋԱՆՅՈՒ ԽԹԱՆԻ ԿԻՐՈՄԵՆԱՆԻԿԱԿԱՆ
ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՀԱՐՑԻ ՇՈՒՐՋԸ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. մ.

Հոգնատում դիտվում է հիդրավիկ փակոցով միջանցիկ խթանի շրջակայքում արագությունների դաշտի որոշման խնդիրը:

Օգտագործելով կոնֆորմաչին արտապատկերման մեթոդը, ստացված են արտահայտություններ, որոնք խթանից առաջ ու ետ հոսանքագծերը կառուցելու և արագությունների բաշխումը գտնելու ննարավորություն են րնձննում:

Ստացված արտահայտություններով կարելի է որոշել նաև հոսանքագծերի ձևը՝ ինչպես խուլ խթանի, այնպես էլ հիդրավիկ փակոցով միջանցիկ խթանի մոտ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Амбарцумян Г. А. О некоторых вопросах гидравлического расчета ШШГБ. «Известия АН АрмССР (серия ТН)», т. XIII, в. 4, 1960.
2. Амбарцумян Г. А. Некоторые новые исследования по сквозным шпорам с гидравлическим барьером. «Известия АН АрмССР (серия ТН)», т. XVII, в. 4, 1964.
3. Амбарцумян Г. А. К вопросу экономического обоснования сквозной шпору с гидравлическим барьером. «Промышленность Армении», № 3, 1965.