

Р. П. ДЖАВАХЯН

К СИНТЕЗУ ПЛОСКИХ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ
 С КАЧАЮЩИМЯСЯ КУЛАЧКАМИ

В статье рассматривается задача синтеза рычажно-кулачковых механизмов с качающимся кулачком и центральным толкателем.

Пусть кулачок B , профилированный для воспроизведения заданной функции положения

$$\zeta_0 = \zeta_0(\zeta_k) \quad (1)$$

при его равномерном движении $\left(\frac{d\zeta_k}{dt} = \text{const}\right)$, жестко связан с коро-

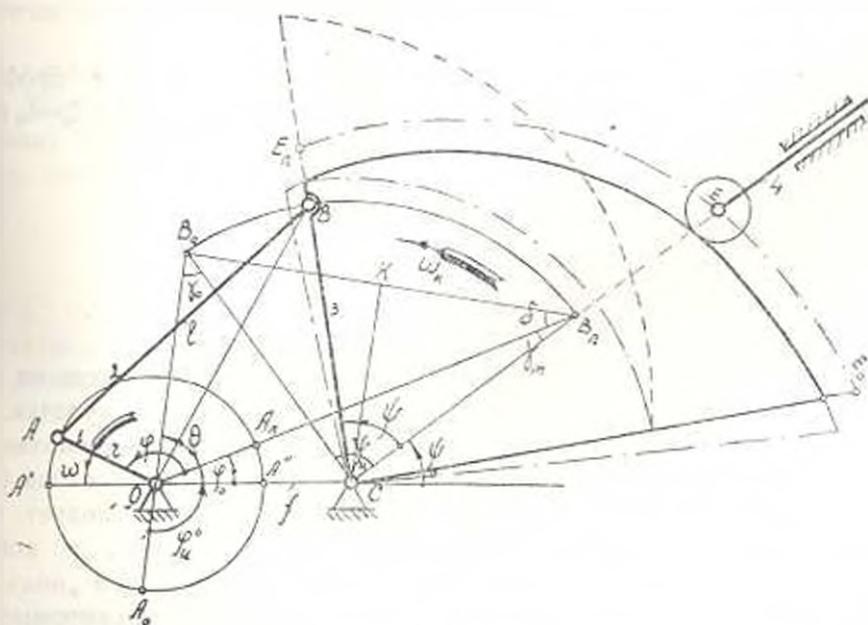


Рис. 1.

мыслом BC коромыслового четырехзвенника $OABC$ (рис. 1) и движется заданной неравномерностью

$$\zeta_k = \zeta_k(k), \quad (2)$$

где $k = t/t_k$ — безразмерный коэффициент времени. Тогда ведомое звено k будет перемещаться по некоторому закону $\zeta = \zeta(k)$. В этих выражениях ζ_0 — коэффициент пути ведомого звена при равномерном

движении кулачка, ζ_k — коэффициент пути кулачка и ζ — действительный коэффициент пути ведомого звена при движении кулачка Z по закону движения коромысла ВС. Полагая, что данному значению k соответствуют коэффициенты пути ζ_k , ζ_0 и ζ , получим связь между этими коэффициентами

$$\zeta(k) = \zeta_0(\zeta_k). \quad (3)$$

Дифференцируя дважды выражение (3) по безразмерному коэффициенту k с учетом (1) и (2), получим

$$\ddot{\zeta}(k) = \ddot{\zeta}_0(\zeta_k) \cdot \dot{\zeta}_k(k) \quad (4)$$

и

$$\dot{\zeta}(k) = \dot{\zeta}_0(\zeta_k) \cdot \dot{\zeta}_k^2 + \ddot{\zeta}_0(\zeta_k) \cdot \dot{\zeta}_k, \quad (5)$$

где $\dot{\zeta}_k$, $\ddot{\zeta}_k$, $\dot{\zeta}$ и $\ddot{\zeta}$ — соответственно коэффициенты скорости и ускорения кулачка и ведомого звена, $\dot{\zeta}_0$ и $\ddot{\zeta}_0$ — коэффициенты скорости и ускорения ведомого звена в случае, когда кулачок Z движется равномерно. Из выражений (1)–(5) следует, что один и тот же закон движения ведомого звена можно получить сочетанием различных исходных законов $\zeta_0 = \zeta_0(\zeta_k)$ и законов движения кулачка $\zeta_k = \zeta_k(k)$. При выборе последних можно исходить из требования улучшения тех или иных характеристик кулачкового механизма или же получения профилей кулачков, позволяющих их дешевое и точное изготовление на универсальных станках.

