

С. М. КАЗАРЯН

К ВОПРОСУ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ПРИТОКА ПОДЗЕМНЫХ ВОД В МНОГОСЛОЙНОЙ ФИЛЬТРУЮЩЕЙ СРЕДЕ

По генеральной схеме комплексного использования водных ресурсов предполагается при помощи глубоких скважин произвести забор воды в определенных точках Араратской равнины, которая рассматривается как область разгрузки подземных вод, формирующихся на Арагацских и Гегамских массивах и в системе гор Большого и Малого Арарата.

Почво-грунты Араратской равнины представлены суглинными грунтами мощностью от 3 до 15 м (рис. 1). Ниже этого слоя простирается первый водоносный горизонт

мощностью от 5 до 120 м, который представлен мелкими песками, местами с прослойками суглинных линз. Воды первого водоносного слоя слабонапорные. Ниже первого водоносного слоя залегают озерные глины, которые простираются почти по всей площади Араратской равнины. Ниже этих озерных глин залегают галечники и лавы, мощность которых достигает 50-300 м. Этот слой и составляет артезианский водоносный горизонт. Воды артезианского бассейна имеют положительный напор, который местами достигает 25 м. Все водоносные горизонты Араратской равнины гидравлически связаны.

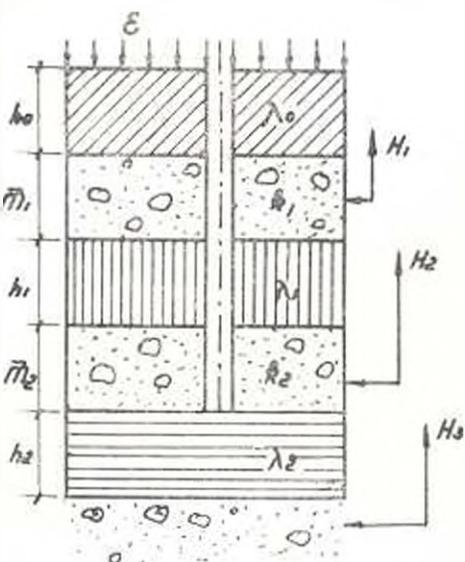


Рис. 1.

Опыт эксплуатации самоизливающихся скважин Араратской равнины и в частности скважин в районе Харатлу показывает, что дебит самоизливающихся скважин изменяется по экспоненциальному закону (рис. 2).

Режимом самоизливающихся скважин при эксплуатации можно управлять задвижками. Возможны следующие случаи эксплуатации скважин: скважины открываются одновременно, т. е. расход увеличивается в зависимости от числа включенных скважин (рис. 3, кри-

ван I); скважины закрываются постепенно по очереди (кривая II); скважины открываются или закрываются одновременно (кривая III).

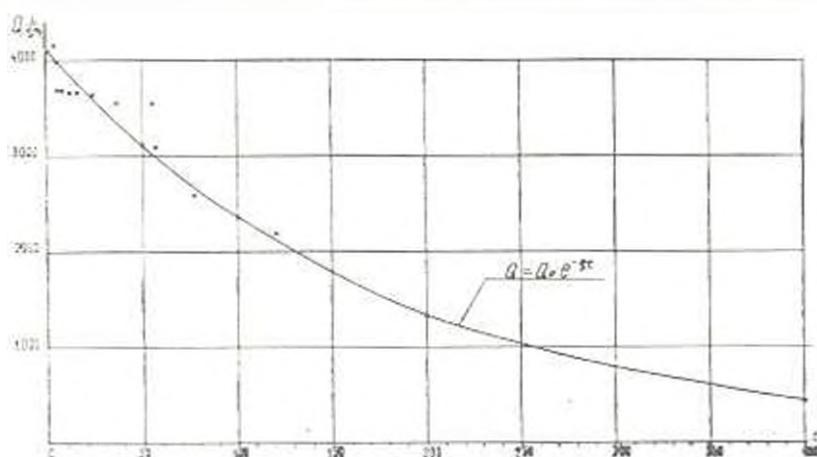


Рис. 2.

