

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

С. М. ИСАКЯН, А. М. ГАСПАРЯН

О МЕХАНИЗМЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ С ВЯЗКОЙ
ЖИДКОСТЬЮ ПРИ ЛАМИНАРНОМ РЕЖИМЕ

(Сообщение 2)

Падение твердого шарика в вязкой жидкости

Общезвестны теоретические решения Стокса и Озеена задачи о свободном падении шарика в вязкой жидкости в области $Re \leq 0,5$, в основу которых принято представление о его движении, как скольжении по вертикальной прямой, с некоторым уносом с собой, вязкой среды [1]. В работе [2] авторами показано, что применение методов Стокса и Озеена к решению задачи совместного падения двух шариков приводит к неудовлетворительным, а иногда и парадоксальным результатам, причины которых, по-видимому, кроются в некоторых внутренних противоречиях между постановкой задачи и результатами их решений.

Настоящая работа выполнена с целью установления действительной физической картины явления при $Re \leq 0,5$. При больших числах Рейнольдса ($Re = 25$ [6], $Re = 50$ [9]) известен извилистый характер траектории падения шариков, капель и пузырьков [4–9].

1. Были поставлены эксперименты в прямоугольной призме, размерами $100 \times 100 \times 700$ мм, наполненной глицерином, или его водными растворами разной концентрации. Шарик, стальной, диаметром: 1,0, 1,5, 2,0, 2,5, 3,15 мм, имели объемный вес $7,54 \text{ г/см}^3$, чугунные, диаметром только 2,0 мм с объемным весом $7,76 \text{ г/см}^3$, с помощью электромагнита с пермалоевым сердечником пускались в среду по оси вышеупомянутой призмы без остаточного магнетизма и без начальной скорости, затем кино-аппаратом фиксировалась траектория их движения [10]. При этом, для получения боковой проекции траектории шарика применялось зеркало внешнего отражения, помещенное с левой стороны цилиндра под углом 45° относительно стенки цилиндра. Чугунные шарики пускались с помощью медицинского шприца, снабженного специальным наконечником. Траектория фиксировалась после прохождения шариков в среде расстояния около 40 см. Среда держалась в термостатических условиях. Шарик хранился в среде и переносился вместе со средой.

Было поставлено 6 опытов с фиксацией траектории падения шарика. Снимки обрабатывались в увеличенном масштабе, доведенном до натуральной величины. Определялись пространственные координаты шариков через каждые $1/32$, или $1/24$ сек в зависимости от скорости съемки. Для опыта № 1 были вычислены также все три компонента мгновенных скоростей. При малых числах Рейнольдса число точек в одном опыте доходило до 500.

В результате обработки опытных данных выяснилось, что шарик падает по слегка наклонной линии относительно вертикали и он колеблется относительно этой линии примерно с одинаковыми волнами и амплитудами. Амплитуда колебания увеличивается вместе с увеличением диаметра шарика. Длина волны увеличивается с уменьшением вязкости среды и с увеличением диаметра шарика. Поперечные составляющие скорости шарика меняются от нуля до величины, порядка вертикальной компоненты. Результаты экспериментов представлены в табл. 1.

Таблица 1

№№ опыта	Re	$\frac{2r_0}{l}$	$\frac{l}{2r_0}$	№№ опыта	Re	$\frac{2r_0}{l}$	$\frac{l}{2r_0}$
1, 2	0,795	0,282	3,55	5	1,39	0,089	11,16
3	0,0306	0,1632	6,25	6	0,0118	0,292	3,44
4	0,250	0,218	4,59				

Здесь $Re = \frac{g}{2g} \frac{r_0}{\nu} \cdot \frac{U^2}{a}$ получено из условия падения шарика по закону Стокса, r_0 — среднее арифметическое значение амплитуды колебания шарика ($r_0 = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$, где Δx и Δy проекции отклонения шарика от оси падения в горизонтальной плоскости), l — длина волны колебания. Убедившись в существовании закономерных колебаний шарика при падении в ламинарных условиях, в дальнейшем производилось фотографирование следа шарика при его падении в среде, характеризующейся разными числами Рейнольдса для количественного описания зависимости $l/d = f(Re)$ фотографирование происходило в темноте. При слабом освещении блестящего шарика отраженные от него лучи света попадали в открытый объектив фотоаппарата и оставляли след на пленке. Для предотвращения отражения света от стенок цилиндра они были покрашены изнутри черным цветом. Фотографии следа шариков показаны на рис. 1. При фотографировании в темноте были затруднены условия стереосъемок, поэтому пришлось ограничиться фиксацией одной проекции траектории шарика, которая позволила измерение шага колебания шарика при данной скорости падения.