Так как угол передачи в кулачковой паре зависит от профиля кулачка, а кулачок профилируется по функции положения $\zeta_0 = \zeta_0(\zeta_k)$, то его можно определить по формуле [1]

$$\text{ctg } \gamma_k = \frac{1}{R} \cdot \dot{\zeta}_0(\zeta_k) \cdot \frac{S_0}{\dot{\zeta}_k}, \quad (6)$$

которая с учетом (4) принимает вид [2]

$$\text{ctg } \gamma_k = \frac{1}{R} \cdot \frac{\dot{\zeta}(k)}{\dot{\zeta}_k(k)} \cdot \frac{S_u}{\dot{\psi}_u},$$

где S_u и $\dot{\psi}_u$ — полные перемещения кулачка и ведомого звена на интервале подъема последнего; R — радиус-вектор профиля кулачка.

Рассмотрим сначала задачу синтеза рычажно-кулачкового механизма с качающимся кулачком для воспроизведения заданного закона (типа „подъем-опускание“) движения толкателя. Из рис. 1 следует, что началу подъема толкателя соответствует положение OA_n , а концу подъема — положение OA_0 кривошипа 1. Для законов типа „подъем-опускание“ фазовые углы толкателя равны фазовым углам коромысла, т. е. для опускания толкателя $\varphi_2 = \sphericalangle A_0OA_n$, а для подъема — $\varphi_0 = 2\pi - \sphericalangle A_0OA_n$.

Коэффициент полезного действия рычажно-кулачкового механизма зависит от углов передачи как и кулачковой паре, так и в рычажном механизме. В большинстве случаев рабочим является интервал подъема толкателя. Следовательно, необходимо во всех положениях рычажного механизма, соответствующих подъему толкателя, обеспечивать условие

$$\gamma \geq \gamma_m. \quad (7)$$

где γ и γ_m — текущее и минимально допустимое значение угла передачи от шатуна к коромыслу-кулачку. Кроме того, для уменьшения динамических нагрузок должно быть ограничено значение коэффициента ускорения коромысла-кулачка и его крайних положениях, а для увеличения углов передачи в кулачковой паре необходимо иметь возможно большее значение угла размаха кулачка. Для положений четырехзвенника, соответствующих подъему толкателя, минимальное значение γ_m угла передачи получается в начале подъема (положение OAB_0C четырехзвенника) толкателя. Связь между углом γ_m и размерами четырехзвенника получим из $\triangle OB_0C$

$$\cos \gamma_m = \frac{1 + (l+r)^2 - f^2}{2 \cdot (l+r)}, \quad (8)$$

где r , l и f — относительные размеры кривошипа, шатуна и стойки при длине коромысла $BC=1$.

Угол размаха коромысла-кулачка при угле подъема толкателя $\varphi_0 > \pi$ определяется по формуле

$$\sin \frac{\varphi_0}{2} = \frac{1}{l} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{l^2 + r^2 - (l^2 - r^2) \cdot \cos \varphi_0}. \quad (9)$$

полученной из $\triangle OB_0B_n$ и $\triangle CB_0K$.

