

ГИДРОТЕХНИКА

СЕМЕНОВ В. В., БРУТЯН В. К.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ РЕГУЛИРОВАНИЯ
ГИДРОТУРБИНЫ ЧАСТОТНЫМИ МЕТОДАМИ

Анализ влияния отдельных параметров, характеризующих гидротурбину и регулятор, на процесс регулирования скорости гидротурбины представляет собой весьма трудную задачу, требующую индивидуального подхода в каждом конкретном случае. Трудность задачи объясняется во-первых, тем, что в процессе регулирования значительную роль играют как сосредоточенные параметры гидротурбины и регулятора, так и распределение параметра напорного трубопровода; во-вторых тем, что некоторые из уравнений, характеризующих рабочие узлы ГЭС, представляют собой нелинейные дифференциальные уравнения. Поэтому такие эффективные методы теории автоматического регулирования как *D*-разбиение, оказываются удовлетворительными только в простейших случаях. Но даже исследование устойчивости в простейших случаях само по себе уже является весьма сложной задачей с математической точки зрения.

Исследования Г. В. Ароновича [1] для устойчивости стационарных режимов некоторых энергоустановок в целом, показали, что существуют условия, когда устойчивость определяется сложным взаимодействием отдельных параметров и системы.

В настоящей работе делается попытка указать способ исследования не только устойчивости, но и качества процесса регулирования с учетом влияния распределенных параметров трубопровода.

Рассматривается следующая система уравнений гидроагрегата [2]

$$\left. \begin{aligned} (T_0 p + 1) \varphi &= a_1 u + a_2 h, \\ \delta \dot{\eta} &= -\varphi, \\ T_1 p u &= \sigma, \\ (T_1 p + 1) v &= (3T_1 p + 1) u, \\ \sigma &= \eta - v, \\ u &= a_3 q + a_4 h, \\ h &= -\frac{e q}{2} \ln \frac{p+1}{2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где p — оператор дифференцирования по времени;

φ — отклонение скорости вращения;

μ — отклонение регулятора;

h — напор;

τ — воздействие чувствительного элемента;

ε — смещение золотника сервомотора;

γ — воздействие изодромного устройства;

q — расход турбины;

τ_0 — время запаздывания гидравлического удара;

δ, i, p — коэффициенты неравномерности, жесткой обратной связи и ударной волны соответственно;

T_a, T_s, T_i — постоянные времени агрегата, сервомотора и изодрома соответственно;

a_1, a_2 — коэффициенты, характеризующие стационарный процесс системы.

Структурная схема этой системы показана на рис. 1, где передаточные функции обозначены:

$$W_a = \frac{1}{T_a p + 1}, \quad W_\tau = \frac{1}{T_\tau p}.$$

$$W_{\tau, y} = -\rho \tau h \frac{p\tau}{2}, \quad W_{\omega} = \frac{\beta T_i p + i}{T_i p + 1}.$$

Исходя из системы уравнений (1), трудно показать, что общие условия ее движения характеризуются квазиполиномом:

$$\begin{aligned} & \{ (T_a p + 1) [T_s p (T_i p + 1) + \beta T_i p + i] \delta + a_1 (T_i p + 1) \} a_2 \operatorname{ch} \frac{p\tau}{2} - \\ & - \{ (T_a p + 1) [T_s p (T_i p + 1) + \beta T_i p + i] \lambda a_1 + (T_i p + 1) (a_1 a_2 + a_2) \} \rho \operatorname{sh} \frac{p\tau}{2} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Известно, что необходимым условием устойчивости решений характеристического квазиполинома является отрицательность действительных частей всех его корней. Для определения корней квазиполином (2) представим в следующем виде:

$$[L_1(p) + a_1 L_2(p)] a_2 \operatorname{ch} \frac{p\tau}{2} - [L_1(p) a_2 + L_2(p) (a_1 a_2 + a_2)] \rho \operatorname{sh} \frac{p\tau}{2} = 0, \quad (3)$$

где

$$L_1(p) = (T_a p + 1) [T_s p (T_i p + 1) + \beta T_i p + i] \delta; \quad (4)$$

$$L_2(p) = T_i p + 1. \quad (5)$$

Для нахождения корней характеристического квазиполинома применим амплитудно-фазовый метод и метод D -разбиений.

