

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

С. М. ИСААКЯН, А. М. ГАСПАРЯН

О МЕХАНИЗМЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ С ВЯЗКОЙ
 ЖИДКОСТЬЮ ПРИ ЛАМИНАРНОМ РЕЖИМЕ

Сообщение 3. Влияние вертикальной плоской бесконечной
 стены на падение шарика в вязкой жидкости

Рассматривается влияние неподвижной вертикальной плоской стены на скорость падения шарика в ламинарной области. Анализируются существующие теоретические и экспериментальные работы и приводятся полученные авторами эмпирические зависимости скорости падения шарика от относительного расстояния стенки и числа Рейнольдса. Дана оценка существующим теоретическим решениям.

1. В ламинарных условиях падение шарика в вязкой жидкости параллельно плоской вертикальной стенке теоретически исследовано Ляденбургом [1], Лоренцом [2], Факсеном [3, 4] и др. Сопротивление шарика по Лоренцу:

$$W = 6\pi\mu aU \left(1 + \frac{9}{16} \frac{a}{h} \right). \quad (1)$$

где a — радиус шарика, U — скорость падения шарика, h — расстояние центра шарика от стенки, μ — динамический коэффициент вязкости жидкости. С целью выявления влияния стены на скорость падения шарика выражение (1) сопоставляется с сопротивлением шарика при свободном падении по Стоксу:

$$W = 6\pi\mu aU_0. \quad (2)$$

Имея ввиду, что установившееся движение осуществляется при динамическом равновесии сил, когда сопротивление шарика равно его постоянному весу, влияние стенки относим к скорости падения шарика. Тогда влияние стенки по Лоренцу будет выражаться так:

$$\frac{U_0}{U} = \left(1 + \frac{9}{16} \frac{a}{h} \right). \quad (3)$$

Функция (3) показана на рис. 1 пунктиром. Из рисунка видно, что скорость падения шарика уменьшается до 1,562 раз, когда шарик падает, касаясь стенки ($a/h = 1$). При $a/h = 0$ влияние стенки исчезает. По Факсену:

$$\frac{U_0}{U} = \frac{1}{1 - 3/4 Re_a - 2 - 9/8 a^2 h \varphi \left(\frac{Re_h}{2} \right) - (a^2 h)_a - 45/16 (a^2 h)^2 - 2 (a^2 h)^3} \quad (4)$$

где $Re_a = \frac{Ua}{\nu}$, $Re_h = Uh\nu = h'a Re_a$ — числа Рейнольдса относительно радиуса шарика и расстояния от стенки, $\varphi(Re_h/2)$ — функция, задан-

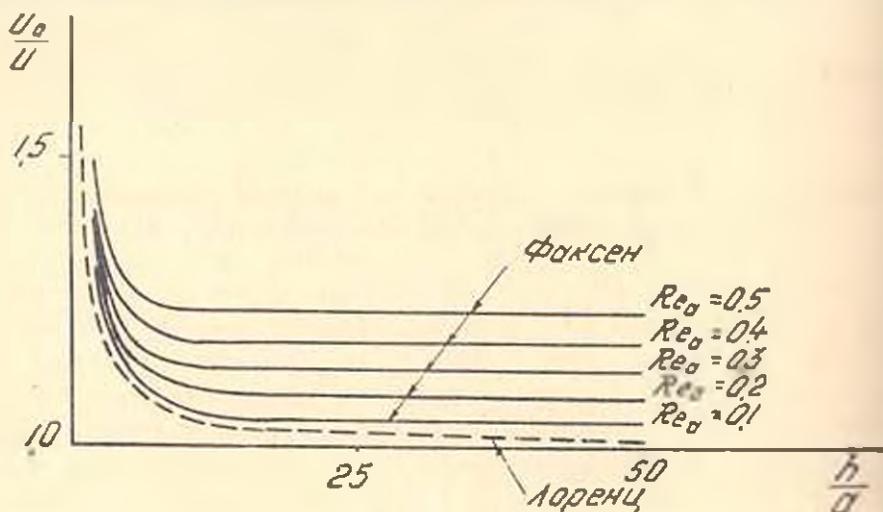


Рис. 1. Зависимость $\frac{U_0}{U} = f\left(\frac{h}{a}, Re\right)$ по Факсену и Лоренцу.