Значения аналогов углового ускорения коромысла BC в его крайних положениях можно найти из планов ускорений четырехзвенника, построенных для этих положений

$$\ddot{\varphi}_n = -\frac{r \cdot (l-r)}{l \cdot \sin \gamma_0} \quad \text{и} \quad \ddot{\varphi}_m = \frac{r \cdot (l+r)}{l \cdot \sin \gamma_m},$$

где $\ddot{\varphi}_0$, $\ddot{\varphi}_m$, γ_0 и γ_m — аналоги ускорения коромысла и углы передачи в указанных положениях механизма. После перехода к безразмерным коэффициентам получаем:

$$\xi_{0n} = -\frac{\ddot{\varphi}_0}{\ddot{\varphi}_m} \cdot \frac{r(l-r)}{l \cdot \sin \gamma_0} \quad (10)$$

и

$$\xi_{0m} = \frac{\ddot{\varphi}_m}{\ddot{\varphi}_m} \cdot \frac{r(l+r)}{l \cdot \sin \gamma_m}. \quad (11)$$

Из этих выражений следует, что большее значение ξ_{0n} получается в правом крайнем положении коромысла.

При известных φ_0 , γ_m и ξ_{0n} можно выбрать значение угла размаха φ_0 , тогда параметры r , l и f определятся совместным решением уравнений (8), (9) и (11).

Если кривошип выполняется в виде диска, то траектория шарнира B не должна пересекаться с траекторией шарнира A . Минимальное значение угла φ , при котором выполняется это условие, определится по формуле [3]

$$\operatorname{tg}^2 \gamma \geq \frac{\sin \varphi_a}{3 + \cos \varphi_a}$$

которая с учетом $\delta = 90^\circ - \frac{\varphi_a}{2} - \gamma_m$ (рис. 1) принимает вид

$$\operatorname{ctg} \left(\frac{\varphi_a}{2} + \gamma_m \right) \geq \frac{\sin \varphi_a}{3 + \cos \varphi_a} \quad (12)$$

В этом случае при определении параметров r , l и f значение угла φ_a определяется из (12).

При больших углах $\delta = \varphi_a - \pi$ и малых перемещениях s_a можно потребовать, чтобы в крайних положениях коромысла иметь $\gamma_a = \gamma_m$. Тогда точки C , O , B_0 и B_m располагаются на одной окружности и получаем $\varphi_a = \delta$. Приравнявая значения f , найденные из $\triangle OCB_0$ и $\triangle OCB_m$ получим $l = \cos \gamma_m$. Параметры r и f можно определить по формулам (11) и (8).

Углы φ_0 и φ_6 , характеризующие положение $O A_m B_0 C$ четырехзвенника, соответствующие началу подъема толкателя, получим из $\triangle O B_0 C$

$$\varphi_0 = \arccos \left[\frac{(l+r)^2 - 1 - f^2}{2f} \right] \quad \text{и} \quad \varphi_6 = \arcsin \left(\frac{\sin \varphi_a}{l+r} \right).$$

При известных параметрах коромыслового четырехзвенника можно найти функцию положения $\psi = \psi(\varphi)$. Если известен закон $\zeta = \zeta(k)$ движения центрального толкателя, то профиль кулачка опишется уравнениями

$$\gamma = \zeta_k(k) \cdot \varphi_a \quad \text{и} \quad R = R_0 + \zeta(k) \cdot s_a. \quad (13)$$

Минимальный радиус R_0 кулачка можно найти графическим способом для равномерно вращающихся кулачков, исходя из функции положения $s = s(\psi)$. На рис. 1 имеем $\varphi = (\sphericalangle COB + \sphericalangle BOA) - \varphi_0$ или, подставляя значения, получим

$$\begin{aligned} \varphi = & \arcsin \left(\frac{\sin(\psi + \psi_0)}{r \sqrt{1 + f^2 + 2f \cdot \cos(\psi + \psi_0)}} \right) + \\ & + \arccos \left(\frac{1 + r^2 + f^2 - l^2 + 2f \cdot \cos(\psi + \psi_0)}{2 \cdot r \cdot \sqrt{1 + f^2 + 2f \cdot \cos(\psi + \psi_0)}} \right) - \varphi_0. \end{aligned} \quad (14)$$