При применении амплитудно-фазового метода к квазиполиному, соответствующему уравнению третьего порядка с запаздывающим ар-

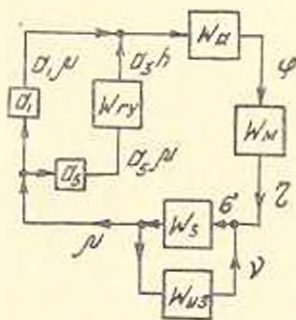


Рис. 1

гументом с одним запаздыванием, можно несколько упростить исследование, если вместо уравнения (3) рассмотреть уравнение

$$\frac{a_2 [L_1(p) + a_1 L_2(p)]}{L_1(p) a_4 + L_2(p) (a_1 a_4 + a_2)} = p t h \frac{p\tau}{2}, \quad (6)$$

для которого выражение амплитудно-фазовой характеристики получит вид:

$$L^*(j\omega) = p t h \frac{\omega\tau}{2}, \quad (7)$$

где

$$L^*(j\omega) = - \frac{a_2 [L_1(j\omega) + a_1 L_2(j\omega)]}{L_1(j\omega) a_4 + L_2(j\omega) (a_1 a_4 + a_2)} j. \quad (8)$$

Для построения амплитудно-фазовой характеристики целесообразно выражение (8) видоизменить и написать в такой форме:

$$L(j\omega) = \frac{L_2(j\omega)}{L_1(j\omega)} = - \frac{L^*(j\omega) (a_1 a_4 + a_2) + a_1 a_2 j}{L^*(j\omega) a_4 + a_2 j}. \quad (9)$$

Учитывая уравнение (7), получим:

$$L(j\omega) = - \frac{p t h \frac{\omega\tau}{2} (a_1 a_4 + a_2) + a_1 a_2 j}{p t h \frac{\omega\tau}{2} a_4 + a_2 j}. \quad (10)$$

Нетрудно убедиться в том, что правая часть выражения (10) удовлетворяет уравнению окружности с центром

$$A = - \frac{L^*(0) (a_1 a_4 + a_2) + a_1 a_2 j}{L^*(0) a_4 + a_2 j} = -a_1$$

и радиусом

$$R = \left| - \frac{L^*(\infty) (a_1 a_4 + a_2) + a_1 a_2 j}{L^*(\infty) a_4 + a_2 j} \right| = \left| - \frac{p (a_1 a_4 + a_2) + a_1 a_2 j}{p a_4 + a_2 j} \right|.$$

Отметим, что в исследуемых нами режимах работы динамический коэффициент $a_1 = +1$ и, согласно этому, на рис. 2 построены амплитудно-фазовые характеристики левой и правой части уравнения (10).

Вектор $L(j\omega)$ при $0 \leq \omega < \infty$ поворачивается в целом на угол

$$\varphi = (n - n_1) \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} \text{ см. ур. (4) и (5).}$$

Амплитудно-фазовая характеристика правой части уравнения (10) представлена в двух вариантах:

- 1) если $A < 0$, то при $-\infty < \omega < +\infty$ амплитудно-фазовая характеристика выделена сплошной линией окружности;
- 2) если $A > 0$ — пунктирной линией окружности.

Отметим, что начальная точка окружности (точка 0') соответствует корню характеристического квазиполинома гидротурбины, ког-

да волновые процессы в напорном трубопроводе отсутствуют ($h=\tau=0$), и в этом частном случае начало координат совпадает с центром окружности ($00'=0$). Очевидно, что для отыскания решения харак-

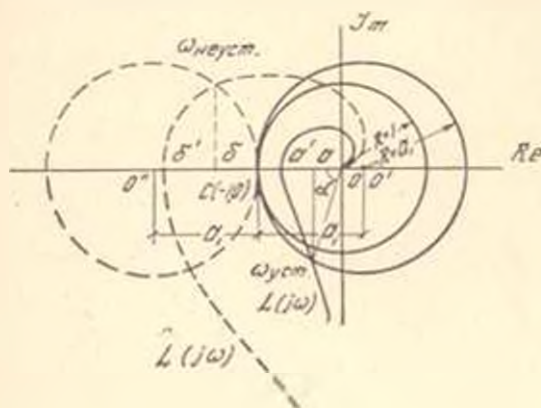


Рис. 2

теристического квазиполинома, необходимо определить точки пересечения кривой $L(j\omega)$ с окружностью. На рис. 2 видно, что при $A < 0$ решение уравнения (10) устойчиво при любом $\tau > 0$, если абсцисса точки пересечения кривой $L(j\omega)$ с вещественной осью (точка a') не охватывает критической точки $(-1, 0)$. Это значит, что все нули квазиполинома (2) расположены в левой полуплоскости ($Re p < 0$). Нетрудно видеть, что при $A > 0$ система неустойчива в силу того, что характеристики подходят к критической точке слева при любом τ (точка b'). Отметим, что запас устойчивости системы будет меняться с изменением величины запаздывания. В данном случае запас устойчивости по модулю равен ac , а по фазе — α . Таким образом, главную роль при исследовании устойчивости системы играет расположение радиусов-векторов кривой $L(j\omega)$ и окружности и расположение точек пересечения этих кривых.

