

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

Т. А. ГОРОЯН

ВЛИЯНИЕ ХАРАКТЕРА ИЗМЕНЕНИЯ ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ
НА РАССЕЯНИЕ ЭНЕРГИИ КОЛЕБАНИИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ
ЭЛЕМЕНТОВ

Способность материала поглощать в необратимой форме долю энергии циклических деформаций сказывается весьма благотворно на динамической работе конструкций и представляет одну из его основных динамических свойств.

Поглощение энергии в материале обусловлено его неупругими свойствами, проявляющимися даже при малых напряжениях и известными под общим названием „упругих несовершенств“ [1]. В силу неоднородности материала действительное распределение напряжений на какой-либо микроплощадке оказывается крайне неравномерным; отдельные пики напряжений могут в несколько раз превышать усредненное напряжение. Даже при малых внешних нагрузках, в отдельных зернах и на границах зерен материала под действием пиков напряжений могут возникнуть пластические деформации, которые и являются причиной появления упругих несовершенств или упругого гистерезиса. Помимо этого, в таком материале как бетон, возможно образование множества мелких трещин и внутреннее поглощение энергии может существенно увеличиваться вследствие трения в трещинах.

Количественной характеристикой упругих несовершенств материала является коэффициент внутреннего поглощения ψ , определяющий долю полной энергии деформации, поглощенную за цикл в единице объема материала. Таким образом коэффициент ψ является характеристикой интегрально зависящей от средних напряженных состояний всех микрообъемов материала; чем выше среднее напряженное состояние микрообъемов материала, тем больше поглощения энергии в нем. Для ряда материалов зависимость коэффициента поглощения ψ от амплитуды напряжения σ_0 выражена весьма отчетливо. Различными авторами предлагались разные формы аналитического описания функции $\psi(\sigma_0)$ [2]. Е. С. Сорокин указывает весьма общую форму разложения:

$$\psi = \psi_0 + \psi_1 \sigma_0 + \psi_2 \sigma_0^2 + \psi_3 \sigma_0^3 + \dots \quad (1)$$

в которой $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \dots$ — постоянные, характеризующие материал.

Значения среднего коэффициента внутреннего поглощения мате-

риала Ψ чаще всего определяют после обработки осциллограмм свободных затухающих колебаний консольных балок. При этом возмущающая сила бывает приложена на свободном конце балки* и эпюра изгибающих моментов имеет вид треугольника с максимумом у заделанного сечения.

Однако, при изгибных колебаниях эпюра моментов часто имеет вид значительно отличающийся от треугольного. В статье приводится способ определения среднего коэффициента поглощения изгибаемого элемента при любом виде эпюры моментов, если известны значения Ψ при треугольной эпюре моментов.

В изгибаемых железобетонных элементах энергия колебаний в основном поглощается бетоном сжатой зоны. Если на отрезке длины изгибаемого элемента dx действует относительный изгибающий момент $\mathcal{M} = \frac{M}{M_{\text{разр}}}$, то первым приближением можно допустить, что среднее значение коэффициента поглощения в элементарном объеме $bhdx$ (где: b — ширина, а h — высота сечения элемента) выразится рядом:

$$\psi = \psi_0 + \psi_1 \mathcal{M} + \psi_2 \mathcal{M}^2 + \psi_3 \mathcal{M}^3 + \dots \quad (2)$$

Тогда поглощение энергии в объеме изгибаемого элемента будет

$$W = \int_0^l \psi b h dx. \quad (3)$$

Пусть эпюра относительных изгибающих моментов дана функцией $\mathcal{M} = \mathcal{M}(x)$ (рис. 1-а), тогда в силу (2) для призматических элементов можно написать:

$$W = bh \int_0^l [\psi_0 + \psi_1 \mathcal{M}(x) + \psi_2 |\mathcal{M}(x)|^2 + \psi_3 |\mathcal{M}(x)|^3 + \dots] dx.$$

Поскольку W/bhl — это средний коэффициент поглощения материала Ψ , следовательно

$$\Psi = \frac{1}{l} \sum_{n=0}^{\infty} \psi_n \int_0^l |\mathcal{M}(x)|^n dx. \quad (4)$$