Координаты профиля кулачка можно вычислить по (13) и (14), имея в виду, что $\varphi = k \cdot \varphi_0$. Если закон движения толкателя не задан, то целесообразно кулачок профилировать дугой окружности архимедовой спирали. Для архимедовой спирали коэффициент $\zeta_0(\zeta_k) = 1$ и из (6) следует, что минимальное значение угла передачи получается при $R = R_0$. Исходя из требования ограничения минимального угла передачи γ_k^{\min} в кулачковой паре из (6), получим

$$R_0 = \frac{s_a}{\varphi_a} \cdot \operatorname{tg} \gamma_k^{\min}.$$

Уравнение спирали относительно полярной оси OE_0 (рис. 1) будет

$$R = (\dot{\varphi} + \varepsilon \gamma_k^m) \cdot \frac{\delta_0}{\dot{\varphi}_k}$$

Для архимедовой спирали $\delta_0 = 1$ и $\dot{\varphi}_0 = 0$ (в начале и в конце интервала $\dot{\varphi}_0 = \pm \infty$) и из выражений (4) и (5) имеем

$$\delta = \delta_k \text{ и } \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_k. \quad (15)$$

Следовательно, рычажный механизм можно проектировать по условию ограничения коэффициентов ускорения толкателя в его крайних положениях, которые определяются из (10) и (11) с учетом (15).

Определим максимальный коэффициент скорости толкателя на участке его подъема. В соответствии с рис. 2 с учетом (15) получим

$$\delta_{\max} = \dot{\varphi}'_{\max} \cdot \frac{\varphi_u}{\dot{\varphi}_u}, \quad (16)$$

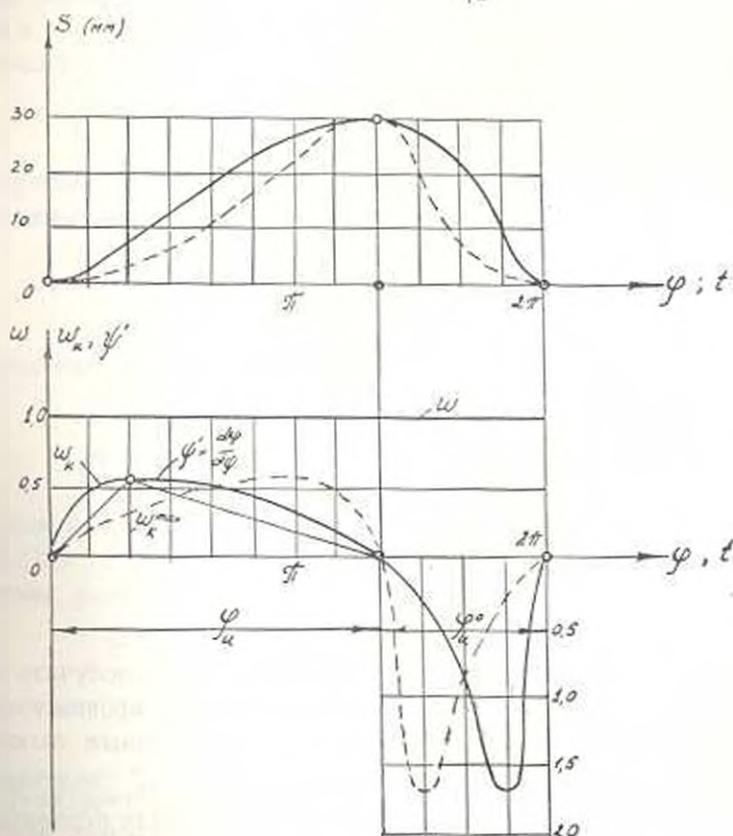


Рис. 2.

где $\dot{\varphi}'_{\max}$ — максимальный аналог угловой скорости кулачка. Из (16) следует, что δ_{\max} уменьшается с увеличением φ_u . Из рис. 2 имеем

$$\varphi_u = \pi \cdot t_u \text{ и } \dot{\varphi}_u = \int_0^u \omega_k \cdot dt = 0,5 \cdot \omega_k^{\max} \cdot t_u$$

откуда с учетом

$$\sin \beta = \frac{R_0 + s_u}{E_0 E_n} \cdot \sin \psi_u \text{ и } E_0 E_n = \sqrt{R_0^2 + (R_0 + s_u)^2 - 2R_0(R_0 + s_u)\cos \psi_u},$$