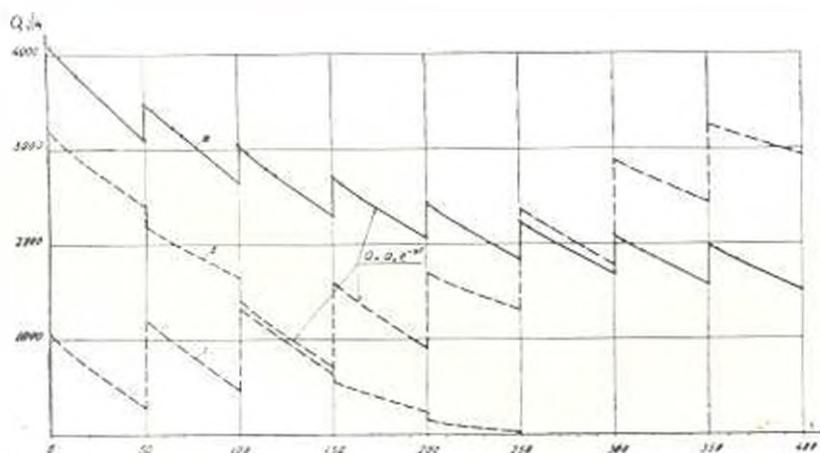


Рис. 3.

В связи с изложенным возникла необходимость решения задачи неустановившегося притока подземных вод в скважину в многослойной фильтрующей среде при переменном режиме излива или откачки.

В условиях, когда скважины занимают сравнительно небольшую площадь по сравнению с площадью подземного резервуара, задача в первом приближении может быть рассмотрена как осесимметричная с граничными условиями, простирающимися в бесконечность.

В свете изложенного нестационарный процесс движения подземных вод в многослойной, гидравлически связанной среде, с учетом инфильтрации поверхностных вод, следуя [1, 2, 3], можно выразить уравнением:

$$m_n \frac{\partial H_n}{\partial t} = m_n k_n \left(\frac{\partial^2 H_n}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_n}{\partial r} \right) - \frac{\lambda_n}{k_n} (H_n - H_{n+1}) - \frac{\lambda_{n-1}}{h_{n-1}} (H_n - H_{n-1}) - \varepsilon, \quad (1)$$

где m_n — коэффициент порозности n -го хорошо проницаемого слоя;

m_n — мощность того же слоя;

k_n — коэффициент фильтрации того же слоя;

H_n — пьезометрический напор;

λ_n — коэффициент фильтрации n -го плохо проницаемого слоя;

h_n — мощность того же слоя;

ε — интенсивность инфильтрации.

При $n = 1$ и $n = 2$ обозначив

$$a_1^2 = \frac{m_1 k_1}{m_2}; \quad b_1^2 = \frac{\lambda_1}{h_1 m_1}; \quad b_2^2 = \frac{\lambda_2}{h_2 m_2}; \quad S_1 = H_1 - H_2; \quad S_2 = H_2 - H_3; \quad (2)$$

$$a_3^2 = \frac{m_2 k_2}{m_3}; \quad b_3^2 = \frac{\lambda_3}{h_3 m_3}; \quad b_4^2 = \frac{\lambda_4}{h_4 m_4}; \quad e = \frac{\varepsilon}{m_2}$$

на основании (1) получим

$$\frac{\partial S_1}{\partial t} = a_1^2 \left(\frac{\partial^2 S_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial S_1}{\partial r} \right) - (b_1^2 - b_2^2) S_1 + b_2^2 S_2 - b_1^2 (H_1 - H_2) - e, \quad (3)$$

$$\frac{\partial S_2}{\partial t} = a_2^2 \left(\frac{\partial^2 S_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial S_2}{\partial r} \right) + b_1^2 S_1 - (b_1^2 + b_2^2) S_2.$$

Система (3) нами решается при следующих начальных и граничных условиях:

$$\begin{aligned} S_1(r, t) \Big|_{t=0} &= \alpha_1 = H_1 - H_2; \\ S_2(r, t) \Big|_{t=0} &= \alpha_2 = H_2 - H_3; \\ S_1(r, t) \Big|_{r \rightarrow \infty} &= \text{ограничено} \\ S_2(r, t) \Big|_{r \rightarrow \infty} &= \text{ограничено} \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{при } t > 0; \quad (4)$$

$$Q_1 = 0 = -2\pi r m_1 k_1 \frac{\partial S_1}{\partial r} \Big|_{r=r_1};$$

$$Q_2 = Q_0 e^{-at} = -2\pi r m_2 k_2 \frac{\partial S_2}{\partial r} \Big|_{r=r_2}.$$

Здесь Q_0 — расход скважины в начальный момент самоналива;

q — постоянная, определяемая по данным опыта;

t — время.

