ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XX, № 6, 1967 Серия технических наук

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

Т. А. ГОРОЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНСТРУКЦИОННОГО ГИСТЕРЕЗИСА В УЗЛАХ СБОРНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ РАМНЫХ СИСТЕМ

При колебаниях сооружений внутреннее трение в материале является не единственной причиной рассеяния энергии [1]. Возникновение сил кулоновского трения в сочленениях (подвижных и неподвижных) приводит также к рассеянию энергии, или к так называемому явлению *конструкционного гистерезиса*. В статье рассматривается конструкционный гистерезис в узлах сборных железобетонных рамных систем. В этих узлах рассеяние энергии в основном происходит в растворных швах, заполняющих полости стыков. Используя принципы, примененные Я. Г. Пановко при исследованиях в области конструкционного демпфирования [2], рассмотрен процесс циклических деформаций шва, вызванный действием изгибающего момента.

Так как при замоноличивании сборных конструкций дается предпочтение соединениям, способным к развитию упруго-пластических деформаций [3], и допускается применение раствора прочностью на одну ступень ниже проектной марки бетона соединяемых элементов [4], то деформативность шва оказывается значительно выше деформативности материала стыкуемых элементов. Поэтому в первом приближении растворный шов, толщина которого δ во много раз меньше его остальных размеров, можно рассматривать как упругую прокладку между двумя абсолютно жесткими плитами, нагруженную моментом M, действующим в плоскости xOy (рис. 1, б). Предполагая напряжения и деформации в направлении оси z полностью отсутствующими ($\sigma_z = 0$ и $\varepsilon_z = 0$), достаточно исследовать деформацию любой единичной полоски, изображенной на рис. 1, б. Рассмотрим равновесие полоски высотой dy

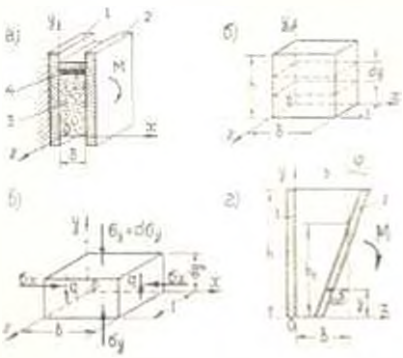

Рис. 1. К анализу работы стыка: а) общая схема, б) единичная полоска, в) нагружение элемента полоски, г) деформации единичной полоски. 1—стойка, 2—ригель, 3—растворный шов, 4—рабочая арматура

(рис. 1, в). На гранях элемента действуют нормальные напряжения; кроме того, грани, параллельные плоскости yOz, нагружены касательными напряжениями $q = f\sigma_x$, являющимися напряжениями трения на поверхностях соприкосновения растворного шва с ригелем и со стойкой. Принимая сжимающие напряжения за положительные и предполагая смещение элемента в положительном направлении оси y, уравнение равновесия в проекции на ось y будет*

$$\frac{d\sigma_x}{dy} + \frac{2f}{\delta}\sigma_x = 0. \tag{1}$$

Используя закон Гука

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y) \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x) \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

и считая деформации сжатия за положительные, будем иметь

$$\frac{d\varepsilon_y}{dy} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{d\sigma_x}{dy} - E\frac{d\varepsilon_x}{dy}\right). \tag{3}$$

При высоте сжатой зоны h_c и повороте концевого сечения ригеля на угол φ (рис. 1, г) деформация растворного шва будет

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta\delta}{\delta} = \frac{(h_c - y)\,\mathrm{tg}\,\varphi}{\delta}.$$

Вследствие малости угла φ можно положить

$$\frac{d\varepsilon_x}{dy} = -\frac{\varphi}{\delta}. \tag{4}$$

Подставляя выражения (3) и (4) в (1), получим

$$\frac{d\sigma_x}{dy} + \frac{2f\mu}{\delta}\sigma_x + \frac{E\varphi}{\delta} = 0. \tag{5}$$

При граничном условии $\sigma_x(h_c) = 0$ решение этого уравнения имеет вид

$$\sigma_x = \frac{E\varphi}{\lambda\delta}\left[e^{\lambda(h_c - y)} - 1\right], \tag{6}$$

где $\lambda = \frac{2f\mu}{\delta}$ представляет собой постоянную шва.