найденных из $\triangle CE_0E_n$, получим

$$\operatorname{tg} \gamma_k^m = \frac{2 \cdot R_0 (s_u + R_0) \cdot \sin \psi_u}{s_u \cdot (s_u + 2R_0)} \quad (18)$$

Исходя из условия ограничения угла γ_k^m , из (18) получаем минимальный радиус R_0 профиля. Радиус r_1 и смещение $e = O_1C$ найдем соответственно по формулам (17) и

$$e = R_1 \cdot \operatorname{ctg} \gamma_k^m. \quad (19)$$

Формулой (18) можно пользоваться и в том случае, когда центр дуги E_0E_n берется в точке O_2 и минимальный угол передачи γ_k^m получается в точке E_0 . Для этого случая формулы (17) и (18) принимают следующий вид:

$$r_1 = \frac{R_0 + s_u}{\sin \gamma_k^m}, \quad e = (R_0 + s_u) \cdot \operatorname{ctg} \gamma_k^m.$$

Функция положения (1) для кулачкового механизма с кулачком, очерченным дугой окружности, имеет вид

$$\varphi_0 = \frac{1}{s_u} \cdot \left(\sqrt{r_3^2 - [e \cdot \cos(\zeta_k \cdot \psi_u)]^2} + e \cdot \sin(\zeta_k \cdot \psi_u) - R_0 \right). \quad (20)$$

Коэффициент $\delta_0 = \frac{a^2 \cdot \ddot{\varphi}_0}{d^2 \zeta_k}$ можно найти из (20)

$$\delta_0 = \frac{e \cdot \psi_u}{s_u} \left[\frac{\sin(2 \cdot \zeta_k \cdot \psi_u)}{\sqrt{r_3^2 - [e \cdot \cos(\zeta_k \psi_u)]^2}} + \cos(\zeta_k \psi_u) \right]. \quad (21)$$

Имея в виду, что в начале ($\zeta_k = 0$) и в конце ($\zeta_k = 1$) интервала $\delta_k = 0$, из (5), (10), (11) и (21) получим соответствующие коэффициенты ускорения толкателя

$$\begin{aligned} \delta_n &= \frac{e \cdot \psi_u^2}{s_u} \cdot \frac{r \cdot (l+r)}{l \cdot \sin \gamma_m} \text{ и } \delta_m = \frac{e \cdot \varphi_u^2}{s_u} \cdot \frac{r(l-r)}{l \cdot \sin \gamma_k} \\ &\quad \cdot \left[\frac{\sin 2\psi_u}{\sqrt{r_3^2 - (e \cdot \cos \psi_u)^2}} + \cos \psi_u \right]. \end{aligned}$$

При проектировании рычажно-кулачковых механизмов для законов движения толкателя типа „подъем-опускание-выстой“ (рис. 4), кроме ограничения коэффициента ускорения кулачка в его крайних положениях, угла передачи коромыслового четырехзвенника и получения больших углов ψ_u , желательно получить малые значения угла ψ_n — соответствующего выстоку толкателя. Из рис. 4 следует, что точка B_n должна находиться на равных расстояниях от точек A_n и A_n , представляющих положения пальца кривошипа в начале и в конце выстоя, т. е. $\delta = 0,5 \cdot (\varphi_u + \varphi_n)$. Тогда фазовому углу $\varphi_n = \angle A_n O A_n$ нижнего выстоя толкателя будет соответствовать угол $\varphi_k = \angle BCB_n$ пово-