Применяя для уравнений (3) преобразование Лапласа относительно переменной t и учитывая начальные условия, получим:

$$\alpha_1^2 \left(\bar{S}_1 - \frac{1}{r} \bar{S}_1 \right) - (b_1^2 + b_2^2 + P) \bar{S}_1 + b_1^2 \bar{S}_2 = \frac{b_2^2 (H_2 - H_0) + e}{P} - \alpha_1, \quad (5)$$

$$\alpha_2^2 \left(\bar{S}_2 + \frac{1}{r} \bar{S}_2 \right) + b_1^2 \bar{S}_1 - (b_1^2 + b_2^2 + P) \bar{S}_2 = -\alpha_2.$$

Система уравнений (5) имеет частное решение в виде $\bar{S}_1 = \bar{S}_{10}$ и $\bar{S}_2 = \bar{S}_{20}$, где \bar{S}_{10} и \bar{S}_{20} — постоянные (относительно r), которые соответствуют давлениям H_{10} , H_{20} в водоносных пластах I и II, при заданных значениях H_0 и H_2 .

Используя свойства \bar{S}_{10} и \bar{S}_{20} , получим:

$$-(b_1^2 + b_2^2 + P) \bar{S}_{20} + b_1^2 \bar{S}_{10} = \frac{b_2^2 (H_2 - H_0) + e}{P} - \alpha_1, \quad (6)$$

$$b_1^2 \bar{S}_{10} - (b_1^2 + b_2^2 + P) \bar{S}_{20} = -\alpha_2.$$

Решая системы уравнений (6) относительно \bar{S}_{10} и \bar{S}_{20} , получим:

$$\bar{S}_{10} = \frac{\alpha_1 P^2 + \delta_1 P + \gamma_1}{(P^2 + dP + f)P}, \quad (7)$$

$$\bar{S}_{20} = \frac{\alpha_2 P^2 + \delta_2 P + \gamma_2}{(P^2 + dP + f)P},$$

где

$$f = b_1^2 \left[\frac{b_2^2}{b_1^2} + \frac{b_0^2}{b_1^2} \left(\frac{b_1'^2}{b_1^2} + \frac{b_2^2}{b_1^2} \right) \right];$$

$$d = b_1^2 \left(1 + \frac{b_1'^2}{b_1^2} + \frac{b_0^2}{b_1^2} + \frac{b_2^2}{b_1^2} \right);$$

$$\gamma_1 = \left[- (H_2 - H_0) \left(\frac{b_1'^2}{b_1^2} + \frac{b_2^2}{b_1^2} \right) \frac{b_0^2}{b_1^2} - e \left(\frac{b_1'^2}{b_1^2} + \frac{b_2^2}{b_1^2} \right) \frac{1}{b_1^2} \right] b_1^2;$$

$$\delta_1 = \left[- \frac{b_0^2}{b_1^2} (H_2 - H_0) + \alpha_1 \left(\frac{b_1'^2}{b_1^2} + \frac{b_2^2}{b_1^2} \right) + \alpha_2 - \frac{e}{b_1^2} \right] b_1^2; \quad (8)$$

$$\gamma_2 = - \frac{b_1'^2}{b_1^2} \left[(H_2 - H_0) \frac{b_0^2}{b_1^2} + \frac{e}{b_1^2} \right] b_1^2;$$

$$\delta_2 = \left[\alpha_2 \left(1 + \frac{b_0^2}{b_1^2} \right) + \alpha_1 \frac{b_1'^2}{b_1^2} \right] b_1^2.$$

Для получения общего решения системы уравнений (5) нужно к найденному частному решению (7) прибавить общее решение однородной системы. Система однородных уравнений (5) по своему начертанию напоминает функцию Бесселя мнимого аргумента, решения которой будем искать в виде [4]:

$$\bar{S}_1 = A_1 K_0(\omega r) + B_1 J_0(\omega r); \quad (9)$$

$$\bar{S}_2 = A_2 K_0(\omega r) + B_2 J_0(\omega r).$$

где $I_0(\omega r)$ и $K_0(\omega r)$ — цилиндрические функции мнимого аргумента, соответственно первого и второго рода нулевого порядка.