ная в [2] в табличной форме. Функция (4) показана на рис. 1 сплошными кривыми. Видно, что с уменьшением расстояния стенки и с увеличением числа Рейнольдса влияние стенки увеличивается. С увеличением расстояния стенки это влияние ослабевает, но гасится очень медленно. Кривая Лоренца (пунктирная) ложится в области кривых Факсена с $Re < 0,1$.

В связи с наличием стенки на шарик действует также поперечная сила, величина которой согласно Факсену равна

$$F = \frac{9}{8} \pi \mu a \frac{U Re_a \psi(Re_h/2)}{2(1 - 27,16 a^2 h)} \quad (5)$$

где

$$\psi(Re_h/2) = \psi(x) = 1 - \frac{11}{8} x^2 + \frac{8}{3} x^3 - \frac{137}{288} x^4 - \frac{8}{5} x^5 + \left\{ \frac{175}{96} x^4 + \dots \right. \\ \left. + \dots \right\} \ln(0,891x).$$

Вычисления показывают, что $\psi(Re_h/2)$ положительная величина в ламинарных условиях, поэтому выражение (5) дает недействительные решения вокруг значения $a^2 h = 16/27$. При этом значении меняется знак поперечной силы. Если нормаль стенки считать за положитель-

ное направление этой силы, то согласно (5) в области $a/h > 16,27$ шарик будет притягиваться к стенке, а в области $a/h < 16,27$ — отталкиваться от нее. Тогда расстояние между шариком и стенкой будет меняться по пути падения, а потому, согласно (4) будет меняться и скорость падения шарика. Отсюда следует, что движение шарика около стенки неустановившееся, что не учтено в постановке задачи.

Факсен исследовал также влияние двух плоских параллельных бесконечно простирающихся стен на падение шарика, расположенного между ними. Эту задачу он решил, исходя из уравнений Стокса без учета инерционных сил (обоснование метода см. в [4]). При падении шарика, симметрично расположенного между двумя вертикальными стенками он получил:

$$\frac{U_0}{U} = \frac{1}{1 - 1,0004 a h + 0,418 (a/h)^2 - 0,169 (a/h)^3}. \quad (6)$$

При несимметричном расположении шарика, когда расстояние его центра от одной стенки втрое больше, чем расстояние от другой стенки:

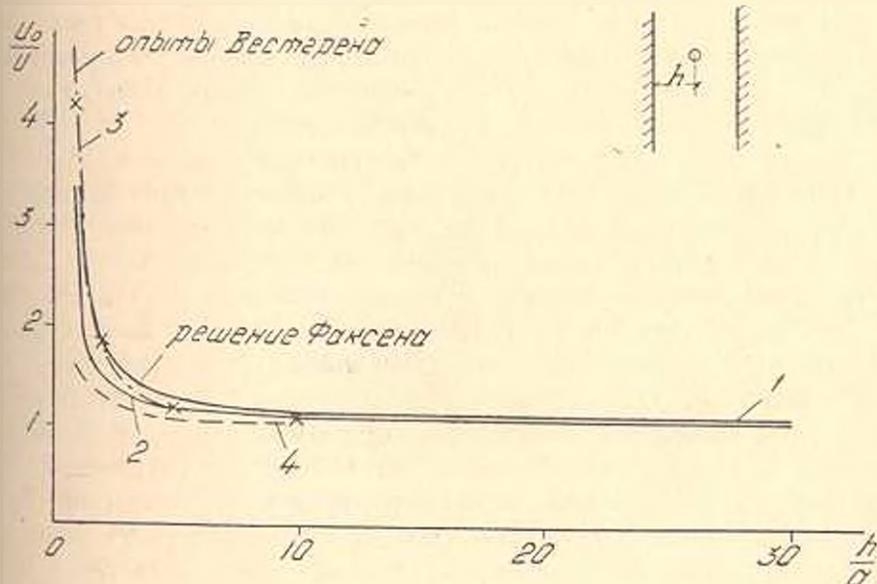


Рис. 2. Зависимость $\frac{U_0}{U} = f\left(\frac{h}{a}\right)$ при падении шарика между двумя стенками.

