

ГИДРОТЕХНИКА

С. Г. АКОПЯН

ОБ УЧЕТЕ ВЛИЯНИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО УДАРА
 НА ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕСС ГЭС ЭНЕРГОСИСТЕМЫ

При рассмотрении длительных переходных процессов энергосистем возникает необходимость учета влияния гидравлического удара напорного трубопровода на систему регулирования и динамическую устойчивость энергосистем. Гидравлический удар в напорном трубопроводе высоконапорных ГЭС является сложным процессом, так как он связан с многими факторами, некоторые из которых не имеют математического описания. «Цепные уравнения» классической теории гидравлического удара воспроизводят действительную картину явления, но не позволяют находить непрерывного во времени решения. Однако при исследовании поведения высоконапорных гидрогенераторов, работающих в сложной энергосистеме в нестационарных режимах, необходимо иметь аналитическое выражение гидравлического удара в функции времени, достаточно точно описывающее явление и поддающееся математической обработке и его моделированию на математических машинах. В статье предлагается приближенное дифференциальное уравнение, достаточно точно описывающее неустановившийся процесс в конце высоконапорного трубопровода ГЭС, и дается способ определения начальных условий этого уравнения.

В ряде работ (например, в [1]) при моделировании гидравлического удара чаще всего применяют разложение передаточной функции следующего вида

$$W(P) = \frac{H(P_1L)}{Q(P_2L)} = -\tau \operatorname{th} \frac{P\Phi}{2} = -\tau_1 P \frac{1 - \frac{\Phi^2}{24} P^2 - \frac{\Phi^4}{1920} P^4 \dots}{1 + \frac{\Phi^2}{8} P^2 + \frac{\Phi^4}{384} P^4 \dots} \quad (1)$$

и, ограничиваясь тем или иным количеством членов разложения, приближенно моделируют трубопровод.

В этой статье передаточная функция гидравлического удара (1) разлагается на простейшие дроби следующего вида:

$$W(P) = -\frac{8\tau_1}{\Phi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P}{P^2 + \left(\frac{2n-1}{\Phi}\right)^2} \quad (2)$$

Такая форма записи передаточной функции имеет ряд преимуществ по сравнению с разложением (1) [2]. Выделяя первые два члена разложения (2), которые являются наиболее существенными, получим:

$$\frac{H}{Q} = -\frac{8T_r}{\Phi^2} \left[\frac{P}{\rho^2 + \left(\frac{\pi}{\Phi}\right)^2} + \frac{P}{\rho^2 + \left(\frac{3\pi}{\Phi}\right)^2} \right] \quad (3)$$

Из (3) выведем упрощенное уравнение гидравлического удара, представленное в виде обыкновенного дифференциального уравнения.

Применяя к уравнению (3) теорему свертывания, получим:

$$h(t) = \frac{8T_r}{\Phi^2} \left[\int_0^t q(\tau) \cos \frac{\pi}{\Phi} (t-\tau) d\tau + \int_0^t q(\tau) \cos \frac{3\pi}{\Phi} (t-\tau) d\tau \right] \quad (4)$$

Дифференцируя (4) дважды по времени, получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^2h}{dt^2} = & -\frac{16T_r}{\Phi^2} \frac{dq}{dt} + \frac{8\pi^2 T_r}{\Phi^4} \int_0^t q(\tau) \cos \frac{\pi}{\Phi} (t-\tau) d\tau + \\ & -\frac{72\pi^2 T_r}{\Phi^4} \int_0^t q(\tau) \cos \frac{3\pi}{\Phi} (t-\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (5)$$

Продифференцируем (5) по времени, получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^3h}{dt^3} = & -\frac{16T_r}{\Phi^2} \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{80\pi^2 T_r}{\Phi^2} q - \frac{8\pi^2 T_r}{\Phi^2} \int_0^t q(\tau) \sin \frac{\pi}{\Phi} (t-\tau) d\tau - \\ & -\frac{216}{\Phi^2} \int_0^t q(\tau) \sin \frac{3\pi}{\Phi} (t-\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (6)$$

