

ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА НА ЩЕЛИ В ОДНОРОДНУЮ АНИЗОТРОПНУЮ СРЕДУ

О.С. ЕРИЦЯН¹, А.А. ЛАЛАЯН^{2*}, А.Л. МАРГАРЯН¹,
А.Г. МКРТЧЯН¹, Ж.Б. ХАЧАТРЯН¹

¹Институт прикладных проблем физики НАН Армении, Ереван, Армения

²Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

*e-mail: alalayan@ysu.am

(Поступила в редакцию 23 сентября 2021 г.)

Рассмотрена Фраунгоферова дифракция света на щели на непрозрачном экране, расположенном между вакуумом и однородной анизотропной средой в отсутствие и в присутствии поглощения при различных ориентациях оптической оси среды относительно щели. Обобщена известная формула дифракции в вакууме, включающая также случай дифракции в одноосную анизотропную среду, в отсутствие поглощения. Получена формула, позволяющая определять направления дифракционных минимумов и максимумов с учетом поглощения.

1. Введение

Хотя принципы дифракции в оптике установлены давно [1–4], рассмотрение ситуаций, когда дифрагированное излучение проникает не в вакуум, как обычно, а в материальную среду, представляет интерес ввиду того, что среда, в которой распространяется дифрагированное излучение, оставляет свой отпечаток на картину дифракции, что выступает поводом, по выражению Б.М. Болотовского «смотреть на старые явления с новой точки зрения». Так, в отличие от стандартного случая, когда по обе стороны щели — вакуум, в случае распространения излучения после щели в двулучепреломляющую среду формируется не одна, а две серии максимумов и минимумов [5]. Учет особенностей дифракции света в анизотропную среду весьма актуален в задачах создания новых микронных и наноразмерных структур с применением дифрактивных оптических и рентгеновских методов [6,7], а также для дифракционного анализа различных материалов, в том числе в современной наноскопии [8–10].

В настоящей работе рассматривается Фраунгоферова дифракция на щели в однородную среду, обладающую двойным линейным преломлением. При этом среда считается оптически одноосной. Ввиду распространения двух линейно поляризованных волн, которым соответствуют разные показатели преломления, в среде, в результате дифракции, формируются две серии максимумов и минимумов, соответствующие обыкновенной и необыкновенной волнам.

В параграфе 2 получена формула для направлений дифракционных минимумов. Обсуждаются ситуации, когда оптическая ось среды перпендикулярна плоскости щели, когда перпендикулярна границам щели, будучи параллельной плоскости щели, а также когда параллельна границам щели.

В параграфе 3 рассмотрена задача учета поглощения при дифракции в анизотропную и изотропную среду. В конце работы приведены выводы и заключение.

2. Фраунгоферова дифракция в непоглощающую анизотропную среду

Рассмотрим простейший случай анизотропной среды, когда нет поглощения. Так как каждый пучок, соответствующий минимуму, формируется суммированием полей элементарных пучков, которые все имеют одно и тоже направление, задаваемое углом θ в фундаментальной формуле [4]

$$d \sin \theta = m \lambda. \quad (1)$$

Условие минимумов для анизотропной среды без поглощения, на основании выражения (1) может быть записано в том же виде, однако, при этом, любому направлению θ соответствует своя длина волны $\lambda(\theta)$:

$$d \sin \theta = m \lambda(\theta). \quad (2)$$

Обозначив компоненты тензора диэлектрической проницаемости среды за щелью через ϵ_{\parallel} и ϵ_{\perp} (соответственно вдоль и поперек оптической оси), рассмотрим три простейших случая дифракции Фраунгофера в одноосную двулучепреломляющую среду.

а) Оптическая ось перпендикулярна плоскости щели (рис. 1).

