

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

М. Г. АРАКЕЛЯН

К ТЕОРИИ СФЕРИЧЕСКОГО ПОДШПИННИКА
С ВОЗДУШНОЙ СМАЗКОЙ

В статье приводится расчет подъемной силы сферического подшипника с воздушной смазкой, с учетом инерционного члена в общих уравнениях аэродинамики, переменности зазора и сжимаемости воздуха. Схема сферического подшипника с воздушной смазкой приведена на рис. 1. Воздух подается по каналу 1 в зазор между сферическими поверхностями с первоначальным давлением P_0 и выходит в атмосферу с давлением P_a . Вследствие разницы $P_0 - P_a$, в криволинейном зазоре создается давление, которое и поддерживает шар весом F .

Условимся сферический подшипник с воздушной смазкой называть гихоходным, когда линейное смещение центров шара и чашки

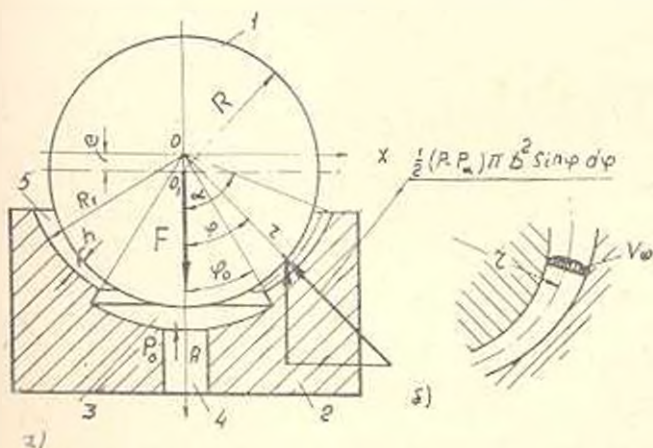


Рис. 1 а) — Схема сферического подшипника с воздушной смазкой; 1 — шар, 2 — чашка, 3 — карман, 1 — входной канал, 4 — криволинейный зазор, б) — Распределение скорости по толщине слоя смазки

(рис. 1) совпадает с вертикальной линией, проходящей через нижнее входное отверстие чашки. Здесь рассматриваются именно такие подшипники, когда можно игнорировать тангенциальными силами, приводящими к медленному колебанию шара. В связи с этим задача сводится к рассмотрению движения сжимаемой вязкой жидкости в поло-

сти между двумя эксцентрически расположенными сферами с центрами O и O_1 , радиусами R и R_1 .

На практике величина относительного зазора принимается равной $\varepsilon/R = 0,001 - 0,002$, поэтому в приведенных соотношениях эту величину можно принять за малую первого порядка. Для вывода закона распределения скорости и давления в полости между сферическими поверхностями, воспользуемся уравнениями аэродинамики в сферических координатах без учета массовых сил [1]. Началом координатной системы принят центр чашки (рис. 1), а за полярную ось OY принята линия, проходящая через центры сфер и ось входного отверстия. Положение плоскости XOY — начало отсчета долгот — оставлено произвольным. В исследовании приняты следующие допущения: смещения центров происходит только по направлению силы тяжести, т. е. изменение скоростей, давления, плотности и вязкости по направлению θ не происходит; движение стационарное; члены низших порядков по сравнению с ε/R не учитываются.

В силу принятых допущений можем написать:

$$\frac{V_r}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial P}{\partial \varphi} + \nu \frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2};$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\delta V_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (r V_r \sin \varphi) = 0,$$

где V_r и V_φ — проекции скоростей движения воздуха в зазоре соответственно по радиусу и меридиану (на рис. 1, угол по параллели не показан);

P — давление воздуха в данной точке зазора между сферическими поверхностями;

ρ — плотность воздуха в данной точке зазора.

