ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XIX, № 3, 1966 Серия технических наук

СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ СООРУЖЕНИЙ

М. Г. ХАЧИЯН

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ЖИДКОСТНОГО ДАТЧИКА УСКОРЕНИЙ*

Для измерения ускорений при испытании сооружений и конструкций на динамические нагрузки автором [4, 5] был предложен жидкостный датчик ускорений, который получил применение на практике [1, 3]. Датчик состоит из стального пустотелого цилиндра, закрытого по торцам тонкими пластинками и заполненного жидкостью (рис. 1). Ниже приводится теоретический анализ принципа работы датчика ускорений.

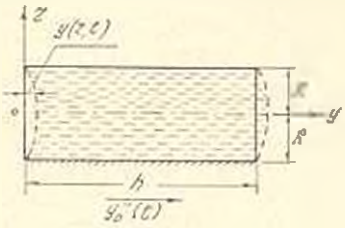

Рис. 1.

Рассмотрим сначала свободные колебания датчика. При этом силами демпфирования пренебрегаем так как их влияние на частоту свободных колебаний датчиков мало.

Задаемся следующей приближенной формой изгиба пластинки датчика (рис. 1)

$$y(r, t) = \frac{c}{2}\left(1 + \cos\frac{\pi r}{R}\right)\sin\omega t, \tag{1}$$

где C — прогиб центра пластинки;

ω — круговая частота свободных колебаний.

Тогда частоту свободных колебаний датчика легко определить энергетическим способом.

Элементарная кинетическая энергия полого цилиндра с толщиной стенки dr будет:

$$\frac{2\pi r\gamma h dr}{g}\,\frac{v^2}{2},$$

где v — скорость частицы жидкости;

γ — плотность жидкости;

g — ускорение силы тяжести.

Полная кинетическая энергия будет равна:

---

* Научный руководитель академик АН Армянской ССР А. Г. Назаров

$$E = \int_0^R \frac{2\pi r h \gamma dr}{g} \cdot \frac{v^2}{2}. \tag{2}$$

Имея в виду, что

$$v = \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$E = \int_0^R \frac{2\pi r \gamma h dr}{g} \cdot \frac{1}{2}\left[\frac{C}{2}\left(1 + \cos\frac{\pi r}{R}\right)\omega \cos \omega t\right]^2 = 0{,}279\,\frac{C^2 h \gamma \cos^2 \omega t R^2}{g}\,\omega^2. \tag{3}$$

Потенциальную энергию системы определим по формуле:

$$\Pi = 2\,\frac{D}{2}\int_0^R \left[\left(\frac{\partial^2 y}{\partial r^2}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial y}{\partial r}\right)^2 + \frac{2\mu}{r}\,\frac{\partial y}{\partial r}\,\frac{\partial^2 y}{\partial r^2}\right] 2\pi r dr. \tag{4}$$

В силу 1 получим

$$\frac{\partial y}{\partial r} = -\frac{\pi}{R}\,\frac{C}{2}\sin\frac{\pi r}{R}\sin \omega t,$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial r^2} = -\frac{\pi^2}{R^2}\,\frac{C}{2}\cos\frac{\pi r}{R}\sin \omega t. \tag{5}$$

Подставляя (5) в уравнение (4) после интегрирования получим:

$$\Pi = 25{,}62\,\frac{2DC^2}{R^2}\sin^2 \omega t. \tag{6}$$

Согласно закону сохранения энергии при незатухающих колебаниях:

$$E_{max} = \Pi_{max}. \tag{7}$$

На основании (7) учитывая (3) и (6) получим

$$0{,}28\,\frac{C^2 \gamma h R^2}{g}\,\omega^2 = 25{,}62\,\frac{2DC^2}{R^2}.$$

Отсюда для квадрата круговой частоты получим следующую формулу:

$$\omega^2 = 91{,}5\,\frac{2Dg}{h\gamma R^4} \quad \text{или} \quad \omega = \frac{424}{R^2}\sqrt{\frac{D}{\gamma h}}, \tag{8}$$

где $D = \dfrac{b^3 E}{12(1-\mu^2)}$ — цилиндрическая жесткость пластинки; b — толщина пластинки; μ — коэффициент Пуассона.