На рис. 2а, б приведены фотографии авторов, представляющие два случая следа одного и того же шарика с $d = 3,15$ мм при $Re = 0,0391$. В 2а начальная часть следа кажется прямолинейной, а в 2б конечная часть кажется стремящейся к прямой.

На основании этих данных, а также фотосъемок (стереопар), приведенных Магареем [7] для падающей капли при $Re=300-500$ приходим к выводу, что шарик производит плоские колебания, одно-

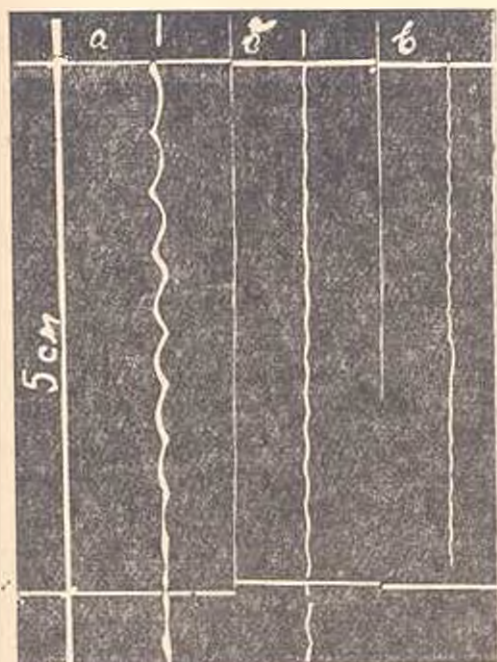


Рис. 1. След падения шариков:

- а) $d=3,15 \text{ мм}$; $Re=0,0391$
- б) $d=1,5 \text{ мм}$; $Re=0,207$
- в) $d=2,0 \text{ мм}$; $Re=0,108$



Рис. 2. След падения шарика.

$d=3,15 \text{ мм}$ $Re=0,0391$

временно вращаясь по винтовой линии вместе с плоскостью колебания. Действительно, на фото, приведенных Магареем в одной проекции следы капли имеют извилины, тогда как в другой проекции след прямолинейный. На рис. 2а, б запечатлено изменение такого положения следа по пути движения шарика. С учетом данных предыдущих опытов была получена следующая зависимость для ламинарной области:

$$l/d = 8,35 Re^{0,1}.$$

Здесь $l/d = U/dN = 1/St$ — число Струхала. Графическое изображение этой зависимости приведено на рис. 3.

2. Привлекает внимание совпадение значения $2r_0/l=0,282$ на опыте №№ 1, 2 с таковым для устойчивой вихревой дорожки Кармана $d/l=0,281$ [11–12]. Анализ показывает также примерное совпадение с этой величиной и данных опытов №№ 4 и 6 ($2r_0/l=0,218$ и $0,291$). Имея ввиду недостаточную точность обработки опыта № 3 для шарика с $d=1,0 \text{ мм}$ и то, что опыт № 5 находится вне рассматриваемой ламинарной области приходим к выводу, что колебание ша-

рика, по-видимому, происходит по причине срыва вихрей за падающим шариком, которые образуют дорожку Кармана. Об этом же го-

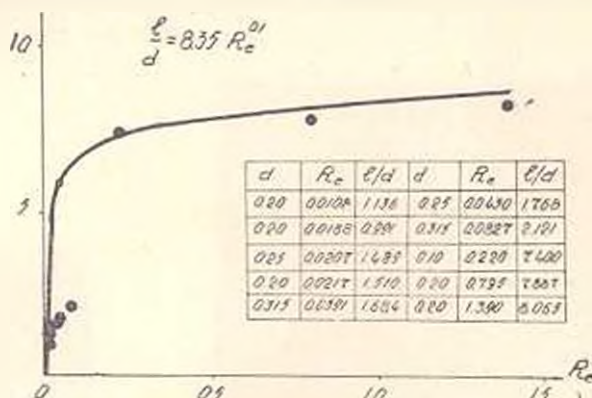


Рис. 3. График зависимости $\frac{\ell}{d} = 8.35 Re^{0.1}$.

