ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

В. В. КАЗАКЕВИЧ, Р. С. РАФАЕЛЯН, Л. Р. АМИЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ШАГОВОГО ТИПА С ПРЕДВЫЧИСЛЕНИЕМ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ЗНАЧЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХ

Исследуется часто встречающаяся в технике шаговая система экстремального регулирования с объектом, представляемым последовательным соединением экстремального звена, звена чистого запаздывания и следующей за ними цепочки из двух апериодических звеньев первого порядка. Структурная схема показана на рис. 1; $y^* = f(x)$

$y_0 = y_{\text{уставленная}}$
 Э.Р. — экстремальное регулирование

Рис. 1.

представляет собой экстремальную характеристику, аналитическое выражение которой неизвестно, но известно, что она имеет только один экстремум, не имеет точек разрыва и допускает разрывы непрерывности $f'(x)$ второго рода. $W_i(p) = e^{-p\tau_i}$, где τ_i — время чистого запаздывания

$$W_i(p) = \frac{1}{T_i p + 1} \quad ; \quad i = 1, 2.$$

В работах [1, 2, 3] получены алгоритмы наискорейшего поиска экстремума в шаговых идеализированных системах экстремального регулирования (ШСЭР) второго, третьего и n -го порядков. Делалось допущение, что измерения свободны от ошибок, за счет чего получали точное решение системы уравнения. В настоящей работе учитывается влияние помех для системы 2-го порядка.

Связь между динамическим выходом y и статическим выходом $f(x)$ данной системы представляется уравнением:

$$e^{\mu} (T_1 p + 1) (T_2 p + 1) y = f(x). \quad (1)$$

Допустим в начальный момент времени $t = 0$, $x = x_0$ и

$$y = y_0, \quad y' = y_0' \quad (2)$$

(в общем случае $y_0 \neq f(x_0)$) и затем в момент $t = +0$ совершенно мгновенное смещение входа Δx , $|\Delta x| = k = \text{const}$. В течение времени чистого запаздывания $0 \leq t \leq \tau_3$ переходный процесс определяется начальными условиями (2) и возмущением $f(x_0) - y_0$, а начиная с момента $t = \tau_3$, переходный процесс будет определяться другими начальными условиями и новым значением возмущения $f(x_0 + \Delta x) - y_1$, где y_1 — решение уравнения (1) при $t = \tau_3$ с начальными условиями (2). Во временном интервале $[0, \tau_3]$ переходный процесс в координатах $\Delta = y - y_0$, t будет описываться уравнением:

$$(T_1 p + 1)(T_2 p + 1) \Delta = a_0, \quad (3)$$

где $a_0 = f(x_0) - y_0$ — возмущение.

В новой системе координат начальные условия примут вид:

$$\Delta(0) = 0; \quad \Delta'(0) = \Delta_0', \quad (4)$$

Решение уравнения (3) при начальных условиях (4) имеет вид:

$$\Delta(t) = a_0 \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}} \right) + \frac{\Delta_0' T_1 T_2}{T_1 - T_2} \left(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}} \right). \quad (5)$$

На рис. 2 кривые $y = f(x)$ и $\Delta = \Delta(t)$ условно изображены вместе. Начиная с момента $t = \tau_3$, динамика объекта описывается уравнением

Рис. 2.

$$\Delta_1(t) = \Delta_1\tau_3 + a_1 \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t-\tau_3}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t-\tau_3}{T_2}} \right) + \frac{\Delta_1 T_1 T_2}{T_1 - T_2} \left(e^{-\frac{t-\tau_3}{T_1}} - e^{-\frac{t-\tau_3}{T_2}} \right), \quad (6)$$

где $a_1 = f(x_0 + \Delta x) - y_0$, а $\Delta_1\tau_3$ — значение функции $\Delta(t)$ в момент времени $t = \tau_3$.