1 — решение Факсена при симметричном расположении стен относительно шарика, 2 — то-же при несимметричном расположении стен, 3 — экспериментальная кривая Вестгерена.

$$\frac{U_2}{U} = \frac{1}{1 - 0,652 a h + 0,1475 (a/h)^2 - 0,131 (a/h)^3 - 0,0644 (a/h)^4}. \quad (7)$$

В выражении (7) под h подразумевается меньшее расстояние от стенки. На рис. 2 уравнения (6) и (7) представлены кривыми 1 и 2 соответственно. Заметно незначительное увеличение влияния двух стен

на скорость падения шарика по сравнению с влиянием одной стенки (пунктирная кривая 4) и, существенное влияние в случае симметричного расположения по сравнению со случаем с несимметричным расположением стен. Получается, что влияние стен гасится с увеличением расстояния шарика от стен и составляет всего 3—5% при $h/a=20\div 30$. Подтверждение этого решения опытами Вестгрена [5] см. на рис. 2.

Падение шарика в пространстве, ограниченном сверху и снизу бесконечными плоскостями [2], рассмотренное также Факсеном, дает:

$\frac{U''}{U} = 1,025$, когда дно отстает от центра шарика на десять радиусов

шарика и, $\frac{U_0}{U} = 1,033$ при расстоянии дна, равном пятнадцатикратному

радиусу шарика. Таким образом, по данным Факсена влияние стенки на шарик снизу, или сверху заметно только на очень близких расстояниях. Этот результат учтен нами при выборе рабочего участка экспериментальной установки.

2. Задачей проведенных нами экспериментальных исследований явилась проверка предложенных теоретических решений, а также получение эмпирической формулы, отражающей влияние вертикальных стен на скорость падения шарика при разных числах Рейнольдса и при разных расстояниях стены от центра шара.

Опыты были произведены в прямоугольном призматическом сосуде, наполненном водными растворами глицерина разной концентрации. Высота призмы 70 см, поперечное сечение 10·10 см². Шарик стальные, с объемным весом 7,76 г/см³, имели диаметры: 1; 1,5; 2; 2,5 мм. Они пускались в среду без начальной скорости и без вибрации так же, как описано в [6]. Шарик опускались в жидкость на расстоянии 0,2—3,5 см от стенки. Движение шариков фиксировалось фотоаппаратом, установленным спереди призмы. Фотографирование производилось в темноте при освещении шарика концентрированным светом. С целью получения четкости следа шарика внутренняя поверхность стен призмы была окрашена черной матовой краской. Время фиксировалось с помощью обтюратора, прикрепленного к объективу аппарата и, засекающего траекторию шарика через 0,5 сек. Масштаб снимка определялся с помощью масштабных линий, проведенных на передней стенке призмы с учетом оптических влияний стен и среды. Скорость падения шарика, при этом, определялась как удвоенная длина одного пересеченного участка следа шарика. Для большей наглядности влияния стен на движение шарика, съемки частично были произведены двумя аппаратами на разных отрезках следа шарика. Расстояние шарика от стенки измерялось относительно линии отвеса. Плотность среды при разных температурах измерялась с помощью денсиметра, вязкость-вискозиметра Освальда. Число Рейнольдса определялось относительно радиуса шарика и скорости свободного па-

ления при данной температуре. за какую принята скорость падения шарика по оси призмы. Опыты охватывали область числа Рейнольдса 0,1–0,7.

Предварительные наблюдения показали следующее: шарик, падая около стены всегда удаляется от нее, даже при $a/h=1$; траектории шариков извилисты так-же, как при свободном падении шарика; поведение шарика у левой и у правой стен призмы разное (рис. 3). В связи с этим наблюдения были проведены у обеих стен призматического сосуда. Рассмотрение зависимости $U_0/U = f(h/a)$ для разных чисел Рейнольдса привело нас к выводу о целесообразности представления ее в виде функции вида

$$\frac{U_0}{U} - 1 = b_0 \left(\frac{h}{a} \right)^n, \quad (8)$$

где b_0 и n некоторые постоянные. Логарифмированное выражение (8) в виде прямой линии послужило основой для обработки экспериментального материала. На рис. 4 приведены результаты опытов, проведенных у правой стенки, а на рис. 5 — у левой стенки сосуда.