С целью построения влияния запаздывания на устойчивость системы перейдем к исследованию областей асимптотической устойчивости квазиполинома. Для выяснения того, как изменяется число корней с отрицательной вещественной частью при переходе через границу D -разбиения в плоскости τ , найдем решения характеристического квазиполинома, которые, очевидно, должны удовлетворять следующим условиям:

$$\operatorname{tg} \frac{\pi \tau}{2} = 0, \quad \frac{1}{\rho} L^*(j\omega) = 0;$$

$$J = \frac{1}{\rho} L^*(j\omega) = 0.$$

Первое условие приводит к бесконечному множеству прямых $\frac{1}{\rho} L^*(j\omega)$ при значениях $\omega = \omega_l$ ($l=0, 1, 2, \dots$); второе — к окружностям $\frac{1}{\rho} L^*(j\omega) = 0$ при значениях $\omega = \omega_l$ ($l=0, 1, 2, \dots$).



кривым $\operatorname{tg} \frac{\omega \tau}{2} = \frac{1}{\rho} L^*(j\omega)$, для которых при $\omega = \omega_0$ функция $\frac{1}{\rho} L^*(j\omega)$ принимает только вещественные значения (рис. 3).

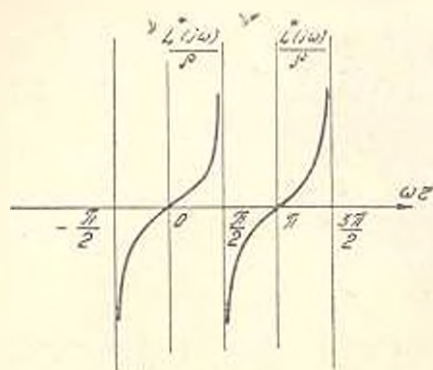


Рис. 3.

В силу (7) и учитывая что

$$\operatorname{arctg} \frac{L^*(j\omega)}{\rho} = -\frac{1}{2} \ln \frac{1 + j \frac{L^*(j\omega)}{\rho}}{1 - j \frac{L^*(j\omega)}{\rho}}$$

легко убедиться, что выражение (7), можно представить в общем виде:

$$\tau(\omega) = -\frac{j R_1(\omega) + j N_1(\omega)}{j \omega R_2(\omega) + j N_2(\omega)} = -\frac{j}{\omega} \cdot \frac{R(j\omega)}{N(j\omega)},$$

где $R(j\omega)$ и $N(j\omega)$ являются полиномами одинакового порядка.

Очевидно, что при изменении $0 \leq \omega < \infty$ функция $\tau(\omega)$ может:

а) переходить через вещественную ось n ($n \leq 3$) раз так, чтобы разность между числами положительных и отрицательных переходов равнялась нулю;

б) аperiodически стремится к вещественной оси.

Задавая значения ω от $-\infty$ до $+\infty$, найдем соответствующие значения τ . Граница D -разбиения представлена на рис. 4.

Для того, чтобы выяснить какая из областей, выделенных полученной кривой, будет областью устойчивости, обратимся к амплитудно-фазовой характеристике на рис. 2. Если амплитудно-фазовая характеристика пересекает вещественную ось внутри окружности (точка а, рис. 2), т. е., если система устойчива в точке $\omega = \omega_1$, то при изменении $0 < \omega < \infty$ ($-\infty < \omega < 0$) в сторону возрастания (рис. 4) мы пересекаем в соответствующей точке кривую D -разбиения соответственно с нештрихованной или штрихованной стороны.

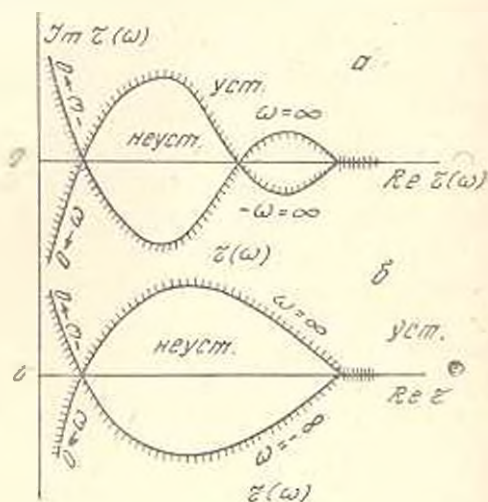


Рис. 4.