Используя условия (4), получим:

$$\bar{S}_1 = A_1 K_0(\omega r), \quad (10)$$

$$\bar{S}_2 = A_2 K_0(\omega r).$$

Подставляя значение \bar{S}_1 и \bar{S}_2 в (5) и используя рекуррентные формулы Бесселя, получим:

$$[a_1^2 \omega^2 - (b_1^2 + b_2^2 + P)] A_1 + b_1^2 A_1 = 0, \quad (11)$$

$$b_2^2 A_1 + [a_2^2 \omega^2 - (b_1^2 + b_2^2 + P)] A_2 = 0.$$

Откуда для нетривиального решения получим:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{aP + h \pm \sqrt{a^{11}P^2 + h^4P + h^{11}}}{2a^2}. \quad (12)$$

Подставляя ω_1^2 и ω_2^2 в (12), находим значение A_1 и A_2 с точностью до постоянного множителя

$$A_{11} = A_{12} = 1, \quad (а)$$

$$A_{21,2} = a^{111}P + a^{1V} \sqrt{a^{11}P^2 + h^4P + h^{11}} + a^V, \quad (б)$$

где

$$a^{11} = a_1^4 \left(1 - \frac{a_2^2}{a_1^2}\right)^2;$$

$$h^1 = 2a_1^4 b_1^2 \left[\frac{b_1^2}{b_1^2} + \frac{b_2^2}{b_1^2} - \frac{a_2^2}{a_1^2} \left(1 + \frac{b_1^2}{b_1^2} + \frac{b_0^2}{b_1^2} + \frac{b_2^2}{b_1^2}\right) + \frac{a_2^2}{a_1^2} \left(\frac{b_1^2}{b_1^2} + \frac{b_0^2}{b_1^2}\right) \right];$$

$$h^{11} = a_1^4 b_1^4 \left\{ \left(\frac{b_1^2}{b_1^2} + \frac{b_2^2}{b_1^2}\right)^2 + 2 \frac{a_2^2}{a_1^2} \left[\left(1 - \frac{b_0^2}{b_1^2}\right) \frac{b_1^2}{b_1^2} - \frac{b_2^2}{b_1^2} \left(1 + \frac{b_0^2}{b_1^2}\right) \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{a_2^4}{a_1^4} \left(\frac{b_1^2}{b_1^2} + \frac{b_0^2}{b_1^2}\right)^2 \right\};$$

$$h = a_1^2 b_1^2 \left[\frac{b_1^2}{b_1^2} + \frac{b_2^2}{b_1^2} + \frac{a_2^2}{a_1^2} \left(1 + \frac{b_0^2}{b_1^2}\right) \right];$$

$$a = a_1^2 \left(1 + \frac{a_2^2}{a_1^2}\right); \quad a^{1V} = -\frac{1}{2a_1^2 \cdot b_1^2 \cdot a_1^2}; \quad (13)$$

$$a^{111} = -\frac{1 - a_2^2/a_1^2}{2a_1^2/a_1^2 \cdot b_1^2}; \quad a^V = -\frac{b_1^2/b_1^2 + b_2^2/b_1^2 - a_2^2/a_1^2 (1 - b_0^2/b_1^2)}{2a_1^2/a_1^2}$$

С учетом (а), (б) общее решение системы (5) можно представить в следующем виде:

$$\bar{S}_1 = \bar{S}_{10} + C_1 A_{11} K_0(\omega_1 r) + C_2 A_{12} K_0(\omega_2 r); \quad (14)$$

$$\bar{S}_2 = \bar{S}_{20} + C_1 A_{21} K_0(\omega_1 r) + C_2 A_{22} K_0(\omega_2 r),$$

где C_1 и C_2 — постоянные, определяемые из условия (4)

$$C_1 = \frac{Q_0}{A \sqrt{aP + h + \sqrt{a^{II}P^2 + h^I P + h^{II} (P + q)}} \sqrt{a^{II}P^2 - h^I P - h^{II} K_1(\omega_1 r_0)}$$

$$C_2 = \frac{Q_0}{A \sqrt{aP - h - \sqrt{a^{II}P^2 + h^I P + h^{II} (P + q)}} \sqrt{a^{II}P^2 + h^I P + h^{II} K_1(\omega_1 r_0)}$$

где

$$A = \frac{1,41 \pi r_0 k_2 m_0}{a_1 \frac{a_1}{a_1} \sqrt{\frac{a_1}{a_1} \cdot d_1}}$$

В дальнейшем членом $(aP + h)$ будем пренебрегать по сравнению с $\sqrt{a^{II}P^2 + h^I P + h^{II}}$ как величиной высшего порядка малости. Кроме того, нетрудно заметить, что при этом мы сохраняем все основные физические параметры, от которых зависит процесс фильтрации.