Итак, переменные $\Delta_1\tau_3$, a_1 , Δ_1 и $\Delta_1(t)$ связаны функциональной зависимостью (6), математический закон которой известен, но сами эти величины неизвестны. Если сделано три исходных измерения, то определение их есть задача, требующая решения системы трех уравнений с 3-я неизвестными. Если мы произведем n измерений ($n > 3$) через равные интервалы времени τ то получим систему уравнений с большим числом уравнений, чем число неизвестных. Если бы измерения были свободны от ошибок, то мы отбросили бы "лишние" уравнения. Но так как измерения неточны, то каждое новое измерение добавляет некоторую новую информацию. Применим в этом случае для определения неизвестных параметров метод наименьших квадратов. Полученная в результате n ($n > 3$) измерений система в общем случае несовместных уравнений с тремя неизвестными будет иметь вид

$$\begin{aligned} \Delta_{11} - \Delta_1\tau_3 &= a_1 \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{\tau}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{\tau}{T_2}} \right) + \\ &+ \frac{\Delta_1 T_1 T_2}{T_1 - T_2} \left(e^{-\frac{\tau}{T_1}} - e^{-\frac{\tau}{T_2}} \right), \\ \Delta_{12} - \Delta_1\tau_3 + a_1 \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{2\tau}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{2\tau}{T_2}} \right) &+ \\ &+ \frac{\Delta_1 T_1 T_2}{T_1 - T_2} \left(e^{-\frac{2\tau}{T_1}} - e^{-\frac{2\tau}{T_2}} \right), \\ \dots \dots \dots \\ \Delta_{1n} - \Delta_1\tau_3 + a_1 \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{n\tau}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{n\tau}{T_2}} \right) &+ \\ &+ \frac{\Delta_1 T_1 T_2}{T_1 - T_2} \left(e^{-\frac{n\tau}{T_1}} - e^{-\frac{n\tau}{T_2}} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\Delta_{1i} = \Delta(\tau_3 + i\tau)$, $i = 1, 2, \dots, n$.

Введем обозначения

$$\begin{aligned} 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{i\tau}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{i\tau}{T_2}} &= A_i, \\ \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} \left(e^{-\frac{i\tau}{T_1}} - e^{-\frac{i\tau}{T_2}} \right) &= B_i. \end{aligned} \quad (8)$$

С учетом обозначений (8) получаем следующую систему из несовместных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{11} + a_1 A_1 + \Delta_1 B_1 - \Delta_{11} &= 0, \\ \Delta_{12} + a_1 A_2 + \Delta_1 B_2 - \Delta_{12} &= 0, \\ \dots &\dots \\ \Delta_{1n} + a_1 A_n + \Delta_1 B_n - \Delta_{1n} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Если в систему (9) поставить какую-нибудь систему значений $\Delta_{11}, a_1, \Delta_1$, то левые части уравнений (9) в общем случае будут равны не нулю, а соответственно $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$.

Определим систему значений $\Delta_{11}, a_1, \Delta_1$ таким образом, чтобы сумма

$$E = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (\Delta_{1i} + a_1 A_i + \Delta_1 B_i - \Delta_{1i})^2$$

была минимальна. Отсюда получается система:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial E}{\partial \Delta_{11}} &= n \Delta_{11} + a_1 \sum_{i=1}^n A_i + \Delta_1 \sum_{i=1}^n B_i - \sum_{i=1}^n \Delta_{1i} = 0, \\ \frac{1}{2} \frac{\partial E}{\partial a_1} &= \Delta_{11} \sum_{i=1}^n A_i + a_1 \sum_{i=1}^n A_i^2 + \Delta_1 \sum_{i=1}^n A_i B_i - \sum_{i=1}^n \Delta_{1i} A_i = 0, \\ \frac{1}{2} \frac{\partial E}{\partial \Delta_1} &= \Delta_{11} \sum_{i=1}^n B_i + a_1 \sum_{i=1}^n A_i B_i + \Delta_1 \sum_{i=1}^n B_i^2 - \sum_{i=1}^n \Delta_{1i} B_i = 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

На основании (10) получим

$$a_1 = \frac{\begin{vmatrix} n & \sum_{i=1}^n \Delta_{1i} & \sum_{i=1}^n B_i \\ \sum_{i=1}^n A_i & \sum_{i=1}^n \Delta_{1i} A_i & \sum_{i=1}^n A_i B_i \\ \sum_{i=1}^n B_i & \sum_{i=1}^n \Delta_{1i} B_i & \sum_{i=1}^n B_i^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & \sum_{i=1}^n A_i & \sum_{i=1}^n B_i \\ \sum_{i=1}^n A_i & \sum_{i=1}^n A_i^2 & \sum_{i=1}^n A_i B_i \\ \sum_{i=1}^n B_i & \sum_{i=1}^n A_i B_i & \sum_{i=1}^n B_i^2 \end{vmatrix}}$$