Выражение (6) соответствует этапу нагружения стыка. При разгружении изменяется направление сил трения q и закон распределения напряжений получится изменением знака при коэффициенте трения f в выражении (6), а именно:

---

* Возникающие на гранях элемента касательные напряжения, образуя согласно свойству их парности самоуравновешенную систему, не войдут в составляемое уравнение и поэтому на рис. 1, в не показаны.

$$\sigma_x = \frac{E\varphi}{f\delta}\left|1 - e^{-f(h_c - y)}\right|. \qquad (7)$$

Полученные зависимости справедливы только при возникновении сил кулоновского трения и $y < h_c$. При значении коэффициента трения $f = 0$ выражения (6) и (7) после раскрытия неопределенности превращаются в известную формулу сопротивления материалов:

$$\sigma_x = \frac{M(h_c - y)}{J}, \qquad (8)$$

где J — момент инерции контактного сечения растворного шва.

Для построения расчетным путем петли гистерезиса рассмотрим работу стыка в целом при постепенном нагружении и разгружении; при этом можно выделить три характерных стадий напряженно-деформированного состояния.

Стадия I. При малых нагрузках напряжения в растворном шве и арматурных стержнях невелики и деформации носят упругий характер. Распределение напряжений в растворе растянутой зоны линейное, а в сжатой описывается уравнением (6); положение нейтраль-

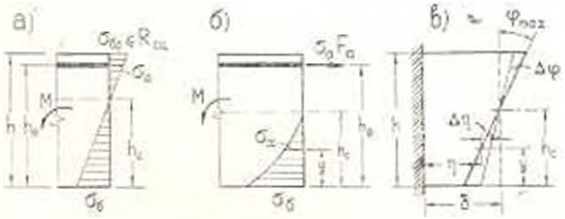

Рис. 2. Напряженно-деформированные состояния стыка: а) стадия I; б) стадия II; в) промежуточный этап.

ной оси (h_c) постоянное (рис. 2, а). С увеличением нагрузки напряжения в растворе растянутой зоны приближаются к прочности нормального сцепления раствора с бетоном — $R_{сц}$. Далее происходит разрыв контактного слоя — образование трещины, которая быстро распространяется до нейтральной оси, смещающейся в сторону сжатой зоны. С раскрытием трещины раствор растянутой зоны полностью выключается из работы и наступает новое качественное состояние — стадия II. Так как $R_{сц}$ величина небольшая, то стадия II наступает при небольших нагрузках. Поэтому, при циклических нагружениях и разгружениях, установление зависимости „нагрузка-деформация" для стадии I не представляет практического интереса.

Стадия II. Внутреннее растягивающее усилие воспринимается растянутой арматурой, сжимающее усилие — раствором сжатой зоны. Распределение напряжений в растворном шве описывается уравнением (6), у грани сжатой зоны $\sigma_б < R_и$ (где $R_и$ — предел прочности раствора на сжатие при изгибе). Положение нейтральной оси и высота сжатой зоны h_c определяются из условия равенства внутренних

растягивающих и сжимающих усилий (рис. 2, б); при прямоугольном сечении контактного слоя шва шириной b

$$\sigma_a F_a = b \int_0^{h_c} \sigma_x \, dy, \tag{9}$$

где σ_a — напряжение в растянутой арматуре; F_a — площадь сечения растянутой арматуры.

Так как деформации по высоте сечения изменяются линейно и сечение при изгибе остается плоским, то

$$\sigma_a = \frac{E_a \varphi (h_0 - h_c)}{\lambda h_c} (e^{\lambda h_c} - 1), \tag{10}$$

где E_a — модуль упругости арматуры.

Подставляя (6) и (10) в (9), получим

$$h_c = (e^{\lambda h_c} - 1) \left| \frac{1}{\lambda} - \frac{E_a F_a (h_0 - h_c)}{E b h_c} \right|. \tag{11}$$

Как видно из (11), положение нейтральной оси не зависит от нагрузки и, при заданных параметрах стыка, h_c — величина постоянная.