С учетом этого, подставляя значение C_1 и C_2 в систему (14) и переходя от отображающей функции к ее оригиналу, получим:

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{e^{-t} (\gamma_1 t^2 + \delta_1 t + \gamma_1)}{\lambda (\lambda^2 + d\lambda + f)} d\lambda + \\ &+ \frac{Q_0(1-i)}{2\pi i A} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{e^{-t} K_0(\omega r)}{\sqrt{(a^{II}\lambda^2 + h^I \lambda + h^{II})^2 (\lambda + q) K_1(\omega r_0)}} d\lambda + \\ S_2 &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{e^{-t} (\gamma_2 t^2 + \delta_2 t + \gamma_2)}{\lambda (\lambda^2 + d\lambda + f)} d\lambda + \\ &+ \frac{Q_0}{2\pi i A} \left[a^{III} (1+i) \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{e^{-t} K_2(\omega r)}{\sqrt{(a^{II}\lambda^2 + h^I \lambda + h^{II})^2 (\lambda + q) K_1(\omega r_0)}} d\lambda + \right. \\ &+ a^{IV} (1-i) \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{e^{-t} K_0(\omega r)}{\sqrt{a^{II}\lambda^2 + h^I \lambda + h^{II} (\lambda + q) K_1(\omega r_0)}} d\lambda + \\ &\left. + a^V (1+i) \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{e^{-t} K_0(\omega r)}{\sqrt{(a^{II}\lambda^2 + h^I \lambda + h^{II})^2 (\lambda + q) K_1(\omega r_0)}} d\lambda \right], \quad (15) \end{aligned}$$

где

$$\omega = \frac{\sqrt{a^2 \lambda^2 + h^2} - h}{\sqrt{2a}}$$

Линейные интегралы для $S(r, t)$, полученные с помощью теоремы обращения, обычно вычисляются посредством перехода к замкнутому контуру и применением теоремы вычетов [5]. При вычислении линейных интегралов (15) возможны следующие случаи:

1. $\bar{S}(\lambda)$ есть однозначная функция от λ с счетным множеством полюсов. В этом случае, используя контур рис. 4, лемму Жордана и теорему Коши, интеграл (15) можно представить в следующем виде:

$$\int_{\Gamma} = 2\pi i \Sigma Res. \tag{16}$$

2. $\bar{S}(\lambda)$ имеет точку разветвления и только конечное число полюсов. В этом случае, используя контур рис. 5, интеграл (15) можно представить в виде

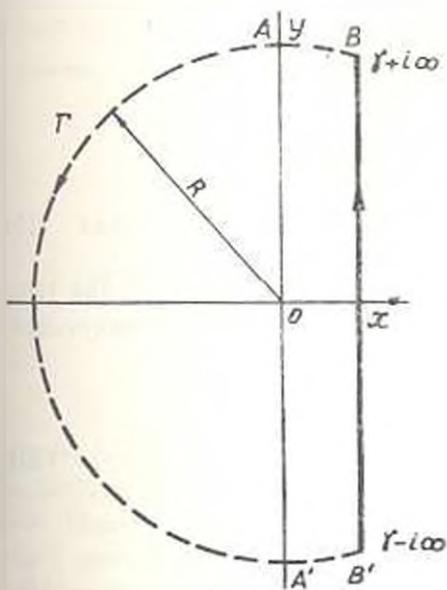


Рис. 4.

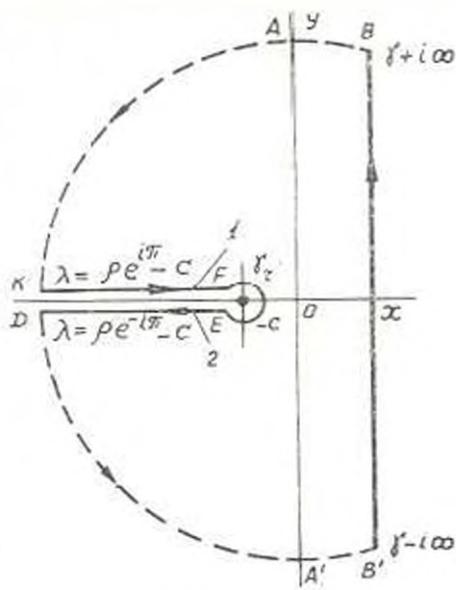


Рис. 5.