ворит сходство кривой на рис. 3 с таковой, полученной нами в [13] для турбулентной области.

Не оспаривая пока уравнения Навье-Стокса для ламинарного движения жидкости. Их решение Стоксом и Озееном с линеаризацией уравнений дает безотрывное обтекание шара. Решение этой же задачи с сохранением всех членов этих уравнений получено Дженсеном [3] с помощью интегрирования их рядами Тейлора. При этом, он получил вихревые области за шаром, начиная с $Re = 17$. Хотя наши эксперименты относятся к более низким значениям числа Рейнольдса ($Re \leq 0.5$), однако, полученный Дженсеном результат является обнадеживающим по следующим причинам: им рассмотрена стационарная задача, между тем, как было показано выше, шарик падает при колебательном движении, а нестационарность является причиной вихреобразования; Дженсен решил уравнения рядами Тейлора, где сохранил только первые два члена ряда. А отбрасывание членов высокого порядка, как показал Кинч при решении задачи о движении двух и трех шариков [8], приводит к погрешности: эксперименты, отрицающие наличие колебаний шарика в ламинарных условиях не совершенны [6]. Они произведены в среде, визуализированной другими, более мелкими частицами, а исследования были визуальные. Эксперименты с падением жидких и газообразных шариков [4, 5, 7, 9] не могут служить обоснованием или отрицанием наших выводов, так как



Рис. 4. Расчетная схема.

механизм их движения отличается от такового при движении твердого шарика. Сила трения на поверхности этих шариков уравновешивается движением жидкости или газа внутри них, тогда как в случае твердого шарика она тратится на образование вихрей в поверхностном слое.

Рассматривая явление с точки зрения общей теории вязкого сопротивления опять же приходим к выводу, что движению тел в вязкой жидкости сопутствует появление сил трения на границе раздела сред, что, как показал Гельмгольд [14], проявляется в виде вихревых поверхностей. Как показано Карманом [13], эти поверхности неустойчивы. Они распадаются на отдельные вихревые центры, устойчивое состояние которых достигается при их шахматном расположении, с определенной геометрической характеристикой этого расположения. Нетрудно показать, что линии тока в шахматной дорожке Кармана синусоидальны [15]. Является неоспоримым наличие поперечной циркуляции в извилистом потоке. Поэтому, по всей вероятности, шарик движется по извилистой кривой, одновременно вращаясь. Теоретическое решение задачи о поступательном движении шарика вместе с вращением показывает, что при этом на шарик действует и поперечная сила [16]. Под действием этой силы шарик отклоняется от вертикальной линии, как было фиксировано Зрезовым [6] и нами.

Полученные авторами данные позволяют объяснить некоторые явления, имеющие место при движении двух шариков по одной вертикали. Как было описано в [2] при падении двух одинаковых шариков по одной вертикали верхний шарик падает со скоростью, большей, чем при свободном падении, до тех пор, пока относительное расстояние шариков $h/d < 50$, где h — расстояние между центрами шариков диаметром d . Этот результат качественно объясняется Озесом при решении задачи о двух шариках. При $h/d > 50$ нижний шарик большей частью получает меньшую скорость падения, чем скорость его свободного падения. Это можно объяснить колебательным характером движения шариков. Как известно [1], два шарика при колебании притягиваются, или отталкиваются друг от друга в зависимости от фаз их колебаний. По-видимому это и является причиной большого разброса экспериментальных точек в этой области [2]. Количественная оценка этого явления пока не представляется возможной.

Резюмируя изложенное отметим, что твердый шарик, падающий в ламинарных условиях, без влияния стен сосуда совершает колебательное движение относительно оси падения. Ось падения шарика составляет некоторый угол с вертикалью. Отношение длины волны к двойной амплитуде колебания шарика совпадает с таковой для устойчивой дорожки Кармана. Зависимость числа Струхала от числа Рейнольдса аналогична таковой для турбулентной области.