Зависимость „нагрузка-деформация" устанавливается из условия равенства изгибающего момента и момента пары внутренних усилий:

$$M = b \int_0^{h_c} \sigma_x (h_0 - y) \, dy. \tag{12}$$

Подставляя выражения (6) и (7) в (12), получим:

а) на этапе *нагружения*

$$M = C_1 \varphi, \tag{13}$$

где

$$C_1 = \frac{bE}{\lambda^2} \left\{ \left(h_0 - \frac{1}{\lambda} \right) \left[\frac{1}{\lambda} (e^{\lambda h_c} - 1) - h_c \right] + \frac{h_c^2}{2} \right\}; \tag{14}$$

б) на этапе *разгружения*

$$M = C_2 \varphi, \tag{15}$$

где

$$C_2 = \frac{bE}{\lambda^2} \left\{ \left(h_0 + \frac{1}{\lambda} \right) \left[h_c - \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda h_c}) \right] - \frac{h_c^2}{2} \right\}. \tag{16}$$

Таким образом, как при нагружении, так и при разгружении зависимость M от φ линейна. Разложив экспоненциальные члены, входящие в (14) и (16), в степенные ряды и рассмотрев разность $C_1 - C_2$, нетрудно убедиться, что $C_1 > C_2 > 0$.

Зависимости (13) и (15), изображенные на рис. 3 лучами *1* и *3*, получены при допущении прямого и обратного проскальзываний растворного шва стыка. Ясно, что между процессами, описываемыми лу-

чами *1* и *3*, должен лежать промежуточный этап, соответствующий изменению направления сил трения. На этом этапе отсутствует как прямое, так и обратное проскальзывание и происходит жесткое сцепление растворного шва по всей высоте сжатой зоны. В этом случае $\varepsilon_y = 0$ и из (2) вытекает, что

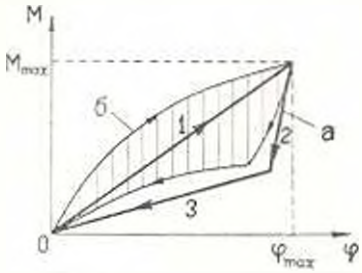

Рис. 3. Петля гистерезиса: а) при $E = \text{const}$; б) при $E = E(\varepsilon)$.

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu}\,\varepsilon_x. \tag{17}$$

На промежуточном этапе изменение изгибающего момента на величину ΔM приведет к изменению угла поворота концевого сечения ригеля на величину $\Delta\varphi$ и, соответственно, изменению деформации шва на величину $\Delta\gamma_i = (h_c - y)\,\Delta\varphi$ (рис. 2, в). Если в конце этапа нагружения угол поворота концевого сечения ригеля φ_{max}, то изменение относительной деформации шва составит

$$\Delta\varepsilon_x = \frac{\Delta\gamma_i}{\gamma_i} = \frac{(h_c - y)\,\Delta\varphi}{\delta - (h_c - y)\,\varphi_{max}}, \tag{18}$$

чему, согласно (17), соответствует изменение напряжения

$$\Delta\sigma_x = \frac{E}{1-\mu}\,\frac{(h_c - y)\,\Delta\varphi}{\delta - (h_c - y)\,\varphi_{max}}. \tag{19}$$

Для установления зависимости между ΔM и $\Delta\varphi$ запишем момент относительно центра тяжести растянутой арматуры:

$$\Delta M = b\int_0^{h_c} \Delta\sigma_x\,(h_0 - y)\,dy. \tag{20}$$

Подставляя (19) в (20), имеем:

$$\Delta M = C_3\Delta\varphi, \tag{21}$$

где

$$C_3 = \frac{b\delta E}{(1-\mu)\,\varphi_{max}}\left[h_c - \frac{h_c h_0}{\delta}\,\varphi_{max} - \left(h_0 - h_c + \frac{\delta}{\varphi_{max}}\right)\ln\left(1 - \frac{h_c\,\varphi_{max}}{\delta}\right)\right]. \tag{22}$$

На этапе жесткого сцепления зависимость M от φ будет иметь вид

$$M = \left(1 - \frac{C_3}{C_1}\right)M_{max} + C_3\,\varphi, \tag{23}$$

где M_{max} — максимальная нагрузка цикла.

Зависимость (23) изображена на рис. 3 лучом *2*. Таким образом, при циклических нагружениях и разгружениях петля гистерезиса имеет форму треугольника, описанного лучами *1*, *2* и *3*. Зависимости (13), (15) и (23) были получены в предположении постоянного значения модуля деформации раствора E. Но в растворе, как в материале уп-

руго-пластическом, имеет место нелинейная зависимость между напряжениями и деформациями. Поэтому зависимости (13), (15) и (23) в действительности не линейны и петля гистерезиса будет иметь вид кривой, изображенной на рис. 3.