$$\int = \int_{KF} + \int_{ED} + \int_{\Gamma_r} + \Sigma Res. \tag{17}$$

Первые подынтегральные функции системы уравнений (15) однозначные. Поэтому будем иметь

при $4f > d^2$

$$\int = e^{-\frac{d}{2}t} (\beta_1 \cos \varphi t + \beta_2 \sin \varphi t) + \frac{\beta_1}{\varphi} \tag{18}$$

$$\int_0^{\varphi} e^{-\frac{d}{2}\varphi'} (\beta_1 \cos \varphi' + \beta_2 \sin \varphi') + \frac{\gamma_1}{f}; \quad (19)$$

при $4f < d^2$

$$\int_0^{\varphi} -e^{-\frac{d}{2}\varphi'} \left| \frac{e^{-\varphi'} (\beta_1 - \beta_2)}{2} + \frac{e^{-\varphi'} (\beta_1 + \beta_2)}{2} \right| + \frac{\gamma_1}{f}; \quad (18')$$

$$\int_0^{\varphi} -e^{-\frac{d}{2}\varphi'} \left| \frac{e^{-\varphi'} (\beta_1 - \beta_2^*)}{2} + \frac{e^{-\varphi'} (\beta_1 - \beta_2^*)}{2} \right| + \frac{\gamma_1}{f}; \quad (19')$$

где

$$\beta_1 = \alpha_1 - \frac{\gamma_1}{f}; \quad \beta_2 = \sqrt{4f - d^2} \frac{\alpha_1 f d - 2\beta_1 f + \gamma_1 d}{f(4f - d^2)}; \quad \beta_1^* = \alpha_2 - \frac{\gamma_2}{f};$$

$$\beta_2^* = \sqrt{4f - d^2} \frac{\alpha_2 f d - 2\beta_2 f + \gamma_2 d}{f(4f - d^2)};$$

$$\varphi = \sqrt{f - \frac{d^2}{4}}; \quad \varphi_1 = \sqrt{\frac{d^2}{4} - f};$$

$$\beta_2^* = \sqrt{d^2 - 4f} \frac{\alpha_1 f d - 2\beta_1 f + \gamma_1 d}{f(4f - d^2)};$$

$$\beta_1^* = \sqrt{d^2 - 4f} \frac{\alpha_2 f d - 2\beta_2 f + \gamma_2 d}{f(4f - d^2)}.$$

Остальные подынтегральные функции системы уравнений (15) многозначные. Вычисление их производится по формуле (17).

Вычисляя эти интегралы и подставляя в систему уравнений (15), расчетные формулы для S_1 и S_2 можно представить в следующем виде:

$$S_1(r, t) = \varphi_1(H) + \frac{Q_0}{r_0 k_2 m_2} \varphi_1(\varphi); \quad (20)$$

$$S_2(r, t) = \varphi_2(H) - \frac{Q_0}{r_0 k_2 m_2} \varphi_2(\varphi).$$

где

$\varphi_1(H)$ и $\varphi_2(H)$ определяются согласно (18) и (19) формулами:

$$\varphi_1(\varphi) = \varepsilon(B - G);$$

$$\varphi_2(\varphi) = \varepsilon \{ 2a^{III} D - (ca^{III} - a^V) B - G [a^{III}(2q - c) - a^V] \};$$

$$\varepsilon = \frac{1,41 \cdot a_2 \frac{a_2^2}{a_1^2} \sqrt{\frac{a_2^2}{a_1^2} b_1^2 e^{-\varphi}}}{ca^{III}}; \quad B = \int_0^{\varphi} \frac{e^{-\varphi'}}{\varphi^{3/2} [q - (\varphi + c)]} M d\varphi;$$

$$G = \frac{\pi}{2} \frac{e^{a^{III} \varphi} K_0(\varphi \sqrt{c - q})}{(c - q)^{3/2} K_1(r_0 \varphi \sqrt{c - q})}; \quad D = \int_0^{\varphi} \frac{e^{-\varphi'}}{\varphi^{3/2} [q - (\varphi + c)]} M d\varphi;$$