Для волнового вектора имеем:

$$\frac{k_x^2}{\epsilon_{\parallel}} + \frac{k_z^2}{\epsilon_{\perp}} = \frac{\omega^2}{c^2}, \quad (3)$$

где ϵ_{\parallel} и ϵ_{\perp} — компоненты диэлектрической проницаемости среды

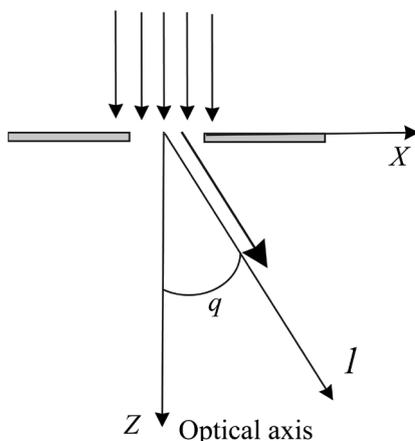


Рис.1. Дифракция Фраунгофера в одноосную двулучепреломляющую среду, в случае, когда оптическая ось перпендикулярна плоскости щели. Стрелкой 1 показано направление распространения дифрагированного пучка, жирной стрелкой – волновой вектор волны имеющий направление I .

соответственно в направлениях, параллельной и перпендикулярной оптической оси. Записав (3) в виде:

$$k^2 \left(\frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon_{\parallel}} + \frac{\cos^2 \theta_e}{\varepsilon_{\perp}} \right) = \frac{\omega^2}{c^2}, \quad (4)$$

для длины волны будем иметь

$$\lambda_e(\theta) = \lambda_o \left\{ \frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon_{\parallel}} + \frac{\cos^2 \theta_e}{\varepsilon_{\perp}} \right\}^{1/2}, \quad (5)$$

где λ_o длина волны в вакууме, и фундаментальная формула (1) запишется в виде

$$d \sin \theta_e = m \lambda_o \left\{ \frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon_{\parallel}} + \frac{\cos^2 \theta_e}{\varepsilon_{\perp}} \right\}^{1/2}, \quad (6a)$$

$$d \sin \theta_o = m \frac{\lambda_o}{\sqrt{\varepsilon_{\perp}}}, \quad (6b)$$

для необыкновенной и обыкновенной волн соответственно.

В таблице 1 приведены значения θ для первых пяти дифракционных минимумов соответствующие обыкновенной и необыкновенной волнам, рассчитанных для двулучепреломляющего кристалла кварцита при $\varepsilon_{\parallel} = 2.7502$ и $\varepsilon_{\perp} = 2.2093$.

Табл.1.

Порядок дифракции	θ , радиан необыкновенная волна	θ , радиан обыкновенная волна
$m = 1$	0.0000475726	0.0000336389
$m = 2$	0.0000951453	0.0000672779
$m = 3$	0.000142718	0.00010091690
$m = 4$	0.0001902907	0.0001345558
$m = 5$	0.0002378634	0.000168195

Как видно из таблицы, после щели в анизотропной двулучепреломляющей среде формируются две серии максимумов и минимумов с различными углами θ .

б) Оптическая ось перпендикулярна к границам щели (рис.2).

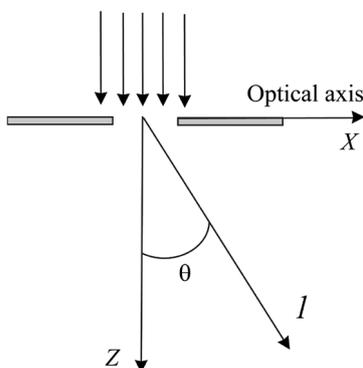


Рис.2. Дифракция Фраунгофера в одноосную двулучепреломляющую среду, в случае, когда оптическая ось перпендикулярна к границам щели.

В этом случае ε_{\parallel} и ε_{\perp} в выражении (6a) должны поменяться местами

$$d \sin \theta_e = m \lambda_o \left\{ \frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon_{\perp}} + \frac{\cos^2 \theta_e}{\varepsilon_{\parallel}} \right\}^{1/2}, \quad (7)$$

а выражение (6b), соответствующее обыкновенной волне, остается неизменной.

с) Оптическая ось параллельна границам щели (рис.3).

В этом случае для необыкновенной волны мы должны подставить $\theta = \pi/2$, и будем иметь из (6a)

$$d \sin \theta_e = m \frac{\lambda_o}{\sqrt{\varepsilon_{\parallel}}} \quad (8)$$

а выражение (6b), соответствующее обыкновенной волне, остается неизменной.