В уравнениях (1) там, где r не входит под знак дифференцирования с точностью до ε/R можно r заменять на R . Введем новую переменную: $\tau = R_1 - r$ изменяющуюся поперек зазора в пределах от нуля до h ($0 \leq \tau \leq h$). Кинематическую вязкость заменим соотношением $\nu = \mu/\rho$, где μ — вязкость воздуха.

Ограничиваясь рассмотрением случая изотермического движения воздуха в зазоре вместо (1) будем иметь:

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = 0; \quad \rho = \frac{p_0}{P_0} P; \quad \frac{\partial^2 V_r}{\partial \tau^2} = f(\varphi) + \frac{1}{\mu R} \frac{\partial P}{\partial \varphi}; \quad (2)$$

$$\frac{1}{R \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\rho V_r \sin \varphi) = \frac{\partial}{\partial \tau} (\rho V_r); \quad f(\varphi) = \frac{\rho}{R \mu h} \int_0^h V_r \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} d\tau. \quad (3)$$

Так как вязкость мало зависит от давления, а температура газа принята постоянной, μ будет постоянной.

Интегрируя третье уравнение системы (2) при граничных условиях $V_r = 0$, при $\varphi = 0$ и $\varphi = h$, найдем:

$$V_\varphi = \frac{1}{2} \left[f(\varphi) + \frac{1}{\mu R} \frac{\partial P}{\partial \varphi} \right] (\zeta^2 - h^2). \quad (4)$$

Как видно из этого выражения, скорость газа по толщине слоя изменяется от нуля (у стенок сфер) до максимальной величины в середине зазора (рис. 16). Для осредненной по сечению зазора скорости в силу (4) будем иметь:

$$\bar{V}_\varphi = \frac{1}{h} \int V_\varphi d\zeta = -\frac{h^2}{12} \left[f(\varphi) + \frac{1}{\mu R} \frac{\partial P}{\partial \varphi} \right]. \quad (5)$$

После интегрирования уравнения неразрывности системы (2) при граничных условиях $\varphi = 0$ и $\varphi = h$, $V_r = 0$, в силу (5) получим

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left[P h^3 \sin \varphi \left[f(\varphi) + \frac{1}{\mu R} \frac{\partial P}{\partial \varphi} \right] \right] = 0. \quad (6)$$

Уравнение (6) аналогично уравнению Л. Г. Лойцянского [2], в котором отсутствует $f(\varphi)$, учитывающий инерционность потока.

Из (6) можем написать:

$$P h^3 \sin \varphi \left[f(\varphi) + \frac{1}{\mu R} \frac{\partial P}{\partial \varphi} \right] = \text{const}. \quad (7)$$

Для определения постоянной интегрирования составим условие постоянства расхода через поперечное сечение зазора

$$2\pi R h \mu \sin \varphi \bar{V}_\varphi = S_a \bar{V}_a \rho_a, \quad (8)$$

где S_a , $\bar{V}_a$ и ρ_a — сечение, средняя скорость и плотность при $\varphi = \alpha$.

Секундный расход воздуха

$$Q = S_a \bar{V}_a. \quad (9)$$

Учитывая (5), (9) и изотермичность движения, на основании (8) можно написать

$$f(\varphi) + \frac{1}{\mu R} \frac{\partial P}{\partial \varphi} = -\frac{6Q}{\pi R \frac{P}{P_a} h^3 \sin \varphi}. \quad (10)$$

Подставляя значение V_φ из (4) в (3), производя интегрирование и учитывая (10), получим

$$f(\varphi) = \frac{0,3Q^2 \rho_a}{\pi^2 R^4 \mu} \frac{h}{\sin \varphi} \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{1}{\frac{P}{P_a} h^3 \sin \varphi} \right). \quad (11)$$

Подставляя (11) в (10) получим следующее основное соотношение

между различными параметрами изотермического движения вязкого газа в сферическом зазоре:

$$\frac{0,3Q^2\rho_0}{\pi^2 R^2 \mu} \frac{1}{\sin \varphi} \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{1}{\frac{P}{P_0} h^2 \sin \varphi} \right) + \frac{P_0}{\mu R} \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{P}{P_0} \right) + \frac{6Q}{\pi R} \frac{P}{P_0} \frac{h^4}{h^4 \sin \varphi} = 0. \quad (12)$$

Для h с точностью до εR можем написать [3]:

$$h = \varepsilon (1 - \lambda \cos \varphi), \quad (13)$$

где $\lambda = e/\varepsilon$; e — эксцентриситет.