Наблюдается некоторый разброс точек относительно проведенных прямых, что является следствием осреднения близких значений числа Рейнольдса. Для каждого значения числа Рейнольдса выделились параллельные между собой прямые, угловой коэффициент которых был равен $n = -0,88$ как для опытов у правой, так и у левой стены. Как видно из рис. 6, в полулогарифмической системе координат между b_0 и Re существует линейная зависимость, причем для правой стены

$$b_0 = 4,732 e^{-1,72 Re},$$

для левой стены

$$b_0 = 1,349 e^{-3 Re}.$$

Подставляя полученные значения n и b_0 в уравнение (8), получаем для правой стены

$$\frac{U_0}{U} = 1 + 4,732 e^{-1,72 Re} \left(\frac{a}{h} \right)^{0,88}, \quad (9)$$

а для левой стены

$$\frac{U_0}{U} = 1 + 1,349 e^{-3 Re} \left(\frac{a}{h} \right)^{0,88}. \quad (10)$$

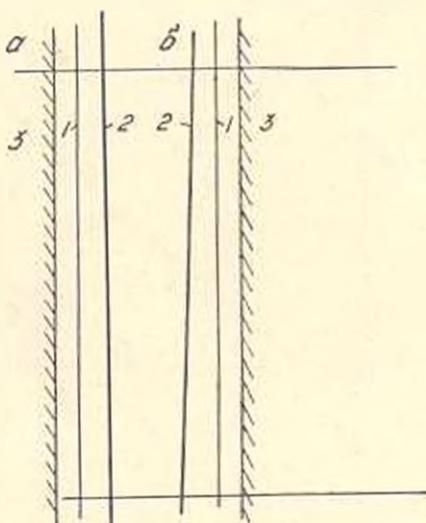


Рис. 3. Траектория падения шарика: a — у левой стенки сосуда; b — у правой стенки сосуда; 1 — вертикальная линия отвеса; 2 — траектория падения шарика; 3 — стенка сосуда.

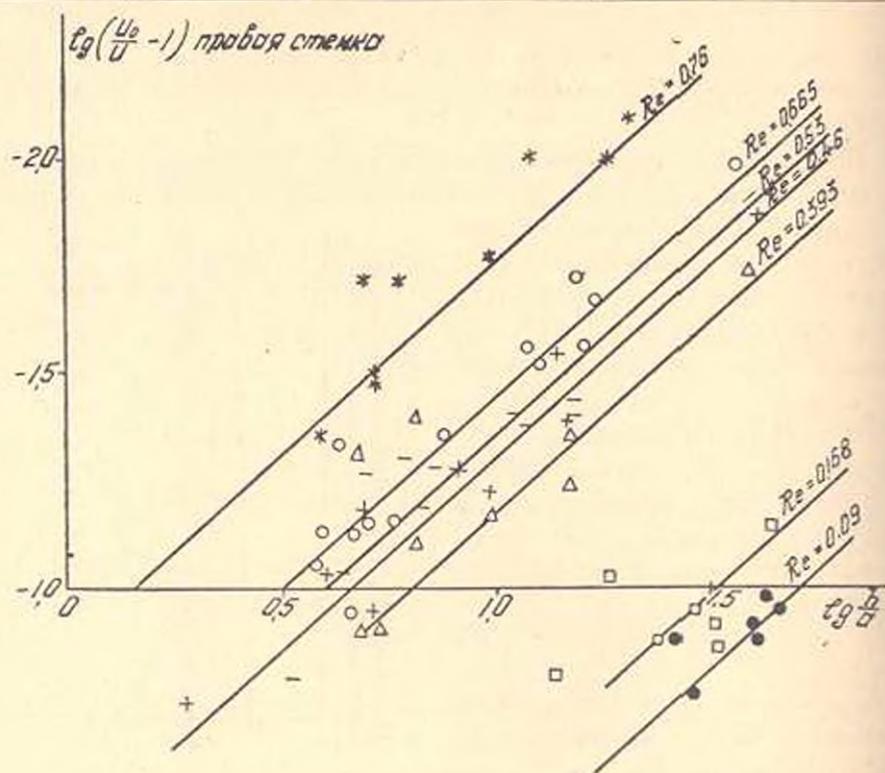


Рис. 4. Логарифмическая зависимость $\frac{U_0}{U} - 1$ от $\frac{h}{a}$.