$$\Delta a_1 = \frac{\begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n \Delta_{1i}, & \sum_{i=1}^n A_i, & \sum_{i=1}^n B_i \\ \sum_{i=1}^n \Delta_{1i} A_i, & \sum_{i=1}^n A_i^2, & \sum_{i=1}^n A_i B_i \\ \sum_{i=1}^n \Delta_{1i} B_i, & \sum_{i=1}^n A_i B_i, & \sum_{i=1}^n B_i^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n, & \sum_{i=1}^n A_i, & \sum_{i=1}^n B_i \\ \sum_{i=1}^n A_i, & \sum_{i=1}^n A_i^2, & \sum_{i=1}^n A_i B_i \\ \sum_{i=1}^n B_i, & \sum_{i=1}^n A_i B_i, & \sum_{i=1}^n B_i^2 \end{vmatrix}}$$

Отсюда можно определить

$$y_1^* = y_0 + \Delta_{1r} + a_1.$$

В [1] доказывается, что, поступая аналогичным образом, в интервале между двумя последовательными смещениями входа можно прогнозировать за короткий промежуток времени значение переходного процесса, вызванного смещением входа при произвольном k -м шаге при бесконечно большом t .

Причем, каждый следующий шаг делается после определения

$$\gamma_k = y_{k+1}^* - y_k^*$$

по признаку

$$\Delta x_{k-1} = k \cdot \text{sign}(\gamma_k \cdot \Delta x_k),$$

где

$$y_k^* = y_0 + \sum_{i=1}^{k-1} \Delta_{in}^* + \Delta_{kn} + a_k,$$

при этом

$$a_k = \frac{\begin{vmatrix} n_k, & \sum_{i=1}^n \Delta_{ki}, & \sum_{i=1}^n B_i \\ \sum_{i=1}^n A_i, & \sum_{i=1}^n \Delta_{ki} A_i, & \sum_{i=1}^n A_i B_i \\ \sum_{i=1}^n B_i, & \sum_{i=1}^n \Delta_{ki} B_i, & \sum_{i=1}^n B_i^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n, & \sum_{i=1}^n A_i, & \sum_{i=1}^n B_i \\ \sum_{i=1}^n A_i, & \sum_{i=1}^n A_i^2, & \sum_{i=1}^n A_i B_i \\ \sum_{i=1}^n B_i, & \sum_{i=1}^n A_i B_i, & \sum_{i=1}^n B_i^2 \end{vmatrix}}$$

a Δ_{in}^* вычисляется из уравнения

$$\Delta_{in}^* = \Delta_{i-1} + a_i \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{\pi T_1}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{\pi T_2}{T_1}} \right) + \frac{\Delta_i T_1 T_2}{T_1 - T_2} \left(e^{-\frac{\pi T_1}{T_1}} - e^{-\frac{\pi T_2}{T_1}} \right),$$

где Δ_{i-1} , a_i и Δ_i — значения, полученные из критерия наименьших квадратов.

Следовательно,

$$\delta_k = y_{k-1} - y_k = (\Delta_{in}^* - \Delta_{k+1}) - (a_{k+1} - a_k). \quad (12)$$

В общем случае для $(k+1)$ -го шага имеем:

$$\Delta_{k+1} = k \cdot \text{sign} \{ |(\Delta_{kn}^* - \Delta_k) + \Delta_{i-1}) - (a_{k-1} - a_k)| \cdot \Delta x_k \}. \quad (13)$$

Выражением (13) определяется стратегия ПСЭР в случае объекта, представляемого звеном чистого запаздывания и двумя инерционными звеньями. Данная стратегия обеспечивает более быстрый поиск экстремума по сравнению с обычными ПСЭР.