Если же амплитудно-фазовая характеристика пересекает вещественную ось вне окружности (точка б, рис. 2), т. е., если система неустойчива в точке $\omega = \omega_1$, то при изменении $0 < \omega < \infty$ ($-\infty < \omega < 0$) в сторону возрастания (рис. 4) пересекаем в точке кривую $\tau(\omega) \pm (-\tau)$ соответственно заштрихованной или незаштрихованной стороны. Таким образом, в область неустойчивости входят только отрезки вещественной оси, которые лежат вне зоны, окаймленной штриховкой.

Отметим, что при фиксированном значении $\omega = \omega_1$ ($0 < \omega_1 < \infty$) чем больше τ , тем больше крутизна кривой D-разбиения в плоскости $\tau(\omega)$ и, следовательно, тем меньше область устойчивости. Если $\tau_1 > \tau_2 > \tau_3$, то имеет место случай изображенный на рис. 5.

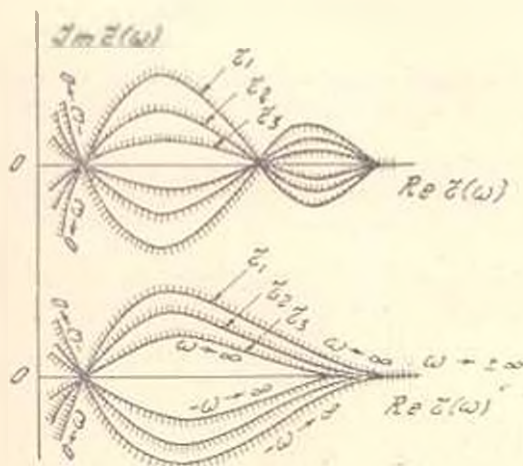


Рис. 5.

Точное построение области устойчивости в случае численного задания параметров легко производится по точкам.

Итак, несмотря на значительную сложность задачи, предлагаемым способом удастся построить качественные области устойчивости системы для выявления влияния запаздывания и тем самым исследовать влияние гидравлического удара на устойчивость работы гидротурбины.

Вычислительный центр
АН Армянской ССР

Поступило 7.VII.1965

Վ. Վ. ՍԻՄՅՈՆՈՎ, Վ. Կ. ԲՈՐԻՏՅԱՆ

ՀԻՄՆԱՏՈՒԹՅԱՆԻ ԿԱՐԴԱՎՈՐՈՒՄ, ՍԻՄՏԵՆՆԵՐԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ
ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆ, ՀԱՄԱԿԱՆՈՒՄ ԴԵՐՈՒՄՆԵՐՈՎ

Ա. Վ. Փ. Ս. Փ. Ս. Վ. Վ.

Հիմնադրամիջոցների ավագանու կադրավորման ժամանակ մեծ նշանակու-
թյուն ունի հայտնաբերման վրա արտոնի առանձին պարամետրերի և բնակա-

գրերի ազդեցությունը: Հեռազուգումները իրենից բավականաչափ կարևոր խնդիր է ներկայացնում, որովհետև տարրեր պարամետրեր յուրօրինակ ազդեցություն են թողնում սխառների կայունության վրա: Պրակտիկայում առանձնապես մեծ հետաքրքրություն է ներկայացնում հիդրոտուրբինների կարգավորման մասնակ տարածական պարամետրերի ազդեցությունը: Այս աշխատանքում, սպտադործելով սխառների ամպլիտուդա-ֆազային բևեռագրերը, ցույց են տրված հայտնի կվադրպոլինոմի կայունության և անկայունության պայմանները: Ապացուցված են ասիմպտոտիկ կայունության տիրույթները, իսկ ալեուհետև ցույց է տրված դինամիկ կայունության վրա հիդրավլիկական հարվածի ֆազայի ազդեցությունը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Аронович Г. В. () влиянии гидравлического удара на устойчивость регулирования подных турбин, журн. "Автоматика и телемеханика", т. IX—3, Изд. АН СССР, 1948.
2. Криваченко Г. И. Автоматическое регулирование гидротурбин, М., 1964.
3. Египазарян И. В. Задачи научных исследований по изучению режимов работы гидроэнергосистем и их автоматического регулирования, "Изв. АН АрмС СР" № 11, 1953.
4. Брутян В. К., Семенов В. В. Методика определения динамических характеристик отдельных узлов ГЭС. Труды ИЭМ (находится в печати).