Дифференцируя (12) по $\cos \varphi$ и переходя к безразмерному давлению $Y = P/P_0$ с учетом (13) после преобразований получим:

$$Y^2 Y' (1 - \lambda \cos \varphi)^2 \sin^4 \varphi - a Y' (1 - \lambda \cos \varphi) \sin^2 \varphi - b Y \sin^2 \varphi - a Y \cos \varphi (1 - \lambda \cos \varphi) = 0, \quad (14)$$

где

$$a = \frac{0,3 Q^2 \rho_0}{\pi^2 R^2 P_0 \varepsilon^2}; \quad (15)$$

$$b = \frac{6 Q \mu}{\pi \varepsilon^2 P_0} - 3 a \lambda. \quad (16)$$

Безразмерную функцию ищем в следующей форме

$$Y = A_0 + A \cos \varphi + A_1 \cos^2 \varphi. \quad (17)$$

Зависимость (17) должна удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\text{при } \varphi = \varphi_0, \quad P = P_0 \text{ или } Y = P_0/P_0; \quad (18)$$

$$\text{при } \varphi = \pi/2, \quad P = P_2 \text{ или } Y = 1.$$

Эти условия согласно (17) дают

$$A_0 = 1, \quad A_1 = P_1 \sec^2 \varphi_0 - A \cos \varphi_0 \quad (19)$$

$$\text{где } P_1 = \frac{P_0}{P_2} - 1.$$

Заметим, что величину $(1 - \lambda \cos \varphi)^2$, входящую в (14), можно представить в следующем виде:

$$(1 - \lambda \cos \varphi)^2 = a_0 + a_1 \cos \varphi + a_2 \cos 2\varphi + a_3 \cos 3\varphi \quad (20)$$

$$\text{где } a_0 = 1 + 1,5 \lambda^2, \quad a_1 = -3\lambda (1 + 0,25 \lambda^2),$$

$$a_2 = 1,5 \lambda^2, \quad a_3 = -0,25 \lambda^2. \quad (21)$$

В силу (19) на основании уравнения (17) получим:

$$Y = 1 + a_4 + a_5 A + A \cos \varphi + (a_4 + a_5 A) \cos 2\varphi, \quad (22)$$

$$\text{где } a_4 = 0,5 P_1 \sec^2 \varphi_0; \quad a_5 = -0,5 \sec \varphi_0. \quad (23)$$

Из (22) находим

$$Y' = A + 4 (a_4 + a_5 A) \cos \varphi. \quad (24)$$

Подставляя (20), (22) и (24) в (14), получим:

$$\sum_{n=0}^{n=12} C_n \cos n\varphi = 0, \quad (25)$$

где $C_0, C_1, \dots, C_n$ суть различные комбинации параметров подшипника (φ_0, λ, P_1 и т. д.).

Умножая (25) на $\sin \varphi \sin 2\varphi d\varphi$ и интегрируя по φ от нуля до π найдем:

$$C_1 - C_3 = A^3 a(\lambda) - A^2 b(\lambda) + A c(\lambda) - d(\lambda) = 0, \quad (26)$$

