ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XIX, № 5, 1966 Серия технических наук

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Ф. А. ГРИГОРЯН, Т. П. АСАТРЯН

РАСЧЕТ РЕЖИМА ПАРАМЕТРОНА НА ИНДУКТИВНОСТЯХ С ДВУХСТУПЕНЧАТЫМИ ЗАВИСИМОСТЯМИ ОТ ТОКА

Широкое применение параметрических устройств в радиоэлектронике и вычислительной технике требует уточнения представления переходного процесса в них. В отличие от обычного полиномного представления нелинейных индуктивностей параметрического устройства [1, 2], в данной работе принята характеристика нелинейности магнитного материала $B = f(H)$ в виде линии с двумя изломами, что приводит к выделению зон действия отдельных изломов и образованию этапов переходного процесса при сохранении основных свойств параметрона в нелинейном представлении.

1. Схема возбуждения субгармонических колебаний и характеристика магнитного материала приведены на рис. 1. На рис. 2 приве-

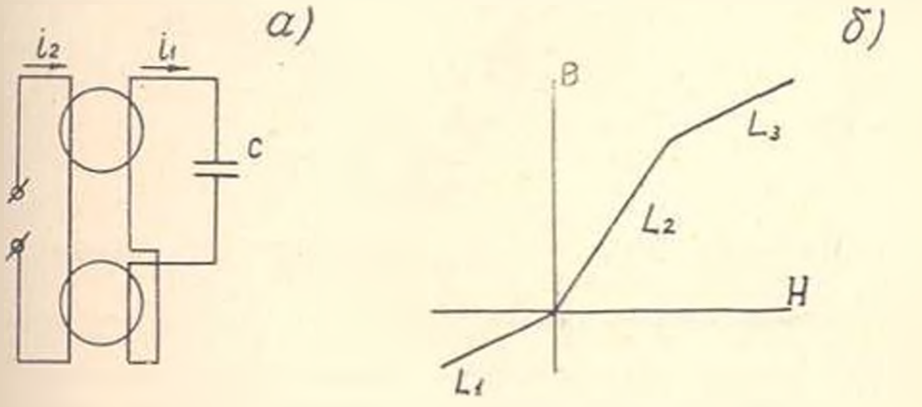

Рис. 1. а. схема параметрона, б. характеристика магнитного материала.

дены кривые тока подкачки i_p, субгармонического тока i_1 с угловым сдвигом φ относительно i_p и суммарных токов $i_p + i_1$, $i_p - i_1$ отдельных сердечников.

Высотой верхней горизонтальной линии с отметкой $I_н$ на рис. 2 определяется напряженность поля соответствующая точка верхнего излома характеристики $B = f(H)$, приведенной на рис. 1б. На рис. 2. отмечены участки времени t_1t_2, t_3t_4 и t_5t_6, когда в субгармоническом контуре появляются э. д. с. от тока подкачки вследствие разности индуктивностей сердечников. Первый участок t_1t_2 обусловлен изменением индуктивности из-за верхнего излома характеристики $B = f(H)$, второй и третий — нижним изломом.

Для определения $t_1 t_2$ согласно рис. 2 можно написать:

$$I_{2m} \sin 2\omega t_k + I_{1m} \sin(\omega t_k - \varphi) = I_н, \tag{1}$$

где t_k принимает значения $t_1 t_2$ соответственно двум решениям уравнения (1);

$I_{2m} I_{1m}$ соответственно максимальное значение токов подкачки и субгармоники.