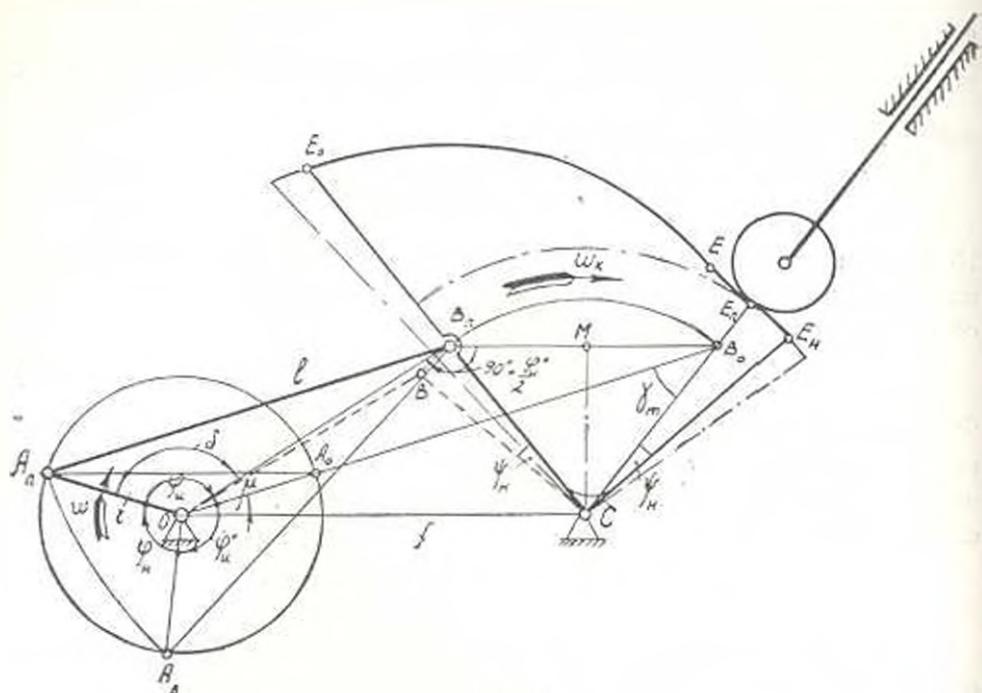


Рис. 4.

рота коромысла и профиль E_1E_2 кулачка, который дважды вызывает выстой толкателя (при прямом и обратном ходах кулачка). Задача синтеза таких механизмов по заданным фазовым углам толкателя, углу передачи γ_m и коэффициенту ускорения L в крайнем положении кулачка сложна. Задачу можно упростить, если полагать, что положения шатуна, соответствующие началу и концу подъема толкателя, параллельны (т. е. $A_1B_1 \parallel A_0B_0$ и $A_2B_2 \parallel A_0B_0$). Тогда при заданных фазовых углах $\varphi_2 > \varphi_0 > \varphi_1$ движения толкателя и углы γ_m находим:

$$r = \frac{\cos(\varphi_1 - \gamma_m)}{\sin \frac{\varphi_2}{2}}, \quad l = r \cdot \left(\frac{2 \cdot \sin \frac{\varphi_2}{2} \cdot \cos \frac{\varphi_1}{2} - 1}{\sin \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}} - 1 \right) \text{ и}$$

$$f = \sqrt{1 + (r + l)^2 - 2(r + l) \cdot \cos \gamma_m}.$$

Подставляя в (11) значения фазовых углов φ_0 и φ_1 коромысла, найденных из выражений $\varphi_0 = \varphi_1 + \varphi_2$ и (9), можно найти значение коэффициента ускорения L_{kl} кулачка.

Коромысловые четырехзвенники, размеры которых удовлетворяют равенству

$$f^2 - 1 = l^2 - r^2, \quad (22)$$

имеют одинаковые экспериментальные значения угла передачи (рис. 5). Для таких механизмов фазовый угол коромысла $\varphi_0 = \angle A_0A_1A_2$ имеет минимально возможное значение, что очень важно для уменьшения L_{kl} . При синтезе симметричного коромыслового четырехзвенника не

обходимо иметь ввиду, что луч OB_n (наклон которого зависит от фазовых углов движения толкателя) должен пересекать траекторию B_0B_n шарнира В. Если рассматривать предельный случай, когда $OB_n \perp B_nC$, то из $\triangle OB_nC$ с учетом (22), получим $(OB_n)^2 = l^2 - r^2$, т. е. $A_nO \perp OB_n$.