где

$$a(\lambda) = -0,117 \sec^2 \varphi_0 (0,667 + \lambda^2) - 0,098 \lambda \sec^2 \varphi_0 (6 + \lambda^2) - \\ - 0,469 \sec^2 \varphi_0 (0,8 + \lambda^2) - 0,039 \lambda (7,2 + \lambda^2);$$

$$b(\lambda) = 0,351 P_1 \sec^4 \varphi_0 (0,667 + \lambda^2) + 0,196 P_1 \lambda \sec^4 \varphi_0 (6 + \lambda^2) + \\ + 0,469 (1 - P_1) \sec^2 \varphi_0 (0,8 + \lambda^2) + 0,234 \lambda \sec^2 \varphi_0 (7,2 + \lambda^2) + \\ + 0,563 (1,112 + \lambda^2);$$

$$c(\lambda) = -0,351 P_1^2 \sec^2 \varphi_0 (0,667 + \lambda^2) - 0,098 \lambda P_1^2 \sec^4 \varphi_0 (6 + \lambda^2) - \\ - 0,938 P_1 \sec^2 \varphi_0 (0,8 + \lambda^2) - 0,234 \lambda P_1 \sec^2 \varphi_0 (7,2 + \lambda^2) - \\ - 0,563 \sec^2 \varphi_0 (1,112 + \lambda^2) + 0,5 a \sec \varphi_0 - 0,5 b - 0,094 \lambda (1 + \lambda^2);$$

$$d(\lambda) = 0,117 P_1^2 \sec^4 \varphi_0 (0,667 + \lambda^2) + 0,469 P_1^2 \sec^4 \varphi_0 (0,8 + \lambda^2) + \\ + 0,563 P_1 \sec^2 \varphi_0 (1,112 + \lambda^2) - 0,5 a P_1 \sec^2 \varphi_0 + a. \quad (27)$$

Как показывает численный анализ, дискриминант уравнения (26)

$$\Delta(\lambda) = \left[\frac{m(\lambda)}{3} \right]^2 + \left[\frac{n(\lambda)}{2} \right]^2 > 0, \quad (28)$$

и уравнение (26) имеет один вещественный корень:

$$A = \left[-\frac{n(\lambda)}{2} + \sqrt{\Delta(\lambda)} \right]^{\frac{1}{3}} - \left[\frac{n(\lambda)}{2} + \sqrt{\Delta(\lambda)} \right]^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3} \frac{b(\lambda)}{a(\lambda)}. \quad (29)$$

В (28) и (29) принято

$$m(\lambda) = \frac{c(\lambda)}{a(\lambda)} - \frac{1}{3} \left[\frac{b(\lambda)}{a(\lambda)} \right]^2, \quad (30)$$

$$n(\lambda) = 2 \left[\frac{1}{3} \frac{b(\lambda)}{a(\lambda)} \right]^3 - \frac{1}{3} \frac{b(\lambda)}{a(\lambda)} \frac{c(\lambda)}{a(\lambda)} + \frac{d(\lambda)}{a(\lambda)}. \quad (31)$$

Из (17), (19) и (29) получим следующее уравнение давления в криволинейном зазоре между сферическими поверхностями при изотермическом истечении воздуха:

$$\frac{P}{P_1} = 1 + A \cos \varphi + (P_1 \sec^2 \varphi_0 - A \sec \varphi_0) \cos^2 \varphi, \quad (32)$$

Подставив (32) в (14) и производя интегрирование можно получить результат, соответствующий второму приближению. Однако, как

показано ниже, формула (32) дает результаты, достаточно хорошо совпадающие с данными экспериментов. Поэтому в дальнейшем эту формулу можно рекомендовать для вычисления подъемной силы сферического воздушного подшипника.

Переходим теперь к определению подъемной силы сферического подшипника с воздушной смазкой. Подъемная сила подшипника складывается из двух составляющих: из подъемной силы кармана, где давление постоянно и равно P_0 , и подъемной силы криволинейного зазора.