Частота свободных колебаний датчика равна

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{212}{R^2\pi}\sqrt{\frac{D}{\gamma h}}. \tag{9}$$

Приведем расчет датчика, имеющего следующие параметры:

$$h = 8\ см;\ b = 0{,}02\ см;\ R = 1{,}5\ см;\ \gamma = 0{,}0136\ \frac{кг}{см^3};\ \mu = 0{,}28;$$

$$E = 2 \cdot 10^6\ \frac{кг}{см^2}.$$

На основании формулы (9) получим $f = 111$ *гц*.

Частота колебания, полученная экспериментальным путем, оказалась равной 128 *гц*.

Перейдем к рассмотрению поведения датчика при вынужденных колебаниях. Допустим, что основание датчика колеблется по закону $y_0(t)$ вдоль оси цилиндра. Составим уравнение вынужденных колебаний датчика. На основании сохранения энергии имеем:

$$E + \Pi = A, \tag{10}$$

где A — работа внешних сил и сил трения.

Полное перемещение любой точки пластинки можно представить в виде

$$y(r, t) = y(t)\left(1 + \cos\frac{\pi r}{R}\right) + y_0(t), \tag{11}$$

где $y_0(t)$ — искомая переменная величина.

Кинетическую энергию жидкости вычисляем следующим образом. Цилиндр, в котором содержится жидкость мысленно представляем в виде ряда коаксиальных полых цилиндров радиуса r с толщиной стенки dr. Элементарная кинетическая энергия такого цилиндра равна

$$dE = \frac{2\pi r g \gamma}{g}\, dr\, \frac{\bar{v}^2}{2}. \tag{12}$$

Имея в виду, что $\bar{v} = \dfrac{\partial y(r, t)}{\partial t}$, в силу (11) и (12) получим:

$$dE = \frac{2\pi r \gamma h}{2g}\left[\left(1 + \cos\frac{\pi r}{R}\right)\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial y_0}{\partial t}\right]^2 dr.$$

Отсюда, после интегрирования, полная кинетическая энергия будет равна:

$$E = \frac{\pi h \gamma}{g} R^2 (0.355 y'^2 + 0.6 y' y_0 + 0.5\, y_0^2). \tag{13}$$

Потенциальная энергия системы на основании (4) и (11) будет равна:

$$\Pi = 25{,}62\ \frac{8D}{R^2}\ y^2(t). \tag{14}$$

Элементарная работа трения в единице объема за единицу времени будет равна

$$dW = \tau v, \tag{15}$$

где τ — касательное напряжение, v — скорость,

$$\tau = \nu \frac{\partial v}{\partial r} \quad (\nu \text{ — коэффициент вязкости}).$$

Подставляя в (15) значение τ и v получим

$$dW = \nu \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial r} \frac{\partial y}{\partial t}.$$

Полная работа за время t будет равна

$$W = 2\pi h \nu \int_0^R \int_0^t \frac{\partial^2 y}{\partial r \partial t} \frac{\partial y}{\partial t} dr dt. \tag{16}$$

Так как при свободных колебаниях

$$y(r, t) = y(t) \left| 1 + \cos \frac{\pi r}{R} \right|$$

выражение (16) примет вид

$$W_1 = -4 \pi h \nu \int_0^t y'^2 dt. \tag{17}$$

Работа сил вынужденных колебаний равна работе сил инерции от $y_0(t)$, взятой с обратным знаком

$$W'_2 = -\int_0^t -m y_0''(t) dy_0 = \int_0^t m y_0''(t) \frac{dy_0}{dt} dt = \frac{\pi R^2 \gamma h}{g} \int_0^t \bar{y}_0' \bar{y}_0 dt. \tag{18}$$

Сила инерции жидкости при относительном движении будет равна

$$-\int_0^R \frac{2\pi h \gamma}{g} \bar{r} d\bar{r} \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial t^2} \left(1 + \cos \frac{\pi r}{R}\right) = \frac{0{,}6 \pi R^2 \gamma h}{g} y''.$$