$$M = \frac{I_0(r_0x\sqrt{\rho}) Y_1(r_0x\sqrt{\rho}) - J_1(r_0x\sqrt{\rho}) Y_0(r_0x\sqrt{\rho})}{J_1^2(r_0x\sqrt{\rho}) + Y_1^2(r_0x\sqrt{\rho})};$$

$$x = \frac{a^{*1/2}}{a_1^2 \sqrt{2 \frac{a_2^2}{a_1^2}}}; \quad \alpha^* = \left(1 - \frac{a_2^2}{a_1^2}\right)^2; \quad c = \frac{b_1^2}{(1 - a_2^2/a_1^2)^2} (-Z \pm \sqrt{Z^2 - Z'});$$

$$Z = \frac{b_2'^2}{b_1^2} + \frac{b_0^2}{b_1^2} - \frac{a_2^2}{a_1^2} \left(1 + \frac{b_2'^2}{b_1^2} + \frac{b_0^2}{b_1^2} - \frac{b_2^2}{b_1^2}\right) + \frac{a_2^4}{a_1^4} \left(\frac{b_1'^2}{b_1^2} - \frac{b_0^2}{b_1^2}\right);$$

$$Z' = \left(1 - \frac{a_2^2}{a_1^2}\right)^2 \left\{ \left(\frac{b_1'^2}{b_1^2} + \frac{b_2^2}{b_1^2}\right)^2 + 2 \frac{a_2^2}{a_1^2} \left[\frac{b_1'^2}{b_1^2} \left(1 - \frac{b_0^2}{b_1^2}\right) - \frac{b_2^2}{b_1^2} \left(1 - \frac{b_0^2}{b_1^2}\right) \right] + \frac{a_2^4}{a_1^4} \left(\frac{b_1'^2}{b_1^2} + \frac{b_0^2}{b_1^2}\right)^2 \right\}.$$

Для облегчения расчетов функции (20) автором табулированы.

Предлагаемая формула позволяет решить задачу неустановившегося притока подземных вод к скважине в многослойной фильтрующей среде при переменном режиме излива или откачки.

Армянский сельскохозяйственный институт

Поступило 21.II.1967.

Ս. Ի. ՂԱՅՐՅԱՆ

ՔԱՐՏՈՒՆԵՐԻՑ ԳԵՆԵՐԱԳ ԽԵՃԱՎԱՅՐՈՒՄ ՍՏՈՐԵՄԿԵՑԱ ՋՐԵՐԻ ԿՆԵՐՆՈՍՄԱՆ ՀԱՐՑԻ ՇՈՒՐՋԸ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. ս. մ.

Հողվածում արժում է ջրաբեր շերտերում ճշումների հաշվման մեթոդ՝ ուղղաձիգ դրանից ինքնաթիվման և ջրահանման ցանկացած ուժիմների դեպքում, Ընդունվում է, որ ստորերկրյա ջրերի ներհոսումը դեպի ջրհորները կարելի է դիտել առանցքով համարյա՝ անսահմանության ձգտող եզրային պայմաններով:

Ինդիքը լուծվում է (4) հավասարումների սխեմայի օդնոթումը սկզբնական ու եզրային (5) պայմանների դեպքում: Ոպերացիոն հաշվի մեթոդներով (4) հավասարումների սխեմայի լուծումից ստացվել է (20) հավասարումների սխեմայի (20) հավասարումների սխեմայի $\varphi_{1,2}(H)$ և $\varphi_{1,2}(\rho)$ ֆունկցիաներն աղյուսակավորվել են պարամետրների լայն դիապազոնի համար, որը հնչուսցնում է խնդրի լուծումը տարբեր ֆիզրագիտագիտական պայմանների դեպքում:

Պ Ո Ւ Ր Ա Տ Ր Ա

1. Подубаринова-Кочина И. И. Теория движения грунтовых вод. М. ГТТИ, 1952.
2. Матия А. И. Действие колодца в напорном бассейне подземных вод. Изв. Туркменского филиала АН СССР, № 1, 1946.
3. ԳԻ, № 4

3. *Барои В. А.* Неустановившийся приток подземных вод к скважине вертикального дренажа. Изв. АН Узбекской ССР. Вопросы гидротехники, вып. 3, 1961.
4. *Ватсон Г. Н.* Теория Бесселевых функций. Часть вторая, II, 1, 1949.
5. *Андре Анго.* Математика для электро- и радиотехников (перевод с французского). М., 1964.