Для общей подъемной силы имеем (рис. 1):

$$F = \frac{\pi D^2}{4} (P_0 - P_1) \sin^2 \tau_0 + \frac{\pi D^2}{4} P_1 \int_0^{\tau_0} \left(\frac{P}{P_1} - 1 \right) \sin 2\tau d\tau. \quad (33)$$

Подставляя значение $\left(\frac{P}{P_1} - 1 \right)$ из (32) в (33) и производя интегрирование, найдем окончательно для подъемной силы шарового подшипника диаметра D с воздушной смазкой следующее выражение:

$$F = \frac{\pi D^2}{4} (P_0 - P_1) \left[1 - 0,5 \sec^2 \tau_0 (1 + \cos^4 \tau) + \frac{1}{6} \frac{A}{P_1} (\cos^3 \tau_0 - \cos^3 \tau + 3 \cos^4 \tau \sec \tau_0) \right]. \quad (34)$$

Расчетные величины F вычисленные по формуле (34) сопоставлены с экспериментальными данными автора статьи [4] в следующей таблице.

Таблица

Давление в кармане (кг/см ²)	Расход воздуха (м ³ /мин)	Подъем шара (мм)	Г р у з кг		Расхожде- ние в про- центах
			эксперимен- тальный	расчетный	
Диаметр шара 35,03 мм					
1,73	0,083	0,061	12,16	11,10	8,7
2,63	0,083	0,057	18,16	16,56	8,8
3,46	0,083	0,047	24,16	21,21	12,2
4,44	0,083	0,045	30,16	27,66	8,3
5,36	0,083	0,042	36,16	33,23	8,1
Диаметр шара 99,20 мм					
1,40	0,084	0,060	70,6	72,0	1,9
2,40	0,135	0,071	121,5	123,8	1,9
3,36	0,157	0,061	170,2	175,6	3,2
4,30	0,193	0,061	219,1	221,0	0,9
5,15	0,230	0,060	258,5	263,4	1,9
Диаметр шара 240,00 мм					
1,07	0,150	0,095	312	323	3,7
1,76	0,192	0,091	515	519	0,8
2,43	0,233	0,084	712	713	0,1
3,00	0,275	0,079	900	902	0,2
3,64	0,317	0,074	1092	1100	0,7

В таблице принято $\mu = 2,002 \cdot 10^{-6}$ кг.сек/м², $\rho = 0,111$ кг.сек²/м⁴, $\theta^0 = 50^\circ$ и $z = 0,05$ м.м.

Как показывают приведенные в таблице данные, в большинстве случаев совпадение расчетных данных с экспериментальными довольно хорошие.

ИРФЭ АН Армянской ССР

Получено 30.XI 1964

В. Ч. ԱՐԱՅԷԱՆ

ՕՒՆՅՐԻ ՅՈՐԼՍԱՐԻ ՍՖԵՐԻԿ ԱՌԱՆՅՔԱԿԱՆՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԴՐՈՒՄ

Ա. Վ Ր Ի Ն Փ Ի Ն Ի

Հոդվածում դրսի է բերված բանաձև (34) սղային յուղմամբ սֆերիկ առանցքակալների բարձրացնող ուժի մեծությունը հաշվելու համար:

(34) բանաձևի ճշտությունը ստուգված է փորձնական ավյալներով [4], որոնք բերված են երեք տարբեր չափսերի առանցքակալների համար 35,03 մմ, 99,2 մմ, և 240 մմ:

Ինչպես ցույց են տալիս աղյուսակում բերված ավյալները, առանցքակալի բարձրացնող ուժի հաշվարկային և փորձնական ավյալները բավականին լավ համընկնում են: Միջին տարբերությունը կազմում է մի քանի տոկոս:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Дроздович В. Н. О смазке сферического подшипника. Сб. „Вопросы теории и расчета гидророботов и приборов точной механики“, вып. 36, 1957.
2. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. Физматгиз, 1959.
3. Лойцянский Л. Г. Гидродинамическая теория сферического подшипника, ИММ, т. XIX, 1955.
4. Аракелян М. Г. Экспериментальное изучение сферических подшипников с воздушной смазкой. „Известия АН Армянской ССР“, серия ТН, № 2, 1965.