Умножая (4) на $\frac{\pi^2}{\Phi}$ и далее на $\frac{9\pi^2}{\Phi^2}$, затем решая совместно с (5), получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^2h}{dt^2} + \frac{\pi^2}{\Phi^2} h = & -\frac{16T_r}{\Phi^2} \frac{dq}{dt} - \frac{64T_r \pi^2}{\Phi^4} \int_0^t q(\tau) \cos \frac{3\pi}{\Phi} (t-\tau) d\tau, \\ \frac{d^3h}{dt^3} + \frac{9\pi^2}{\Phi} h = & -\frac{16T_r}{\Phi^2} \frac{d^2q}{dt^2} - \frac{64\pi^2 T_r}{\Phi^4} \int_0^t q(\tau) \cos \frac{\pi}{\Phi} (t-\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (7)$$

Дифференцируя дважды уравнения (7) и решая совместно с (1), окончательно получим:

$$\Phi^4 \frac{d^4h}{dt^4} + 10\pi^2 \Phi^2 \frac{2d^2h}{dt^2} + 9\pi^2 h + 16T_r \Phi^2 \frac{2d^2q}{dt^2} + 80\pi^2 T_r \frac{dq}{dt} = 0. \quad (8)$$

Заметим, что уравнение (8) можно получить из передаточной функции (3) путем непосредственной замены P на $\frac{d}{dt}$. Однако вывод этого уравнения приведен подробно с целью дальнейшего использования промежуточных результатов при нахождении начальных условий. Начальные условия для выведенного дифференциального уравнения находим, исходя из следующего.

В нестационарных режимах в напорном трубопроводе, если не ожидается значительного отклонения скорости агрегата, а следовательно расхода и напора, можно воспользоваться следующей формулой относительного изменения расхода [3, 4]

$$1 + q = r \left(1 + \frac{1}{2} h \right),$$

где r — относительное изменение закрытия направляющего аппарата.

В случае линейного закона изменения закрытия направляющего аппарата

$$r = 1 - \frac{t}{T_s}, \quad (9)$$

где T_s — время полного закрытия направляющего аппарата.

Тогда формула относительного изменения расхода будет

$$1 + q = \left(1 + \frac{t}{T_s} \right) \left(1 + \frac{1}{2} h \right).$$

Из этого уравнения находим:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{1}{T_s} \left(1 + \frac{1}{2} h \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{t}{T_s} \right) \frac{dh}{dt}, \quad (10)$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{1}{T_s} \frac{dh}{dt} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{t}{T_s} \right) \frac{d^2h}{dt^2}, \quad (11)$$

$$\frac{d^3q}{dt^3} = -\frac{3}{2T_s} \frac{d^2h}{dt^2} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{t}{T_s} \right) \frac{d^3h}{dt^3}, \quad (12)$$

при $t = 0$, $h_0(t) = 0$ и $q_0(t) = 0$.

Однако, при $t = 0$ из (4) при однократном дифференцировании по t получим:

$$\left(\frac{dh}{dt} \right)_{t=0} = 0. \quad (13)$$

Подставляя это значение в выражение (10), получим:

$$\left(\frac{dq}{dt} \right)_{t=0} = -\frac{1}{T_s}.$$

Из (5) при $t = 0$ имеем:

$$\left(\frac{d^2q}{dt^2} \right)_{t=0} = -\frac{16}{\omega^2} T_s \left(\frac{dq}{dt} \right)_{t=0} = \frac{16T_s}{\omega^2 T_s}.$$

Подставляя это значение в (11) и учитывая (13), получим

$$\left(\frac{d^2q}{dt^2}\right)_{t=0} = \frac{1}{2} \left(\frac{d^2h}{dt^2}\right)_{t=0} = \frac{8T_1}{\Phi^2 T_2}$$

а из (6) при $t=0$ получим

$$\left(\frac{d^3h}{dt^3}\right)_{t=0} = -\frac{16 T_1}{\Phi^2} \left(\frac{d^3q}{dt^3}\right)_{t=0} = -\frac{128 T_1}{\Phi^2 T_2}$$

Из (11) при $t=0$ имеем

$$\left(\frac{d^3q}{dt^3}\right)_{t=0} = -\frac{3}{2T_1} \left(\frac{d^2h}{dt^2}\right)_{t=0} - \frac{1}{2} \left(\frac{d^3h}{dt^3}\right)_{t=0} = -\frac{8T_1}{\Phi^2 T_2} \left(\frac{3}{T_1} + \frac{8T_1}{\Phi^2}\right)$$

Дифференциальное уравнение можно включить в состав исходных уравнений энергосистемы для их совместного решения на вычислительных машинах.