Для изотропной среды с показателем преломления $\sqrt{\varepsilon}$ справедливо соотношение (6b) для обыкновенной волны, если заменить ε_{\perp} на ε .

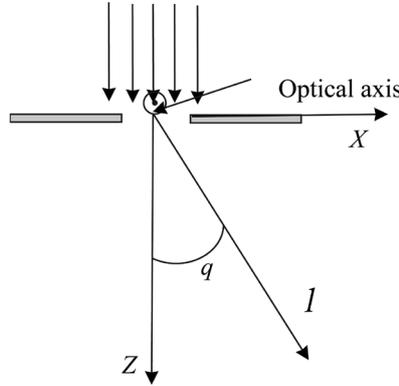


Рис.3. Дифракция Фраунгофера в одноосную двулучепреломляющую среду, в случае, когда оптическая ось параллельна границам щели.

3. Учет поглощения

При наличии поглощения элементарные пучки, идущие в одном и том же направлении из разных участков щели, имеют не только разные фазы, как в отсутствие поглощения, но и разные амплитуды, тем меньшие по величине, чем больше геометрический путь, пройденный данным элементарным пучком. Поэтому при их суммировании следует учитывать, кроме различия фаз, также различие амплитуд элементарных пучков, распространяющихся в одном и том же направлении. Примем фазу бесконечно узкого пучка, идущего с середины щели, равной нулю (см. рис.4). Фаза бесконечно узкого пучка, идущего из точки, смещенной на x от середины щели, будет равна $k_{\theta} x \sin \theta$ где k_{θ} — модуль волнового вектора, составляющего угол θ с нормалью к плоскости щели.

Считая фазу поля в плоскости щели равной нулю, для произвольного бесконечно узкого пучка, идущего от полоски шириной dx , будем иметь

$$dE = \text{const} e^{ik(\theta)x \sin \theta} dx. \quad (9)$$

Обобщая подход, примененный к случаю дифракции в вакуум [4], для полного поля получим выражение пропорциональное интегралу

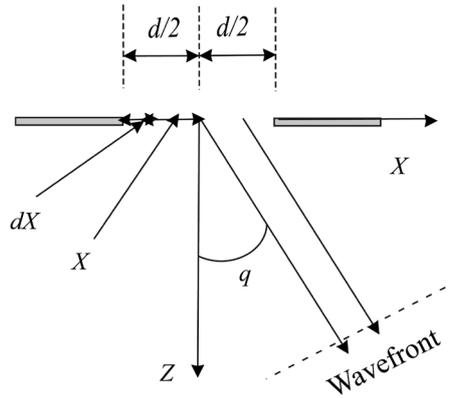


Рис.4. Дифракция Фраунгофера с учетом поглощения.

$$I(\theta) = \int_{x=-d/2}^{x=+d/2} \cos[k'(\theta)x\sin(\theta)] e^{k''(\theta)x\sin(\theta)} dx, \quad (10)$$

где $k'(\theta)$ и $k''(\theta)$ действительная и мнимая части волнового вектора волны, распространяющейся под углом θ к направлению нормали к плоскости щели. Заметим, что с ростом x от $-d/2$ до величины $+d/2$ значение $e^{k''(\theta)x\sin\theta}$ растёт в соответствии с тем, что переход x от $-d/2$ до $+d/2$ соответствует переходу от крайне левого луча до крайне правого, тем самым длина пути луча в поглощающей среде от плоскости щели до формирования фронта уменьшается. Интегрируя, из (10) получаем для суммарного поля

$$E = \text{const} \frac{e^{bx}(b\cos ax + \sin ax)}{a^2 + b^2} \Big|_{x=-d/2}^{x=+d/2}, \quad (11)$$

где

$$a = k'(\theta)\sin\theta, \quad b = k''(\theta)\sin\theta. \quad (12)$$

Величины $k'(\theta)$ и $k''(\theta)$ (действительная и мнимая части волнового вектора), определяются из уравнения (4) поверхности волновых векторов той среды, куда проникает дифрагированное излучение, θ — угол между волновым вектором и оптической осью среды, куда проникает дифрагированное излучение.