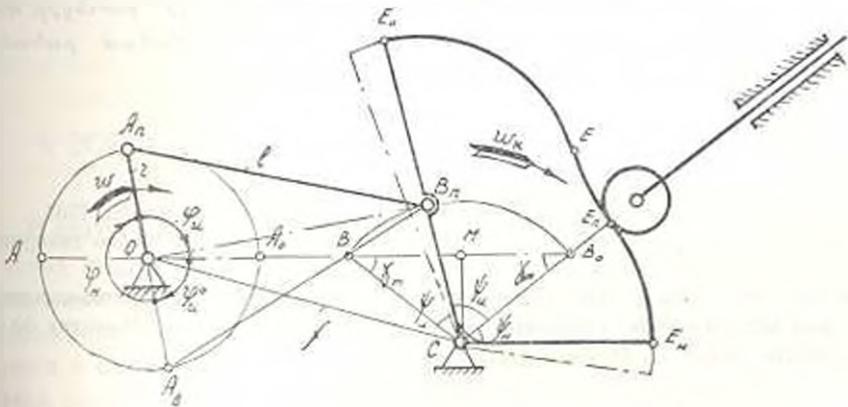


Рис. 5.

Это обстоятельство дает возможность использовать симметричный коромысловый четырехзвенник при фазовых углах движения толкателя $\varphi_u = \varphi_u + \varphi_u = \pi$ и $\varphi_u > \varphi_u$. Из рис. 5 следует, что $\psi_u = \pi - 2\gamma_m$ и $MB_0 = OA_0 = r$, тогда

$$r = \cos \gamma_m. \tag{23}$$

Подставляя значения φ_u и ψ_u в (11) с учетом (23), получим

$$l = \frac{(\pi \cdot \cos \gamma_m)^2}{2 \cdot (\pi - 2 \cdot \gamma_m) \cdot \sin \gamma_m - \pi^2 \cdot \cos \gamma_m}. \tag{24}$$

По формулам (22) — (24) при известных γ_m и ξ_m можно определить параметры r , l и f .

Если закон подъема толкателя задан, то на участке движения толкателя кулачок можно профилировать по функции положения $s = s(\varphi)$, а если закон подъема толкателя не задан, то можно профилировать дугой архимедовой спирали E_0E с переходной дугой окружности EE_n (рис. 4) или двумя дугами окружностей (рис. 5) [1].

Угол установки кулачка на коромысле определяется, исходя из конструктивных соображений.

Московский НИИ машиноведения

Поступило 7.11.1957

Ռ. Պ. ԶԱՎԱԵԱՆ

ՀՈՂՎՈՂ ԲՈՌԻՆՏՔՆԵՐՈՎ ՀԱՐԻ ԲՈՆՏՔԱՎՈՐ ՄԵԽԱՆԻԶՄՆԵՐԻ ՆԱԽԱԳԻՄԱՆ ՇՈՒՐՋՐ

Ա. Վ. Փ. Ո. Փ. Ո. Վ.

Հողվածում քննարկվում է հարթ բռնգալի մեխանիզմների նախագծման խնդիրը. երբ բռնեցրը շարժման մեջ է գրվում լծակային քառոցակի միջոցով.

խի տարվող ողակը շարժում է արարձրացում-իջնում և արարձրացում-իջնում-կանգառում ախյի օրենքով:

Ստացված են տարվող ողակի ու բռունցքի ճանապարհի, տրադուկյան և արագացման դորձակիցների կապն արտաշայտող բանաձևեր: Ելնելով լծակալին մեխանիզմի փոխանցման անկյան և ծայրային դիրքում բռունցքի արագացման սահմանափակման պայմաններից, գուրս են բերված բանաձևեր լծակային մեխանիզմի պարամետրերի որոշման համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Левицкий И. И. Кулачковые механизмы. Изд. Машиностроение, М., 1964.
2. Солдаткин Л. И. К синтезу кулачковых механизмов с неравномерно движущимся кулачком. Теория машин и механизмов, вып. 107—108, 1965.
3. Шебанов В. Т. Проектирование кривошипно-шатунных и кривошипно-коромысловых механизмов по коэффициенту изменения скорости хода. Известия ВУЗ-ов Машиностроение, № 7—8, 1958.