При моделировании уравнения гидравлического удара в некоторых случаях целесообразно пользоваться разложением обратной передаточной функцией

$$Q(p) = \frac{Q(p, L)}{H(p, L)} = -\frac{1}{T_1} \left[\frac{1}{p} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2p}{p^2 + \left(\frac{2n\pi}{\Phi}\right)^2} \right] \quad (14)$$

С учетом первого члена суммы в уравнении (14) получим:

$$\frac{Q}{H} = -\frac{1}{T_1} \left[\frac{1}{p} + \frac{2p}{p^2 + \left(\frac{2\pi}{\Phi}\right)^2} \right] \quad (15)$$

Применяя теорему свертывания к уравнению (15), получим:

$$q(t) = -\frac{1}{T_1} \int_0^t h(\tau) d\tau - \frac{2}{T_1} \int_0^t h(\tau) \cos \frac{2\pi}{\Phi} (t-\tau) d\tau \quad (16)$$

Дифференцируя (16) дважды по времени, получим

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{3}{T_1} \frac{dh}{dt} + \frac{8\pi^2}{\Phi^2 T_1} \int_0^t h(\tau) \cos \frac{2\pi}{\Phi} (t-\tau) d\tau \quad (17)$$

Решая совместно уравнения (16) и (17), находим:

$$T_1 \frac{d^2q}{dt^2} = -3 \frac{dh}{dt} - \frac{4\pi^2 T_1 q}{\Phi^2} - \frac{4\pi^2}{\Phi^2} \int_0^t h(\tau) d\tau \quad (18)$$

Дифференцируя (18) по времени, окончательно получим

$$\Phi^2 T_1 \frac{d^3q}{dt^3} + 3\Phi^2 \frac{d^2h}{dt^2} + 4\pi^2 \frac{dq}{dt} T_1 + 4\pi^2 h = 0 \quad (19)$$

Это уравнение аналогично уравнению (15), но записано в дифференциальной форме.

Начальные условия полученного дифференциального уравнения в случае линейного закона изменения направляющего аппарата находим из условия, аналогичного предыдущему.

На физической модели Института водных проблем АН АрмССР был проведен опыт и получена осциллограмма $h(t)$ в конце трубопровода при линейном законе закрытия направляющего аппарата. Результат опыта в виде кривой 1 приведен на рис. 1. Тот же самый режим с учетом параметров физической модели был воспроизведен на ММНД путем математического моделирования полученного дифференциального уравнения гидравлического удара (19) с учетом линеаризованного уравнения расхода

$$q = \frac{1}{2} h + p \quad (20)$$

и уравнения относительного изменения направляющего аппарата (9). Результат решения этих уравнений приведен на рис. 1 (кривая 2).