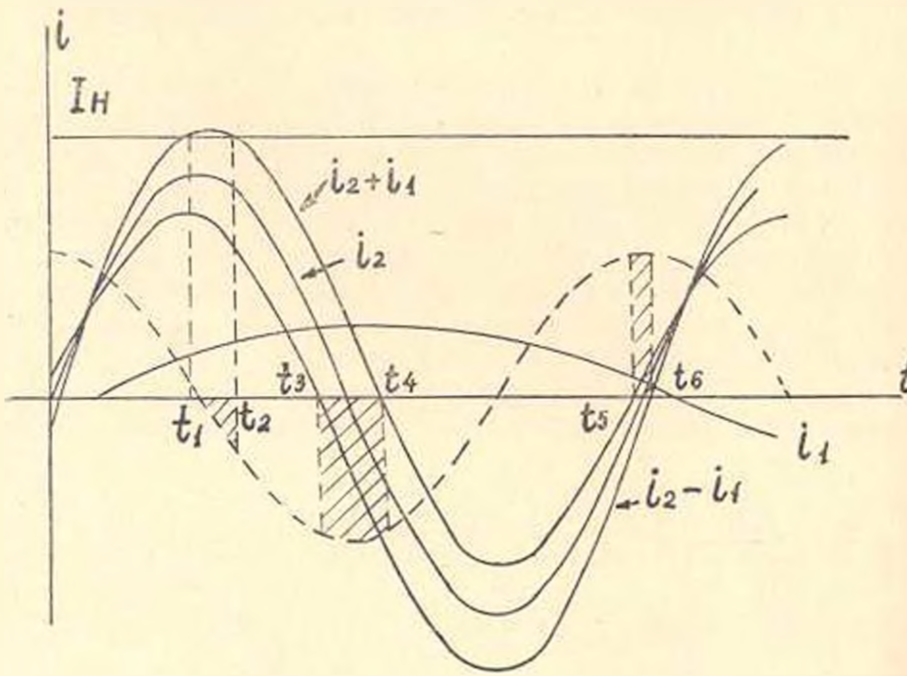

Рис. 2. Кривые токов параметрона и зоны действия подкачки (штриховка).

Учитывая близость участка $t_1 t_2$ к $\frac{\pi}{4}$, при совмещении начала отсчета с началом периода подкачки, из выражения (1) получим:

$$\cos \omega t_k = \cos \frac{\pi}{4} - \frac{I_{1m}}{4 I_{2m}} \sin \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \varphi\right) -$$

$$-\left(\frac{I_{1m}}{2 I_{2m}}\right)^{1/2} \sin^{1/2}\left(\frac{\pi}{4} - \varphi\right) \cdot \sin \frac{\pi}{4} \cdot \tag{2}$$

Времена t_3 и t_4, соответствующие прохождению суммарных токов отдельных сердечников через нулевые значения, определяются из выражения:

$$I_{2m} \sin 2\omega t_l \mp I_{1m} \sin(\omega t_l - \varphi) = 0, \tag{3}$$

где t_l принимает значения $t_3 t_4$ соответственно двум решениям уравнения (3). Из уравнения (3) получим:

$$\cos \omega t_l = \pm \frac{I_{1m}}{2 I_{2m}} \cos \varphi. \tag{4}$$

Времена t_5 и t_6 определяются из уравнения (3), при отбрасывании членов малого порядка и учете близости участка $t_5 t_6$ к π, при этом t_m принимает значения $t_5 t_6$ соответственно решениям уравнения (3):

$$\sin \omega t_m = \pm \frac{I_{1m}}{2 I_{2m}} \cdot \sin \varphi. \tag{5}$$

Обозначим через L_1, L_2 и L_3 соответственно индуктивности первого, второго и третьего участка характеристики магнитного материала, приведенной на рис. 1б.

Для контура субгармоники в промежутке времени с неизменными индуктивностями можно написать:

$$\frac{d}{dt} \cdot L_1 (i_1 - i_2) + \frac{d}{dt} L_2 (i_1 + i_2) + \frac{1}{C} \int i_1 dt = 0. \tag{6}$$

После диференцирования уравнение (6) преобразуется в

$$(L_1 + L_2) \frac{d^2 i_1}{dt^2} + \frac{1}{C} i_1 = \pm (L_1 - L_2) \frac{d^2 i_2}{dt^2}. \tag{7}$$

Ввиду линейности системы до и после изменения индуктивностей при малом отличии L_1, L_2 и L_3 полный ток от ЭДС зон $t_1 t_2$, $t_3 t_4$ и $t_5 t_6$ можно представить в виде суммы токов i_k, i_l и i_m от соответственных отдельных зон.