Рассмотрим важный случай, когда $\tau_3 = 0$, т. е. имеется объект, представляемый двумя аperiodическими звеньями первого порядка, следующими за звеном с экстремальной характеристикой. При этом переходный процесс, вызванный k -м шагом, будет определяться уравнением:

$$\Delta_k(t) = a_k \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}} \right) + \frac{\Delta_k T_1 T_2}{T_1 - T_2} \left(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}} \right). \quad (14)$$

Из $\tau_3 = 0$ следует, что $\Delta_{k+1} = \Delta_{k-1} = 0$ и (12) получает вид:

$$\delta_k = \Delta_{kn}^* - (a_{k+1} - a_k)$$

и для $(k+1)$ -го шага получаем алгоритм:

$$\Delta_{k+1} = k \cdot \text{sign} \{ |[\Delta_{kn}^* + (a_{k+1} - a_k)] \Delta x_k \}. \quad (15)$$

Часто в процессе работы объект меняет некоторые из своих параметров. Так, например, постоянные времени T_1 и T_2 могут колебаться под влиянием различных факторов в некоторых пределах. При этом применение выведенного алгоритма поиска экстремума может вызвать ошибочное изменение исходного параметра. Следовательно, не всегда можно считать заданными постоянными T_1 и T_2 уравнения (14). Считая T_1 и T_2 неизвестными параметрами объекта, определим алгоритм поиска экстремума.

Сделав n ($n > 4$) измерений значений переходного процесса через равные промежутки времени τ , получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}
 \Delta_{k1} &= a_1 \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}} \right) + \\
 &\quad + \frac{\Delta_1 T_1 T_2}{T_1 - T_2} \left(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}} \right), \\
 \Delta_{k2} &= a_2 \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}} \right) + \\
 &\quad + \frac{\Delta_2 T_1 T_2}{T_1 - T_2} \left(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}} \right), \\
 \Delta_{kn} &= a_n \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}} \right) + \\
 &\quad + \frac{\Delta_n T_1 T_2}{T_1 - T_2} \left(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}} \right).
 \end{aligned} \tag{16}$$

Положив

$$\begin{aligned}
 \frac{\Delta_1 T_1 T_2 - T_1}{T_1 - T_2} &= C_1, \quad e^{-\frac{t}{T_1}} = U_1, \\
 \frac{\Delta_2 T_1 T_2 - T_2}{T_1 - T_2} &= D_1, \quad e^{-\frac{t}{T_2}} = U_2
 \end{aligned}$$

и сделав соответствующие преобразования в уравнениях системы (16)* получим:

$$\begin{aligned}
 \Delta_{k1} &= a_1 - C_1 U_1^2 - D_1 U_1^2, \\
 \Delta_{k2} &= a_2 + C_2 U_1^2 - D_2 U_2^2, \\
 \Delta_{kn} &= a_n + C_n U_1^2 - D_n U_2^2.
 \end{aligned} \tag{17}$$

Составив первые разности уравнений системы (17), определим C_k и D_k из двух уравнений новой системы и подставив в оставшиеся уравнения системы, получим

$$\begin{aligned}
 b_{k1} U_1 U_1 - b_{k2} (U_1 - U_2) + b_{k3} &= 0, \\
 b_{k2} U_2 U_2 - b_{k1} (U_1 - U_2) - b_{k3} &= 0, \\
 b_{k(n-1)} U_1 U_2 - b_{k(n-2)} (U_1 - U_2) - b_{k(n-1)} &= 0.
 \end{aligned} \tag{18}$$

Если в систему (18) подставить какую-нибудь систему значений $\{U_1, U_2\}$, то $(n-3)$ результаты подстановки в общем случае будут равны $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{n-3}$. Определим $\{U_1, U_2\}$ таким образом, чтобы сумма квадратов ошибок была минимальной.

Из этого условия получается следующая система двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial E}{\partial (U_1 U_2)} &= U_1 U_2 \sum_{i=1}^{n-3} b_{ki}^2 - (U_2 + U_1) \sum_{i=1}^{n-3} b_{ki} b_{k(i+1)} + \\ &+ \sum_{i=1}^{n-3} b_{ki} b_{k(i+2)} = 0, \\ \frac{1}{2} \frac{\partial E}{\partial (-U_1 - U_2)} &= U_1 U_2 \sum_{i=1}^{n-3} b_{ki} b_{k(i+1)} - (U_1 - U_2) \sum_{i=1}^{n-3} b_{k(i+1)} + \\ &+ \sum_{i=1}^{n-3} b_{k(i+1)} b_{k(i+2)} = 0, \end{aligned} \right\} (19)$$

Пусть $\{U_1^*, U_2^*\}$ — решение системы (19), не противоречащее физическому смыслу задачи. Тогда, так как

$$U_1^* = e^{-\frac{\tau_1^*}{T_1}}, \quad U_2^* = e^{-\frac{\tau_2^*}{T_2}},$$

то получим:

$$T_1^* = \frac{\tau_1^*}{\ln U_1^*} \quad \text{и} \quad T_2^* = \frac{\tau_2^*}{\ln U_2^*}.$$