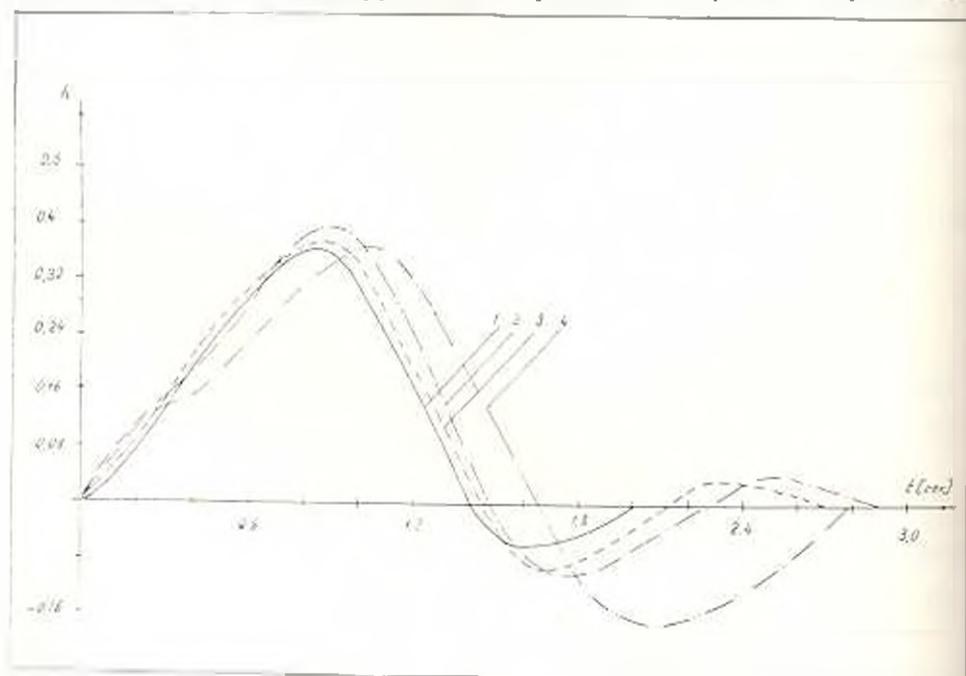


Рис. 1.

На рис. 1 приведен также результат решения уравнения гидравлического удара (8) с учетом уравнений (9) и (20) (кривая 3). На этом же рисунке приведена кривая 4, построенная в результате решения уравнения гидравлического удара, приведенная в [4], совместно с уравнениями (10) и (20). Из рассмотренных кривых (рис. 1) видно, что при моделировании уравнений (19) (кривая 2) решение получается более близким к опытной кривой, чем при моделировании уравнения, приведенного в [4] (кривая 4), а при моделировании уравнения (8) (кривая 3) получается большее приближение к опытной кривой, чем в остальных случаях.

Анализ этих кривых показывает, что уравнение (8) позволяет получить более точное решение, по сравнению с уравнением (10), а точность решения уравнения (19) выше точности решения уравнения, приведенного в [4]. Исходя из этого, при исследовании длительных электромеханических переходных процессов в сложной энергосистеме рекомендуется в состав исходных решаемых систем уравнений включить уравнение (8) или (19) в зависимости от сложности задачи.

Поступило 27.V.1966

В. З. ЗУБОРЗКА

ԷԼԵԿՏՐԱՍԻՍԿԵՄԻ ԶԻՌՈՒՆԵՐՈՒԹՅԱՆ ԱՆՅՈՒՄԱՅԻՆ ՊԵՐՈՅԵՄԻ ՎՐԱ
ԶԻՐՈՒՎՐԻԱԿԱՆ ԷՄՊԵՐՈՒԹՅԱՆ ՀԱՇՎԱՌՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա Վ Փ Ի Ն Փ Ի Ն Ե Մ

Բարդ էներգատեխնիկական աշխատող բարձր ճնշման էլեկտրոկենտրոնների աշխատանքը ոչ ստացիոնար սեփմաների դեպքում նետազատելիս, անհրաժեշտ է որպես ժամանակի ֆունկցիա ունենալ հիդրավիզիկական հարվածի անալիտիկ արտահայտությունը, որը բավականին ճիշտ պետք է նկարագրի այդ երևույթը և հեշտությամբ մոդելացվի անալոգային հաշվի մեթոդների վրա:

Հողվածում առաջարկվում է մոտավոր գիֆերենցիայի հավասարում, որով բավականին ճիշտ է նկարագրվում շիպունացած պրոցեսը բարձր ճնշման էլեկտրոկենտրակայանի խողովակաշարի վերջում, և արվում է այդ հավասարման սկզբնական պայմանների որոշման եղանակ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Под редакцией акад. Костенко М. П. Электродинамическое моделирование энергетических систем. Изд. АН СССР, 1959.
2. Акопян С. Г. К математическому моделированию гидроагрегата электростанции. Изв. АН СССР (энергетика и транспорт), № 1, 1966.
3. Семенин В. В., Фомина Е. П. О моделировании поворотолапастных гидротурбин на электронных интеграторах. Декады 4-й междуз. конференции по применению физ. и мат. моделирования. Сборник 2, МЭИ, 1962.
4. Поняскин Н. К. Аналитическое выражение уравнений гидравлического удара при закрытии в конце трубопровода. Известия АН АрмССР, № 2, 1961.