Решая уравнение (7) с помощью интеграла Дюамеля, для тока i_k, соответствующий интервалу t_1, t_2 на рис. 2 после интегрирования получим:

$$i_k = 2 I_{2m} \frac{L_2 - L_1}{L_0} \Big| \cos 2\omega t_1 \sin \omega_0 (t - t_1) - \cos 2\omega t_2 \sin \omega_0 (t - t_2) -$$

$$- \frac{4}{3} (\cos^3 \omega t_1 \cdot \sin \omega_0 t - \cos^3 \omega t_2 \sin \omega_0 t + \sin \omega_0 t + \sin^3 \omega t_1 \cdot \cos \omega_0 t -$$

$$- \sin^3 \omega t_2 \cdot \cos \omega_0 t) \Big|, \tag{8}$$

где ω_0 и L_0 соответственно частота и индуктивность колебательного контура.

В силу (2), при учете малости угла сдвига субгармоники относительно подкачки из выражения (8) находим:

$$i_k = 2 I_{2m} \frac{L_2 - L_3}{L_0} \Big| - \frac{1}{6} \left(\frac{I_{1m}}{I_{2m}} \right)^{3/2} \sin^{1/2} \left(\frac{\pi}{4} - \varphi \right) \sin \omega t +$$

$$+ 2 \left(\frac{I_{1m}}{I_{2m}} \right)^{1/2} \sin^{1/2} \left(\frac{\pi}{4} - \varphi \right) \cos \omega t \Big]. \tag{9}$$

Подставляя значения $\cos \omega t_l$ и $\cos \omega t_m$ соответственно из выражений (4) и (5) в (8) и решая с тем же приближением, для интервалов времени t_3, t_4; t_5, t_6 получим:

$$i_l = 2\, I_{2m}\, \frac{L_2 - L_1}{L_0} \left(\frac{I_{1m}}{I_{2m}} \cos\varphi - \frac{1}{6}\, \frac{I_{1m}^3}{I_{2m}^3} \cos^3\varphi \right) \sin\omega t, \tag{10}$$

$$i_m = 2\, I_{2m}\, \frac{L_2 - L_1}{L_0} \left(\frac{I_{1m}}{I_{2m}} \sin\varphi - \frac{1}{6}\, \frac{I_{1m}^3}{I_{2m}^3} \sin^3\varphi \right) \cos\omega t. \tag{11}$$

Обозначим через $i = \dfrac{I_{1m}}{I_{2m}}$ приведенный к подкачке ток субгармоники, а через ΔI_1 ток субгармоники от э. д. с. всех трех зон одного периода подкачки, с косинусоидальной и синусоидальной составляющими соответственно f_1 и f_2.

Согласно векторной диаграмме рис. 2в для тока ΔI_1 и прироста фазы субгармоники $\Delta\varphi$ можно написать:

$$\Delta I_1 = f_2 \cos\varphi + f_1 \sin\varphi, \tag{12}$$

$$\Delta\varphi = \frac{1}{I_{1m}} (f_1 \cos\varphi - f_2 \sin\varphi). \tag{13}$$

После деления обеих сторон уравнений (12) и (13) на половину периода субгармоники, согласно [3] левые части уравнений можно заменить производными:

$$\frac{di}{dt} = \frac{2}{T} (f_2 \cos\varphi + f_1 \sin\varphi), \tag{14}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2}{T I_{1m}} (f_1 \cos\varphi - f_2 \sin\varphi), \tag{15}$$

где f_1 и f_2 определяются из уравнений (9), (10) и (11)

$$f_1 = 2\, \frac{L_2 - L_1}{L_0} \left(i \sin\varphi - \frac{i^3}{6} \sin^3\varphi \right) + 4\, \frac{L_2 - L_3}{L_0}\, i^{3} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \varphi \right), \tag{16}$$

$$f_2 = 2\, \frac{L_2 - L_1}{L_0} \left(i \cos\varphi - \frac{i^3}{6} \cos^3\varphi \right) - \frac{1}{3}\, \frac{L_2 - L_3}{L_0}\, i^{3} \sin^{3}\left(\frac{\pi}{4} - \varphi \right). \tag{17}$$

Полученные уравнения являются нелинейными дефференциальными уравнениями для фазы и амплитуды субгармонического колебания.