ՈՒՐ ԻՍԿԱԶԱՅԱՆ, ԱՄՍՏՊՈԼԻՍ

ԼԱՄԲԵԱՐՈՒԹՅԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ ՊԵՏԱՐՄՆԻ ԵՎ ՄԱԾՈՒՑՈՎ
ՀԵՂՈՒԿԻ ՓՈԽԱԶԳԵՑՈՒԹՅԱՆ ՄԵԿԱՆԻԶՄԻ ՈԱՍԻՆ

(Հաղորդում 2)

Պինդ զնդիկի տեկումը մոծուցիկ միջավայրում

Ա մ փ ո փ ո ս ո

Տարածական կինոկարահանման միջոցով հաշված է պինդ զնդիկի տարածական հետադիմը և ցույց է տրված, որ նա, հակառակ զոյություն ունեցող պատկերացումների, լամինարության պայմաններում ($Re < 0.5$) ընկնում է ոլորապտույտ հետադիմ: Ցույց է տրված, որ այդ ոլորապտույտներն օրինաչափ կերպով կրկնվում են որոշակի պերիոդներով, որոնք համեմատական են զնդիկի տրամագծին և Ռեյնոլդսի թվին:

Դուրս է բերված էմպիրիկ առնչություն հարաբերական պարբերության և Ռեյնոլդսի թվի միջև:

Ցույց է տրված, որ զնդիկի վերը նշված շարժումը բխում է մոծուցիկ միջավայրում պինդ մարմինների շարժման դիմադրության մեխանիզմից [1]:

Պոտոնկարահանման միջոցով ստացված են զնդիկների հետադիմերը՝ վերը նշված պայմաններում (նկ. 1 և 2), որոնք ակնառու կերպով ցույց են տալիս հետադիմերի ոլորապտույտ բնույթը, նրանք պերիոդների կախումը զնդիկի տրամագծից, ստատիստիկ առանցքի պտտացման բնույթը, անկման հետագծի ոչ ուղղահայաց լինելը:

Ցույց է տրված, որ զնդիկի նկարագրված շարժումը կարող է առնականորեն ստացվել նավիկ-Ստորսի լրիվ հավասարումներից՝ չհաստատված շարժման համար, էթի նրանք տեխնիկապես հաղթահարվեն:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ламб Г. Гидродинамика М., 1947.
2. Исаакян С. М., Гаспарян А. М. О механизме взаимодействия твердых тел с вязкой жидкостью (Сообщение 1), Известия АН Армянской ССР ТН, № 3, 1965.
3. Jepsen V. G. Viscous flow round a sphere at low Reynolds numbers (40), Proc. Roy. Soc., A, 249, (1959), pp. 346—366.
4. Garner F. H., Haycock P. S. Circulation in liquid drop, Proc. Roy. Soc., A 252, (1959), pp. 457—475.
5. Sathapathy R., Smith W. The motion of single immiscible drops through a liquid, J. Fluid Mech., 10, 4, (1961), pp. 561—570.
6. Зрелов Н. Н. Обобщенная формула скорости осаждения частиц в спокойной жидкости, Тр. гидр. лаб. ВПИ, в. 4, стр. 119—163, 1955.
7. Mugarvey R. H., Roy L. Bishop, Wakes in Liquid-Liquid Systems, The Physics of Fluids, 4, 7, (1961), pp. 800—805.
8. Kynch G. Y. The slow Motion of two or more Sphere through a viscous Fluid, J. Fluid Mech., 5 (1959), pp. 193—208.
9. Дирксов Г., Гидродинамика, 1950, стр. 34.

10. Исаакян С. М. Метод измерения пространственного поля скоростей в неустановившемся потоке. Известия АН Армянской ССР, (серия ОГН), 8, № 2, (1955).
11. Саткович А. А. Анализ принципиальных положений вихревых теорий обтекания. М., 1933.
12. Кочин Н. К., Кибель Н. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, ч. 1. М., 1948.
13. Исаакян С. М. О происхождении русловых процессов. Известия АН Армянской ССР, (Наука о земле), № 3, 1965.
14. Гельмгольц Г. Два исследования по гидродинамике, М., 1902.
15. Макавеев В. М., Коновалов И. М. Гидравлика, М., 1940.
16. Rubinov S. Y., Keller J. B. The transverse force on a spinning sphere moving in a viscous fluid, J. Fluid Mech., V. 11, p. 3, (1961), pp. 447—59.