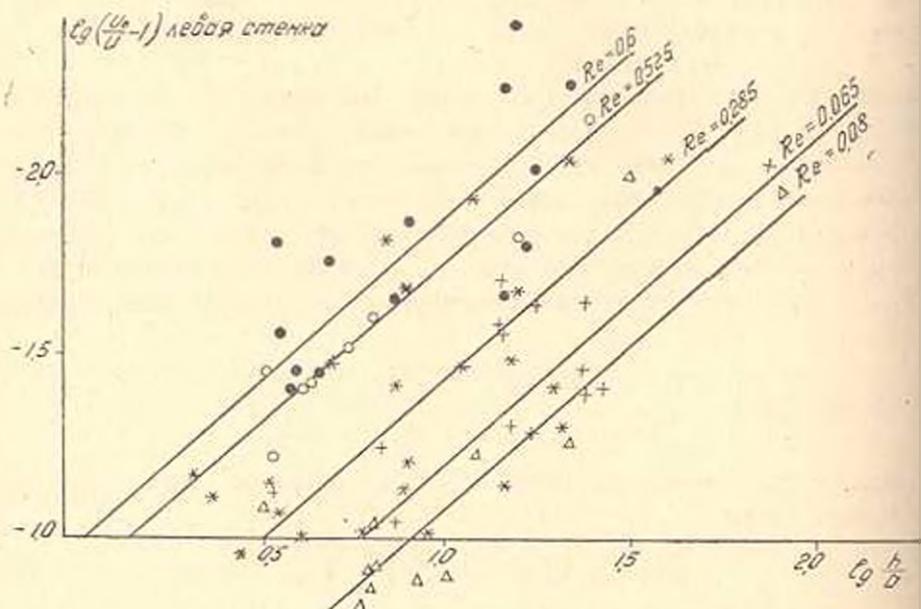


Рис. 5. Логарифмическая зависимость $\frac{U_0}{U} - 1$ от $\frac{h}{a}$.

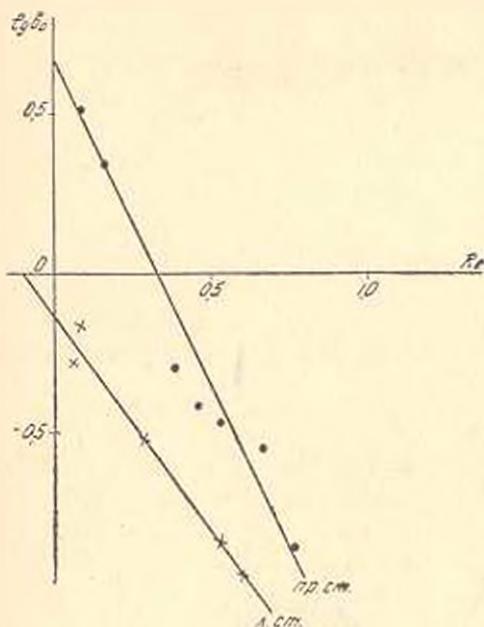


Рис. 6. Зависимость коэффициента b_0 от числа Рейнольдса.

Графическое изображение (9) и (10) соответственно на рис. 7 и рис. 8 показывает уменьшение скорости падения шарика у правой стенки до 1,5 раз по сравнению со скоростью свободного падения, когда $h/a = 2$. Причем, резкое уменьшение скорости наблюдается на расстоянии $h/a < 2,5$, а затем имеет место медленное затухание этого влияния. С увеличением числа Рейнольдса от 0,1 до 0,5 влияние стены на скорость падения шарика уменьшается. Анализ этих данных показывает, что в теории не учтено влияния левой и правой стен сосуда, что по-видимому является следствием вращения шарика при падении. Шарик при падении всегда отталкивается от стенки, независимо от расстояния, что противоречит решению Факсена (5). Так как скорость падения шарика зависит от расстояния стенки, которое переменено по пути, рассматриваемое движение является неустановившимся, что не учтено в постановке задачи. Зависимость от числа Рейнольдса у Факсена качественно расходится с экспериментальными данными авторов. Решение Лоренца, полученное без учета инерционных характеристик в уравнениях Навье-Стокса занимает среднее положение в системе опытных кривых $\frac{U_0}{U} = f\left(\frac{h}{a}, Re\right)$ для левой стенки (пунктирная линия на рис. 8).