Следовательно, система уравнений (16) запишется в виде

$$\Delta_{k1} = a_k E_{k1} + \Delta_k D_{k1},$$

$$\Delta_{k2} = a_k E_{k2} + \Delta_k D_{k2},$$

$$\Delta_{kn} = a_k E_{kn} + \Delta_k D_{kn},$$

где

$$E_{ki} = \frac{T_1^*}{T_1^* - T_2^*} e^{-\frac{\tau_i}{T_1^*}} + \frac{T_2^*}{T_1^* - T_2^*} e^{-\frac{\tau_i}{T_2^*}},$$

$$D_{ki} = e^{-\frac{\tau_i}{T_1^*}} - e^{-\frac{\tau_i}{T_2^*}}.$$

Таким образом получили в общем случае несовместную систему из n уравнений с неизвестными a_k , Δ_k .

Тогда сумма квадратов ошибок

$$E = \sum_{i=1}^n \delta_i^2 = \sum_{i=1}^n (a_k E_{ki} + \Delta_k D_{ki} - \Delta_{ki})^2.$$

Из условия минимума E получаем

$$\frac{1}{2} \frac{\partial E}{\partial a_k} = a_k \sum_{i=1}^n E_{ki}^2 + \Delta_k \sum_{i=1}^n D_{ki} E_{ki} - \sum_{i=1}^n \Delta_{ki} E_{ki} = 0,$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial E}{\partial \Delta_{k-1}} = a_k \sum_{i=1}^n E_{ki} D_{ki} + \Delta_{k-1} \sum_{i=1}^n D_{ki}^2 - \sum_{i=1}^n \Delta_{ki} D_{ki} = 0.$$

Откуда

$$\alpha_k = \frac{|\Delta \sigma_k|}{|\Delta|}$$

Подставляя полученное значение α_k в (14), получим для системы экстремального регулирования второго порядка постоянные времени, T_1 и T_2 , которых неизвестны, алгоритм быстрого поиска экстремума с полупутным определением T_1 и T_2 в интервале между двумя последовательными смещениями входа.

Московский полиграфический
институт

Поступило 20.IV.1967.

Վ. Վ. ԿԱԶԿՈՎԻՉ, Պ. Ս. ԻՆՅԱՆՍԿԱՆ, Լ. Ռ. ԱՐՅԱՆ

ՆԱԿԱԿԱՆ ՀԱՆՎԱՐԿՈՒՄՈՎ ԲԱՅՎԱՅԻՆ ՏԻՊԻ ԷԿՍՏՐԵՄԱԼ ԿԱՌԱՎՈՐՄԱՆ
ՍԻՍՏԵՄՆԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ ԿԱՆԳԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԱՐԿԱՅՈՒԹՅԱՄԸ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Վ

Հետազոտվում են բարձր հաճախականության խանգարումների ազդեցության տակ գտնվող 2-րդ կարգի քայլային ախտի իներցիոն էքստրեմալ սխեմաները: Գտնվում է աչքիսի սխեմաների էքստրեմալ կառավարման սարատեղիան, որը թույլ է տալիս կարճ ժամանակում (համեմատած եղած սարատեղիաների հետ) գտնել էքստրեմումը: Միաժամանակ այդ սարատեղիան փոքրացնում է խառուսիկ քայլերի հաճախականությունը:

Տվյալ սարատեղիայի առավելություններին է նաև այն, որ պետք չէ անպատճառ իմանալ օբյեկտի բոլոր պարամետրերը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Կազկովիչ Վ. Վ. О процессе экстремального регулирования инерционных объектов при наличии возмущений. Тр. I международного конгресса ЦФАК, том II, изд. АН СССР, 1961.
2. Կազկովիչ Վ. Վ. Об алгоритме наискорейшего поиска в импульсных системах экстремального регулирования. Автоматика и телемеханика. № 12, 1966.
3. Կազկովիչ Վ. Վ., Րաֆայելյան Բ. Մ. Об алгоритме наискорейшего поиска экстремума в инерционных системах n -го порядка. Труды III Всесоюзного симпозиума (в печати).