При треугольной эпюре изгибающих моментов (рис. 1-б), момент в сечении x консольной балки

$$\mathcal{M}(x) = \frac{x}{l} \mathcal{M}_{\text{max}}, \text{ где } \mathcal{M}_{\text{max}} \text{ — момент заделки.}$$

Тогда интеграл, входящий в (4) примет вид

* Здесь и в дальнейшем имеется в виду изучение поглощения энергии при основной форме колебаний

$$\int_0^l |M(x)|^k dx = \frac{l (M_{max})^k}{k+1}$$

и средний коэффициент поглощения энергии колебания при треугольной эпюре изгибающих моментов будет равен:

$$\Psi_1 = \sum_{k=0}^n \frac{\psi_k (M_{max})^k}{k+1} \quad (5)$$

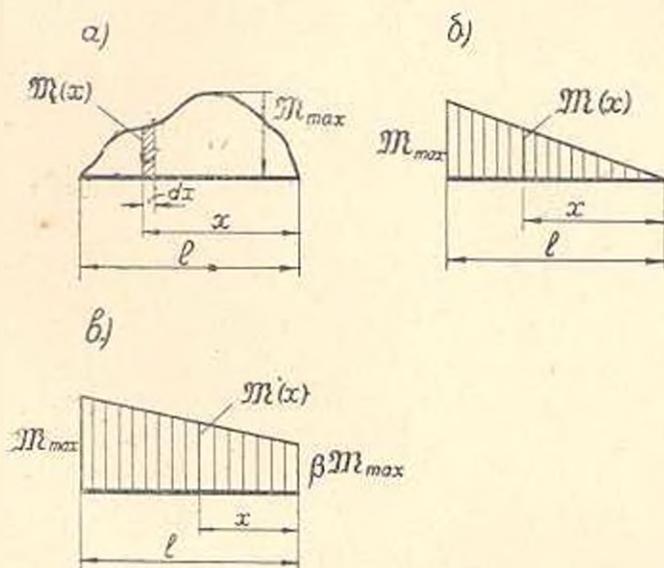


Рис. 1. Эпюры изгибающих моментов

Пусть после обработки осциллограмм свободных затухающих колебаний консольной балки получена зависимость:

$$\Psi_1 = \alpha_0 + \alpha_1 M_{max} + \alpha_2 M_{max}^2 + \alpha_3 M_{max}^3 + \dots \quad (6)$$

Из равенства выражений (5) и (6) будут получены значения постоянных, характеризующие данный материал:

$$\psi_k = (k+1) \alpha_k \quad (k=0, 1, 2, 3, \dots, n) \quad (7)$$

и выражение среднего коэффициента поглощения при произвольном виде эпюры относительных изгибающих моментов примет вид:

$$\Psi = \frac{1}{l} \sum_{k=0}^n \alpha_k (k+1) \int_0^l |M(x)|^k dx \quad (8)$$

Если функция $M(x)$ по длине l изгибаемого элемента является дискретной, то интегрирование следует произвести по участкам. В случае разнозначности эпюры моментов, интеграл, входящий в (8), определяется для участков каждого знака в отдельности и берется сумма их абсолютных значений.

При эпюре имеющей вид трапеции (рис. 1-в)

$$M(x) = \frac{M_{\max}}{l} [\beta l + x(1-\beta)], \quad (\text{где } 0 < \beta < 1).$$

Тогда интеграл, входящий в (8), будет

$$\int_0^l [M(x)]^k dx = \frac{1-\beta^{k+1}}{(k+1)(1-\beta)} l M_{\max}^k$$

и средний коэффициент поглощения энергии:

$$\Psi_{II} = \sum_{k=1}^n \alpha_k \frac{1-\beta^{k+1}}{1-\beta} M_{\max}^k \quad (9)$$

В случае прямоугольной эпюры моментов (чистый изгиб) $\beta=1$.