Работа этой силы будет равна

$$W_3 = \frac{0{,}6 \pi h R^2}{g} \int_0^t \bar{y}'' \bar{y}_0' dt. \tag{19}$$

Общая работа всех сил будет равна

$$A = W_1 + W_2 + W_3 = -4\pi h \nu \int_0^t y'^2 dt +$$

$$+ \frac{\pi R^2 \gamma h}{g} \int_0^t \bar{y}_0' \bar{y}_0 dt + \frac{0{,}6 \pi \gamma h R^2}{g} \int_0^t \bar{y}'' \bar{y}_0' dt. \tag{20}$$

Подставляя (13), (14) и (20) в выражение (10) получим:

$$\frac{\pi h \gamma R^2}{g} (0{,}355 \bar{y}'^2 + 0{,}6 \bar{y}' \bar{y}_0' + 0{,}5 \bar{y}_0'^2) = 205 \frac{D}{R^2} \bar{y}^2$$

$$= -4\pi h\nu \int_0^t y'^2 dt + \frac{\pi R^2 \gamma h}{g} \int_0^t \dot{y}_0 y_0 dt + \frac{0.6\pi\gamma h R^2}{g} \int_0^t \overline{y'} \overline{y_0} dt. \qquad (21)$$

Диференцируя обе части (21) по t и сокращая на $\overline{y'}$, после преобразования, получим

$$y'' + 2ny' + \omega^2 y = -a_0 \overline{y_0}, \qquad (22)$$

где $2n = \dfrac{4\nu h g}{0.71 h \gamma R^2} = 5.62 \dfrac{\nu g}{\gamma R^2}$;

$$\omega^2 = \frac{410 D g}{\pi R^4 \gamma h\, 0.71} = 91.5 \frac{2Dg}{h\gamma R^4}; \quad a_0 = 0.84.$$

Как видно из уравнения (22), колебания датчика аналогичны колебаниям линейных осцилляторов и следовательно все свойства осцилляторов будут справедливы и для жидкостного датчика ускорений.

Армянский НИИ
Строительных материалов и сооружений

Поступило 2.IV.1965

Մ. Գ. ԽԱՉԻՅԱՆ

ԱՐԱԳԱՑՄԱՆ ՀԵՂՈՒԿԱՅԻՆ ՏՎԻՉԻ ՎԱՐՔԻ ԱՆԱԼԻՏԻԿ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ամփոփում

Հոդվածում բերվում է հեղինակի կողմից [4, 5] առաջարկված հեղուկային տվիչի անալիտիկ ուսումնասիրությունը։ Տվիչի թիթեղի ծռման կորը ընդունելով (1) տեսքով, էներգետիկ մեթոդով ստացված է հաճախականության (8) վերջնական բանաձևը։ Այնուհետև, երևելով էներգիայի պահպանման օրենքից, ստացված է ստիպողական տատանումների (22) դիֆերենցիալի հավասարումը, երբ տվիչի հիմքը շարժվում է հիպերշարժային y_0 արագացումով։ Ստացված արդյունքները ցույց են տալիս, որ հեղինակի կողմից առաջարկված հեղուկային տվիչի տատանումները ենթարկվում են գծային օսցիլյատորների օրինաչափություններին։ Հետևաբար դրանց բոլոր հատկությունները կարելի է կիրառել հեղուկային տվիչի նկատմամբ։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Карапетян Б. К.* Многомаятниковые сейсмометры и результаты их применения в инженерной сейсмологии. Ереван, 1963.
2. *Мостков М. А.* Гидравлика, М., 1958.
3. *Саядян Г. Г., Диланян А. А.* Результаты экспериментального исследования фабрично-заводской дымовой трубы. „Сб. статей по сейсмическому строительству", т. IX, АН Тад. ССР, 1961
4. *Хачиян М. Г.* Жидкостный акселерограф. ДАН Армянской ССР, Т. XXVII, № 1, 1958.
5. *Хачиян М. Г.* Малогабаритный жидкостный акселерограф. Известия АН Армянской ССР (серия техн. наук), т. XV, № 1, 1962.