

М. Г. БАРСЕГЯН

О ФОРМУЛЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПОТЕРЬ ПРИ НЕУСТАНОВИВШЕМСЯ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ

Известно, что для установившегося режима движения энергия затраченная на единицу веса жидкости, равна

$$h_w = \frac{\tau_0 l}{\gamma R} \quad (1)$$

где τ_0 — касательное напряжение на стенке трубопровода; γ — объемный вес жидкости; R — гидравлический радиус; l — длина исследуемого участка трубопровода.

Известно также, что при установившемся движении касательное напряжение τ_0 зависит от динамической вязкости μ , от плотности жидкости ρ , от диаметра трубы d и от скорости движения жидкости v , т. е.

$$\tau_0 = \tau_0(\mu, \rho, d, v).$$

Так как при неуставившемся движении кинематические величины меняются во времени, то касательное напряжение τ_0 также будет меняться во времени и определится следующими параметрами:

$$\tau_0 = \tau_0(\mu, \rho, d, v, t). \quad (2)$$

Пользуясь теорией размерностей, можем записать

$$\tau_0 = k \mu^x \rho^y d^z v^m t^n, \quad (3)$$

где k — коэффициент пропорциональности; x, y, z, m, n — показатели, подлежащие определению. Записывая размерности величин, входящих в уравнение (3) после группировки показателей, получим

$$ML^{-1}T^{-2} = M^x L^{x-2x-2z-x+2m} T^{-x+y+n},$$

Из условия равенства показателей в левой и правой частях уравнения имеем:

$$\begin{aligned} x + y &= -1; \\ -x - 3y + z + m &= -1; \\ -x + n - z &= -2. \end{aligned}$$

Если выразить показатели x, y и m через z и n , уравнение (3) примет вид:

$$\tau_0 = k \mu^{1-x-2z} \rho^{x-3z-1} v^{x-2z-2} t^n. \quad (4)$$

Группируя величины с одинаковыми показателями, одновременно умножая и деля уравнение на $\frac{\rho^2}{\eta^2}$, получим

$$\tau_0 = k \left(\frac{\rho}{\eta} \right)^n \left(\frac{\rho v d}{\eta} \right)^2 \left(\frac{v t}{d} \right)^n \frac{\rho^2}{\eta^2}.$$

Так как число Рейнольдса $Re = \frac{\rho v d}{\eta}$, а $St = \frac{v t}{d}$ (число Струхала), уравнение примет вид

$$\tau_0 = k Re^{2-n} St^n \frac{\rho^2}{\eta^2}. \quad (5)$$

Если допустить, что формулы (1) для некоторого момента времени справедлива и при неустановившемся движении жидкости, на основании (1) и (5) при значении гидравлического радиуса для труб круглого сечения $R = \frac{d}{4}$, получим

$$h_w = \frac{4l}{\gamma d} k Re^{2-n} St^n \frac{\rho^2}{\eta^2}. \quad (6)$$

Обозначив $\mu = \frac{\rho}{\eta}$ и $\gamma = \frac{\rho g}{\eta}$, $\gamma^2 = \frac{\rho^2 g^2}{\eta^2}$ из выражения (6), получим величину потерь энергии при неустановившемся движении

$$h_w = \lambda_{wy} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}. \quad (7)$$

Здесь $\lambda_{wy} = 8k Re^{2-n} St^n \dots$ (8) — коэффициент сопротивления трения при неустановившемся движении.

Формула (7) по внешнему виду полностью совпадает с известной формулой Дарси-Вейсбаха, откуда следует, что структура формул для определения потерь энергии при неустановившемся и установившемся движении одинакова, отличается лишь значением коэффициента сопротивления λ , который при неустановившемся движении, кроме числа Рейнольдса, зависит также от числа Струхала, т. е. от фактора времени.

Значение коэффициента сопротивления λ при установившемся движении является частным случаем уравнения (8). При $n=0$ λ_{wy} равняется коэффициенту сопротивления установившегося движения, т. е.

$$\lambda_v = 8k Re^{2-n}.$$

В силу изложенного можно отметить, что при неустановившемся движении жидкости появляется новый критерий нестационарности в виде числа Струхала, влияние которого на потери энергии пока не установлено.