Раскрывая неопределенность $\left(\frac{1-\beta^{k+1}}{1-\beta}\right)_{\beta=1}$ получим:

$$\Psi_{III} = \sum_{k=0}^n \alpha_k (k+1) M_{\max}^k. \quad (10)$$

Для оценки количественного влияния допущений, принятых нами при решении задачи, проведена экспериментальная проверка. С этой целью изучены гистерезисные потери железобетонных балок-близнецов при двух видах эпюры изгибающих моментов — соответствующих двум схемам нагружения:

Первая схема — балка на двух опорах с сосредоточенной силой посредине пролета (рис. 2-а);

Вторая схема соответствует нагружению с зоной чистого изгиба на 0.4 пролета (рис. 2-б).

Опыты проведены над четырьмя железобетонными балками, по

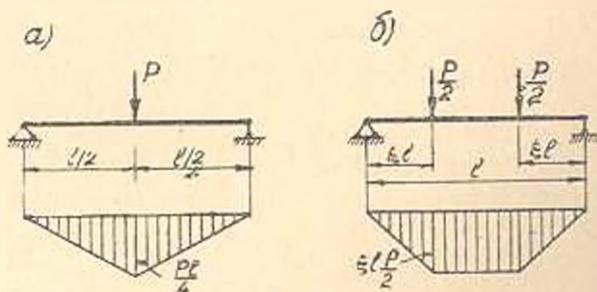


Рис. 2. Схемы испытаний.

2 образца при каждой схеме нагружения. В качестве инертных использованы дробленый песок и туфовый щебень ереванского типа.

Образцы балок, сечением 14×17 см и длиной 1.50 м, армировались рабочей арматурой $3\varnothing 12$ мм из горячекатаной стали марки Ст-3 (процент армирования $\mu = 1,57\%$). Монтажная арматура — $2\varnothing 6$ мм.

Двухсрезовые хомуты диаметром 4 мм ставились через 5 см. При обеих схемах нагружения пролет балок составлял 1,20 м. Физико-механические характеристики образцов приведены в табл. 1. Теоретические значения разрушающих нагрузок, приведенные в этой таблице, вычислены по СНиП II—В. 1-62 [3], принимая R_{st} и R_{bt} соответственно равными пределу текучести арматуры и кубиковой прочности бетона в день испытания образцов; приведенные там же фактические значения разрушающих нагрузок получены при испытаниях и соответствуют моменту появления текучести в растянутой арматуре,

Таблица 1
Физико-механические характеристики образцов железобетонных балок

Схема нагружения	Номера образцов	Возраст образцов в день испытания в днях	Прочность бетонных кубиков ($кг/см^2$)		Объемный вес бетона ($т/м^3$)	Разрушающая нагрузка ($кг$)	
			28-дневная	в день испытания образцов		теоретически вычисленная	фактическая
I	1	305	168	268	1,78	4000	3600
	2	305	168	288	1,76	4000	4000
II	3	282	180	305	1,76	6900	6400
	4	294	180	308	1,76	6900	6500

Испытание проводилось на 50-тонном прессе ГРМ—I. Нагружение и разгружение образцов осуществлялось ступенями, с интервалом между ними 30 сек, с замером прогибов в последние пролета. Устойчивые петли гистерезиса получились после трехкратного нагружения и разгружения образца. Значения среднего коэффициента внутреннего поглощения энергии, при различных значениях максимальной нагрузки цикла, определены по следующей формуле и приведены в табл. 2.

Таблица 2
Коэффициенты внутреннего поглощения энергии (η), подсчитанные по петлям гистерезиса железобетонных образцов

Первая схема нагружения						Вторая схема нагружения					
Образец № 1			Образец № 2			Образец № 3			Образец № 4		
Максимальная нагрузка цикла	η		Максимальная нагрузка цикла	η		Максимальная нагрузка цикла	η		Максимальная нагрузка цикла	η	
	P	$P_{разр}$									
P (кг)	P	$P_{разр}$									
1000	0,286	0,160	1000	0,250	0,132	1000	0,157	0,142	1000	0,154	0,139
1500	0,429	0,220	1500	0,375	0,200	2000	0,314	0,264	2000	0,308	0,276
2000	0,572	0,282	2000	0,500	0,275	3000	0,470	0,362	3000	0,462	0,366
2500	0,715	0,331	2500	0,625	0,316	4000	0,627	0,512	4000	0,616	0,482
3000	0,858	0,391	3000	0,750	0,385	5000	0,784	0,646	5000	0,707	0,692
3600	1,005	0,458	3600	0,900	0,430	6000	0,940	0,820	6000	0,924	0,934
4000	1,142	0,600	4000	1,000	0,648						