2. Рассмотрим рост колебаний на основе полученных соотношений (9), (10) и (11) и дифференциальных уравнений (14) и (15).

При нулевой фазе начальных малых колебаний рост субгармоники определяется выражением (10) для i_l. Здесь i_k отсутствует вследствие исключения второго излома, ввиду малости величины субгармоники, а i_m — вследствие нулевой фазы начальных колебаний.

Решением дифференциального уравнения для тока субгармоники, соответствующего уравнению (10) является:

$$i^2 = \frac{i_0^2 e^{2\alpha t}}{1 + \frac{1}{6} i_0^2 (e^{2\alpha t} - 1)}, \tag{18}$$

где

$$a = 4\frac{L_2 - L_1}{L_0 T};$$

$_2$ — амплитуда тока в субгармоническом контуре в начале переходного процесса. Решение (18) действительно при малых величинах токов согласно исходным предположениям.

При возрастании субгармоники до значения при котором суммарный ток $i_1 + i_2$ достигает второго излома характеристики $B = f(H)$, в субгармоническом контуре появляются токи i_k и i_m. Из векторной диаграммы рис. 3а, кривых рис. 3б и уравнений (9), (10) и (11) следует, что слагающая тока i_k, обусловленная вторым изломом, вызывает сдвиг фазы субгармоники и ограничение роста амплитуды.

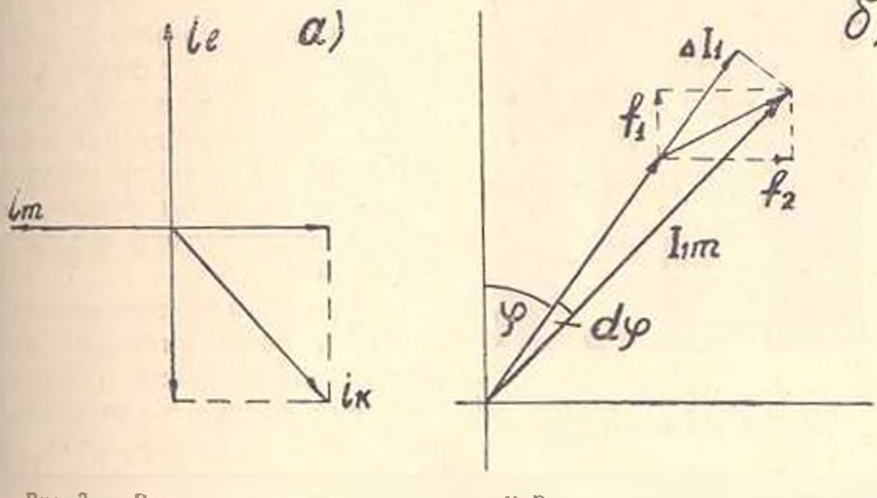

Рис. 3. а. Векторная диаграмма токов зон. б) Векторная диаграмма приращения тока субгармоники.

Ток i_m, вызванный сдвигом фазы субгармоники обусловленным, в свою очередь током i_k, действует в сторону восстановления начальной фазы.