Результаты исследования показывают, что влияние стенки на шарик всегда отталкивающее, вследствие чего шарик отдаляется от стенки по пути падения. Вертикальная стенка уменьшает скорость падения шарика, которая выражается зависимостями (9) и (10) для правой и левой стен соответственно, причем, стенка, находящаяся с пра-

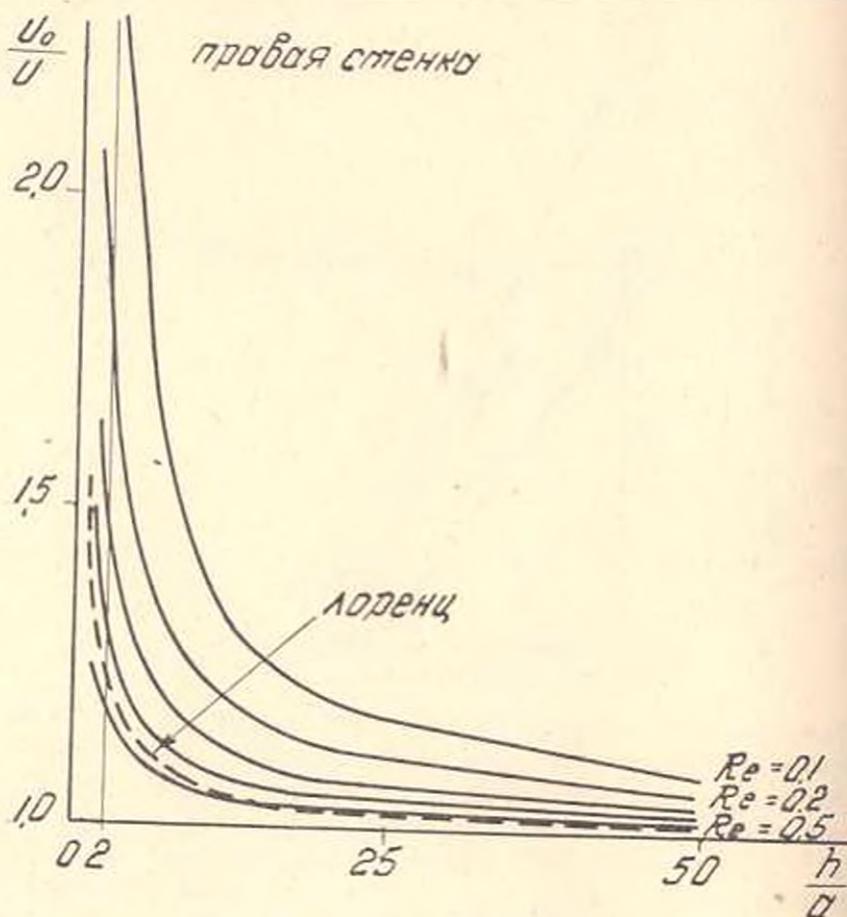


Рис. 7. Сопоставление кривой Лоренца с эмпирическими кривыми авторов для правой стенки.

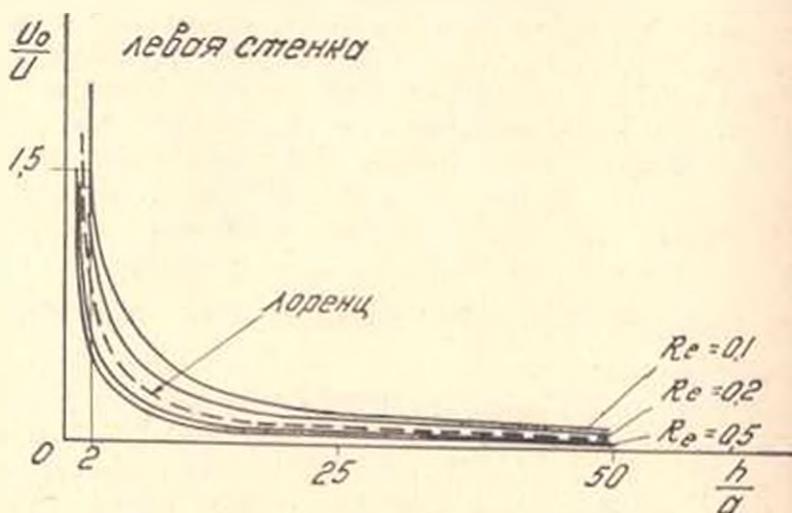


Рис. 8. Сопоставление кривой Лоренца с эмпирическими кривыми авторов для левой стенки.