Полученные зависимости справедливы только при упругих деформациях материалов стыка. С появлением пластических деформаций наступает новое качественное состояние — стадия III. В этой стадии напряжения в растворе сжатой зоны приближаются к R_u и наступает разрушение стыка. Причем, оно может произойти как по растянутой арматуре, так и по раствору сжатой зоны. Поскольку в области расчетных нагрузок работа стыка происходит по стадии II, то построение петли гистерезиса для стадии III не представляет практического интереса и поэтому нами не рассматривается.

Итак, при заданных параметрах стыка, согласно (13), (15) и (23) можно построить петлю гистерезиса и определить ее площадь, представляющую величину энергии, рассеянной за цикл. Для оценки количественного влияния допущений, принятых нами при решении за-

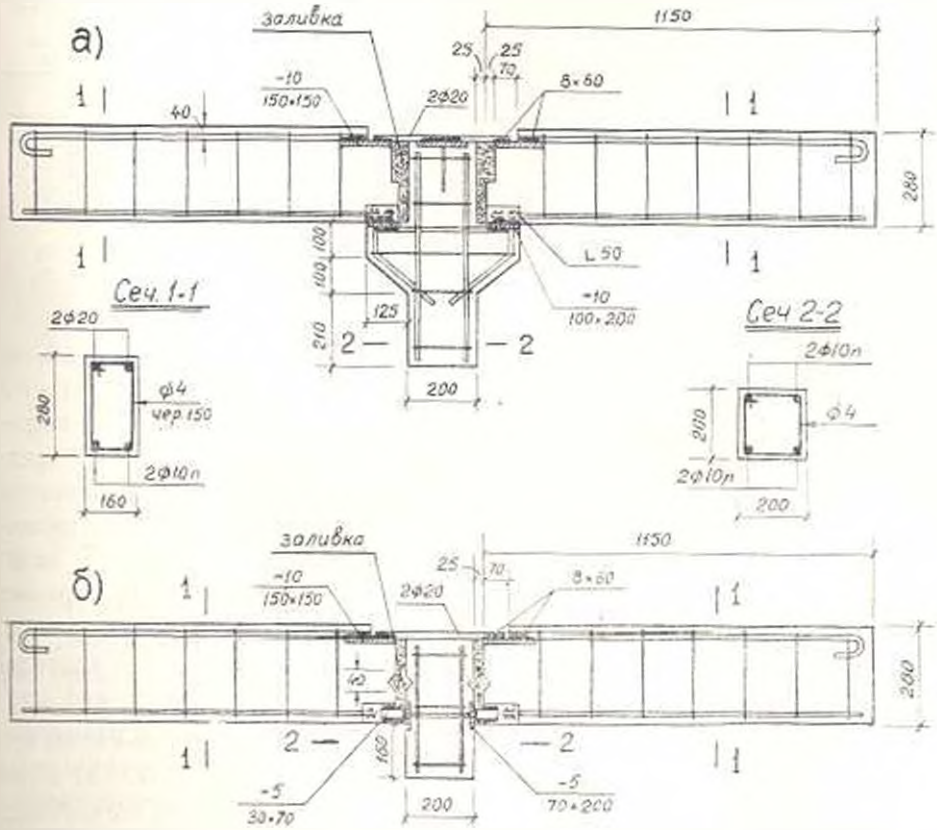

Рис. 4. Конструкции железобетонных образцов. а) с узлом типа ГИПРОТИС; б) с узлом типа б. ШИИС.

дачи, проведена экспериментальная проверка. Так как в рамных узлах, помимо изгибающего момента, действует также поперечная сила,

для восприятия которой прибегают к различным конструктивным решениям (растворные шпонки, консольные столики колонн и др.), то экспериментированы два типа узлов, наиболее распространенных в строительной практике, а именно: конструкции ГИПРОТИС и конструкции б. ЦНИПС. Испытания проводились с железобетонными образцами, конструкции и размеры которых приведены на рис. 4. В качестве инертных использованы дробленый песок и щебень из туфа ереванского типа. Характеристики образцов приведены в табл. 1. Заливка полостей стыков была осуществлена раствором с кубиковой прочностью $R_{28}=176$ *кГ/см²*. Значения предельных нагрузок вычислены по СНиП [4], принимая R_a и R_b соответственно равными пределу текучести арматуры ($\sigma_T = 2500$ *кГ/см²*) и 90% кубиковой прочности бетона в день испытания образца.