До достижения суммарного тока $i_1 + i_2$ второго излома, согласно отмеченному выше фазовый сдвиг субгармоники остается нулевым. Следовательно, для момента непосредственно после достижения точки излома, уравнение (14) при учете (17) приводится к виду

$$\frac{di}{dt} = \frac{2}{T}\left[2\frac{L_2 - L_1}{L_0}\left(i - \frac{1}{6}i^3\right) - \frac{1}{3}\frac{L_2 - L_3}{L_0}i^3 \sin^3\frac{\pi}{4}\right]. \qquad (19)$$

Выражение (19) показывает возможность резкого установления амплитуды при

$$\frac{L_2 - L_3}{L_2 - L_1} > 1.$$

Определим изменение фазы в начале достижения второго излома. Из уравнений (15), (16) и (17) при $i \ll 1$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{8 I_{2m}}{T} \frac{L_2 - L_3}{L_0} r^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \varphi\right). \tag{20}$$

Итак переходный процесс фазы начинается с достижением второго излома. На рис. 4 приведена осциллограмма установления параметрических колебаний параметрона на цилиндрических ферромагнитных пленках электролитического осаждения. Характер подъема амплитуды субгармонических колебаний соответствует выражению (18), а резкая остановка роста — согласно выражению (19) — достижению второго излома. Укороченные дифференциальные уравнения работы (1) приводят к сходной картине переходного процесса. В данной задаче отчетливо выделяются зоны и направления действия подкачки и влияние отдельных изломов магнитной характеристики в процессе установления.

Рис. 4. Осциллограмма установления параметрических колебаний.

Резюмируя изложенное можно отметить, что представление нелинейной индуктивности параметрона в виде линии с двумя изломами выделяет зоны и направления действия тока подкачки, обусловленные отдельными изломами. Субгармонические колебания представляются в данном случае двумя нелинейными дифференциальными уравнениями первого порядка. Первый излом характеристики $B = f(H)$ обуславливает возбуждение субгармонических колебаний, с ростом амплитуды по закону близкому к экспоненциальному при малых амплитудах колебаний. С ростом субгармонических колебаний зона действия подкачки расширяется. Экспериментальная характеристика роста колебаний и установления соответствует данному представлению.

Второй излом характеристики $B = f(H)$ обуславливает сдвиг фазы субгармоники и может привести к установлению субгармонических колебаний.

Поступило 16.IX.1965.

Ֆ. Հ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Թ. Պ. ԱՍԱՏՐՅԱՆ

ՊԱՐԱՄԵՏՐՈՆԻ ՌԵԺԻՄԻ ՀԱՇՎՈՒՄԸ, ԵՐԲ ԻՆԴՈՒԿՏԻՎՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԿԱՊԸ ՀՈՍԱՆՔԻՑ ԵՐԿԱՍՏԻՃԱՆ Է

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Ցույց է տրված, որ երբ ինդուկտիվությունները կապված են հոսանքի հետ երկաստիճան ձևով, ապա երկրորդ աստիճանը առաջացնում է ֆազային շեղում և կարող է բերել առաջին աստիճանի շնորհիվ առաջացած սուբհարմոնիկ տատանման ամպլիտուդայի հաստատմանը։

Տվյալ խնդրադրումը բացահայտում է ինչպես ժամանակի գոտիները, որոնցում սնման շղթան կապվում է սուբհարմոնիկ շղթայի հետ, այնպես էլ սնման շղթայի ազդման ուղղությունները։

Տատանման ամպլիտուդայի մեծացման հետ զուգահեռ լայնանում են ազդման գոտիները։ Պարամետրոնային տատանման համար ստացված էքսպերիմենտալ կորը համապատասխանում է տվյալ խնդրադրման դեպքում տատանման ամպլիտուդայի և ժամանակի միջև ստացված կապին։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Поливанов К. М., Жарков Ф. П., Соколов В. А.* Параметрон с ферромагнитными сердечниками. Изв. ВУЗ СССР, Радиотехника, Т. У., № 4, 5, 1962.
2. *Тoicава Хиротака.* Анализ колебаний параметрона путем исследования стационарного состояния. Параметроны, книга 1, ЦБТИ, М., 1962.
3. *Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебании. Физматгиз, 1958.