вой стороны шарика действует сильнее, чем с левой стороны. Уравнения Навье-Стокса в ограниченных областях дают более удовлетворительные результаты при пренебрежении инерционными членами, чем уравнение Озеена при их учете. Это подтверждается также работой [6].

Институт органической химии

АН Армянской ССР

Поступило 18.V.1966.

Ս. Մ. ԲՈՒՇԱԿՅԱՆ, Ա. Մ. ԿԱՌՊԱՐՅԱՆ

ԱՄԵՆԱՐՈՒԹՅԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ ՊԻՆԻ ՄԱՐՄԵՆԻ ԵՎ ՄԱՍՈՒՑԻԿ
ՇԵՂՈՒԿԻ ՓՈԽԱԳԻՅՑՈՒԹՅԱՆ ՄԵՆԱՆԻՉՄԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո թ ո լ մ

Դիտված են զնդիկի անկման վրա ուղղահայաց հարթ պատի ազդեցությանն արտահայտող՝ պոլոյթյուն ունեցող տեսական լուծումները, որոնցից հակասական եզրակացություններ են հետևում: Փորձնական տվյալների բացակայության պատճառով ստուգման համար լաբորատոր ուսումնասիրություններ են բնօրինակ, որոնք բերել են հեռույալ եզրակացություններին:

ա) ուղղահայաց պատը մածուցիկ միջավայրում ընկնող գնդիկի վրա միշտ հրող ազդեցություն ունի և գնդիկն իր անկման ճանապարհին հեռանում է պատից:

բ) Քանի որ գնդիկն իր ազատ անկման ժամանակ էլ շեղվում է ուղղահայացից [1,5] նույն պայմաններում գնդիկի նկատմամբ ձախ կամ աջ դասափորություն ունեցող պատերը տարրեր չափով են ազդում նրա վրա:

գ) Հեղինակների կողմից դուրս բերված (9), (10) բանաձևերն արտահայտում են ձախ և աջ դասափորություն ունեցող պատերի հոսափորության և Ռեյնոլդսի թվի ազդեցությունը զնդիկի անկման արագության վրա:

դ) Փորձնական տվյալները լամինարության պայմաններում լավ համաձայնության մեջ են գտնվում կորենցի լուծման հետ, իսկ Ֆակսենի լուծմանը հակասում են Ռեյնոլդսի թվի ազդեցության արտացոլման տեսակետից:

ե) Երկու պատերի միջև ընկնող գնդիկի խնդրի լուծումը Ֆակսենի կողմից լավ համաձայնության մեջ է գտնվում Վեյսպրենի փորձնական տվյալների հետ:

զ) 4 և 5 կետերում, ինչպես նաև [6]-ում բերած արդյունքները թույլ են տալիս եզրակացնելու, որ Ոչեննի հալոսարումները սահմանափակ տիրույթի համար սրկոսս պիտանի են, բան Ստարսի հալոսարումները՝ առանց իներցիոն անդամների:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ladenburg R. Über den Einfluß von Wänden auf die Bewegung einer Kugel in einer reibenden Flüssigkeit Ann. der Physik, 23, 447, 1907.
2. Handbuch der Experimental Physik, b. 4, t. 206, 1930.
3. Faxen H. Arkiv f. Matematik, b. 17, 27, 1923.
4. Faxen H. Ann. der Physik, b. 58, 90, 1922.
5. Weitzsaeck A. Ann. der Physik, b. 52, 2, s. 308, 1917.
6. Гапарян А. М., Исмакян С. М., Оганесян Л. А. Известия АН Армянской ССР, сер. механика, № 3, 1966.
4. TH, № 5