Таблица 1

Характеристики железобетонных образцов

Тип узла	Номера образцов	Возраст образца в день испытания в днях	Кубиковая прочность бетона (*кГ/см²*)		Объемный вес бетона *т/м³*	Предельная нагрузка $M_{пр}$ *Т.м*
			28-дневная	в день испытания образца		
Конструкции ГИПРОТИС	1	303	170	292	1,77	4,27
	2	302	168	288	1,78	4,31
	3	321	150	260	1,79	4,33
Конструкции б. ЦНИПС	4	271	157	264	1,73	4,32
	5	270	181	300	1,75	4,25

Испытания образцов проводились по схеме, приведенной на рис. 5. Нагружение и разгружение образцов осуществлялось ступенями, с интервалом между ними 30 *сек*, с замером прогибов посредине пролета. Устойчивые петли гистерезиса получались после трехкратного нагружения и разгружения образцов. Значения физической величины коэффициента поглощения энергии в образце — ψ_0, определенные по петлям гистерезиса при различных значениях максимальной нагрузки цикла, приведены в табл. 2. Поскольку, при циклических нагружениях и разгружениях образцов, конструкционный гистерезис возникает одновременно с внутренним поглощением энергии в материале сопрягаемых элементов, то величина энергии, рассеянной одним стыком за цикл деформации, будет

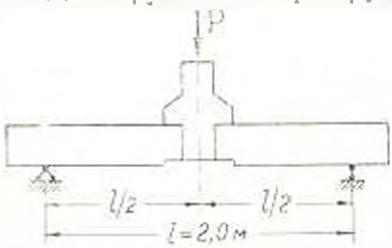

Рис. 5. Схема испытания образцов.

$$\omega = (\psi_0 - \psi_M)\,\frac{W}{2}, \qquad (24)$$

Таблица 2

Результаты испытаний образцов

Номера образцов	Максимальная нагрузка цикла		Максимальная деформация цикла y_{max} мм	Коэффициент поглощения (физическая величина)		Энергия деформации, поглощенная за цикл стыком (кГ·см)		$\frac{\omega}{\omega_1}$
	P кГ	$M/M_{пр}$		образца в целом ψ_0	материала образца $\psi_м$	по результатам испытаний ω	вычисленная по предлагаемому способу ω_1	
1	1000	0,12	1,14	0,013	0,007	0,17	0,38	0,45
	2000	0,23	2,23	0,028	0,015	1,43	1,50	0,95
	3000	0,35	3,28	0,037	0,022	3,59	3,39	1,06
	4000	0,47	4,32	0,046	0,029	7,24	6,02	1,20
2	1000	0,12	1,10	0,016	0,007	0,23	0,38	0,60
	2000	0,23	2,09	0,027	0,015	1,28	1,50	0,85
	3000	0,34	3,01	0,033	0,022	2,43	3,39	0,72
	4000	0,46	3,99	0,047	0,029	7,18	6,02	1,19
3	1000	0,11	1,30	0,014	0,007	0,22	0,38	0,50
	2000	0,23	2,34	0,025	0,014	1,02	1,50	1,07
	3000	0,35	3,24	0,034	0,022	2,88	3,39	0,85
	4000	0,46	4,14	0,046	0,029	7,19	6,02	1,20
4	1000	0,12	1,45	0,015	0,007	0,29	0,38	0,77
	2000	0,23	2,64	0,031	0,015	2,15	1,50	1,43
	3000	0,35	3,79	0,039	0,022	4,83	3,39	1,4[illegible]
	4000	0,46	4,83	0,048	0,029	9,09	6,02	1,51
8	1000	0,12	1,34	0,019	0,007	0,38	0,38	1,02
	2000	0,23	2,65	0,033	0,015	2,46	1,50	1,64
	3000	0,35	3,83	0,040	0,022	5,03	3,39	1,49
	4000	0,47	5,01	0,051	0,029	10,58	6,02	1,76

где $W = \frac{Py_{max}}{2}$ — полная энергия деформации, $\psi_м$ — коэффициент внутреннего поглощения материала образца.