Как и в случае, рассмотренном в параграфе 2, следует сделать замену $\cos\theta \leftrightarrow \sin\theta$ или $\varepsilon_{\parallel} \leftrightarrow \varepsilon_{\perp}$, если оптическая ось перпендикулярна к границам щели. Если оптическая ось параллельна границам щели, то следует подставить $k_e^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\parallel}$, тогда закономерность углового распределения интенсивности идентична закономерности распределения для обыкновенной волны, если заменить ε_{\parallel} на ε_{\perp} .

4. Заключение

При дифракции света на щели в материальной среде картина распределения дифракционных минимумов и максимумов зависит от оптических характеристик этой среды. В работе обобщена известная формула дифракции Фраунгофера в вакууме на случай материальной среды с включением дифракции в одноосную анизотропную среду в отсутствие и присутствии поглощения. Показана

зависимость распределения интенсивности дифрагированной волны от поляризации падающего излучения.

Авторы выражают благодарность В. Кочаряну за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **M. Born, E. Wolf.** Principles of Optics, 4th ed., New York: Pergamon Press, 1968.
2. **J.M. Cowley.** Diffraction physics, Amsterdam, North-Holland, 1975.
3. **Р.Б. Ваганов, Б.З. Каценелбаум.** Основы теории дифракции, Москва: Наука, 1982.
4. **Д.В. Сивухин.** Общий курс физики, Оптика, том IV, Москва: Наука, 1980.
5. **A.R. Mkrtchyan, A.A. Lalayan, H.S. Yeritsyan, A.L. Margaryan, Sh.K. Yeritsyan, Zh.B. Khachatryan.** J. Contemp. Phys., **55**, 314 (2020).
6. **Y.E. Geints, O.V. Minin, I.V. Minin.** Annalen der Physik, **531**, 1900033(2019).
7. **L. Yang, et al.** Nanomaterials, **9**, 1789 (2019).
8. **D. Xu, K.P. Chen, K. Ohlinger, et al.** Nanotechnology, **22**, 035303 (2011).
9. **R.D. Johnson, P.G. Radaelli.** Annual Review of Material Research, **44**, 269 (2014).
10. **S. Mourdikoudis, R.M. Pallares, N.T.K. Thanh.** Nanoscale, **10**, 12871 (2018).

ՖՐԱՈՒՆՀՈՖԵՐԻ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՆ ՃԵՂՔԻՑ ԴԵՊԻ ՀԱՄԱՍԵՌ ԱՆԻՉՈՏՐՈՊ ՄԻՋԱՎԱՅՐ

Հ.Ս. ԵՐԻՑՅԱՆ, Ա.Ա. ԼԱԼԱՅԱՆ, Ա.Լ. ՄԱՐԳԱՐՅԱՆ,
Ա.Գ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Շ.Բ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Դիտարկված է լույսի Ֆրաունհոֆերի դիֆրակցիան ճեղքից անթափանց էկրանի վրա, որը գտնվում է վակուումի և համասեռ անիզոտրոպ միջավայրի միջև, կլանման առկայության և բացակայության պայմանում միջավայրի օպտիկական առանցքի տարբեր ուղղվածությունների դեպքերում: Ընդհանրացված է դիֆրակցիայի հայտնի բանաձևը վակուումում, որը ներառում է միառանցք միջավայրի դեպքը՝ երբ կլանումը բացակայում է: Ստացված է բանաձև, որը հնարավորություն է տալիս որոշել դիֆրակցիոն մաքսիմումների և մինիմումների ուղղությունները՝ կլանման առկայության դեպքում:

FRAUNHOFER DIFFRACTION BY SLIT INTO A HOMOGENEOUS ANISOTROPIC MEDIUM

H.S. ERITSYAN, A.A. LALAYAN, A.L. MARGARYAN,
A.G. MKRTCHYAN, Zh.B. KHACHATRYAN

Fraunhofer diffraction of light by a slit on an opaque screen located between a vacuum and a homogeneous anisotropic medium in the absence and in the presence of absorption at different orientations of the optical axis of the medium relative to the slit is considered. The well-known formula for diffraction in vacuum is generalized, which also includes the case of diffraction into a uniaxial anisotropic medium in the absence of absorption. A formula has been obtained that makes it possible to determine the directions of the diffraction minima and maxima taking into account the absorption.