Значения ω, определенные по (24) для всех испытанных образцов, приведены в табл. 2. Причем, значения $\psi_м$ заимствованы из [3], в которой даны удвоенные значения технической величины $\psi_м$ для туфожелезобетонных балок, которые по своим основным характеристикам (процент армирования, состав и прочность бетона) идентичны испытанным образцам №№ 1÷5.

Для сопоставления опытных значений ω с расчетными по выражениям (13), (15) и (23) построены теоретические петли гистерезиса и определены их площади—ω_1, при параметрах стыка: $\delta = 25$ *мм*, $\mu = 0.2$, $f = 0,7$, $E_{ст} = 60\,000$ *кГ/см²*. Сопоставление значений ω и ω_1 (табл. 2) показывает близкую сходимость для узлов конструкции

ГИПРОТИС. Имеющее место небольшое расхождение следует приписать непостоянству модуля деформации раствора E. Для узлов конструкции б. ЦНИПС значения ω заметно больше ω_1, что вызвано наличием растворных шпонок, увеличивающих площадь контактного слоя.

Таким образом, экспериментальная проверка показала приемлемость предлагаемого способа расчета для практических целей.

Армянский НИИ
стройматериалов и сооружений

Поступило 2.X.1967

Տ. Ա. ԳՈՐՅԱՆ

ԿՈՆՍՏՐՈՒԿՑԻՈՆ ՀԻՍՏԵՐԵԶԻՍԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՀԱՎԱՔՈՎԻ ԵՐԿԱԹՐԵՏՈՆԱՅԻՆ ՇՐՋԱՆԱԿԱՅԻՆ ՍԻՍՏԵՄՆԵՐԻ ՀԱՆԳՈՒՅՑՆԵՐՈՒՄ

Ամփոփում

Կառուցվածքների տատանումների ժամանակ նյութի մեջ առաջացող ներքին շփումը էներգիայի ցրման միակ պատճառը չէ։ Հողավորումներում առաջացող կուլոնյան շփման ուժերը նույնպես բերում են տատանումների էներգիայի ցրման, կամ, այսպես կոչված, կոնստրուկցիոն հիստերեզիսի երևույթին։

Հոդվածում դիտվում է կոնստրուկցիոն հիստերեզիսի երևույթը հավաքովի երկաթբետոնե շրջանակային սիստեմների հանգույցներում, ուր տատանումների էներգիայի ցրումը հիմնականում տեղի է ունենում կցվածքի շաղախի կարանում։ Ուսումնասիրված է կարանի դեֆորմացիայի պրոցեսը ծռող մոմենտի ցիկլային ազդեցության դեպքում։ Տրված է կոնստրուկցիոն հիստերեզիսի հետևանքով առաջացող էներգիայի կորուստի հաշվման եղանակ և դուրս են բերված հաշվային բանաձևեր։

Խնդրի տեսական լուծման ժամանակ կատարված ընդունելությունների բանականական ադեկվատությունը գնահատելու նպատակով, էքսպերիմենտալ եղանակով ուսումնասիրվել են հիստերեզիսային կորուստները հավաքովի երկաթբետոնե շրջանակային կոնստրուկցիաների հանգույցներում։ Փորձարկումների ստացված և տաքարկված եղանակով հաշված էներգիայի կորուստի մեծությունների համադրումը ցույց է տալիս կատարված ընդունելությունների իրագործելիությունը գործնական հաշվարկների համար։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Назаров А. Г.* Метод инженерного анализа сейсмических сил. Изд. АН Арм.ССР, 1959.
2. *Пановко Я. Г.* Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. Физматгиз, 1960.
3. Строительные нормы и правила. Строительство в сейсмических районах. СНиП II—А. 12—62. Госстройиздат, 1963.
4. Строительные нормы и правила. Бетонные и железобетонные конструкции. СНиП II—В. 1—62. Госстройиздат. 1962.
5. *Горян Т. А.* Влияние характера изменения изгибающих моментов на рассеяние энергии колебаний железобетонных элементов. „Известия АН Армянской ССР (серия технических наук)", т. XVIII, № 1, 1965.