$$\Psi' = \frac{4\Delta W^*}{W_a}$$

где ΔW^* — площадь петли гистерезиса; W_a — упругая работа, отвечающая амплитуде деформации.

По данным табл. 2 построены кривые зависимости среднего коэффициента внутреннего поглощения энергии (Ψ') от максимального значения относительного изгибающего момента в образце ($M_{\max} = \frac{M_{\max}}{M_{\text{разр.}}}$) для обоих случаев нагружения (рис. 3). На этом же графике, для сопоставления, прерывистой линией нанесена зависимость коэффициента внутреннего поглощения энергии (удвоенного логарифмического декремента затухания) от напряженного состояния туфожелезобетонных консольных стоек, полученная при изучении их свободных колебаний [4]. Как видно, значения Ψ' , полученные при первой схеме нагружения (треугольной эпюре моментов), довольно близко расположены к кривой этой зависимости, хотя и условия, при которых получена эта зависимость, были иные. Как видно из рис. 3, для первой схемы нагружения зависимость $\Psi' = \Psi'(M_{\max})$, в пределах нагрузки до $M_{\max} = 0,8$, можно представить в виде прямой:

$$\Psi' = 0,5 M_{\max}. \quad (11)$$

Стало бы, в выражении (6) $z_1 = 0,5$ и $z_0 = z_2 = z_3 = \dots = z_n = 0$.

При второй схеме нагружения средний коэффициент внутреннего поглощения балки будет:

$$\Psi'' = 2 \cdot \Psi' + (1 - 2i) \Psi_{\text{III}}$$

В силу (10) и (11), для зоны чистого изгиба значение среднего коэффициента внутреннего поглощения будет:

$$\Psi_{\text{III}} = 2 z_1 M_{\max} = M_{\max}$$

Поскольку при второй схеме нагружения $i = 0,3$, то

$$\Psi'' = 2 \cdot 0,3 \cdot 0,5 M_{\max} + 0,4 M_{\max} = 0,7 M_{\max} \quad (12)$$

Из сопоставления (11) и (12) видно, что при второй схеме нагружения значение среднего коэффициента внутреннего поглощения должно быть на 1,4 раза больше, чем при первой схеме (при одних

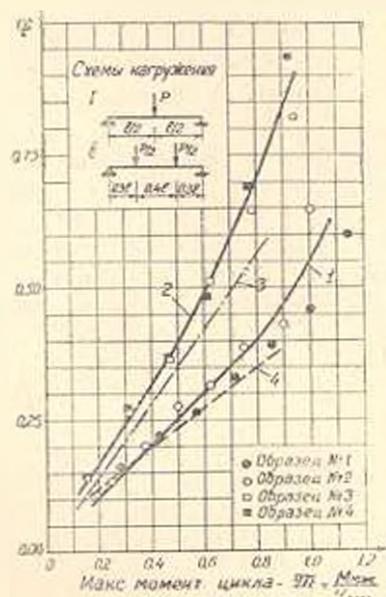


Рис. 3. Зависимость среднего коэффициента внутреннего поглощения энергии (Ψ') железобетонных балок от максимального относительного изгибающего момента цикла: 1 — при первой схеме нагружения 2 — при второй схеме нагружения (экспериментальная); 3 — та же зависимость по предлагаемому способу; 4 — для железобетонных стоек по [4].

и тех же значениях максимального изгибающего момента цикла). Зависимость (12) нанесена на рис. 3 пунктирной линией. Как видно, фактические значения коэффициента поглощения при второй схеме нагружения несколько больше вычисленных (порядка 7—15%). Это превышение в основном следует приписать касательным напряжениям, влияние которых не было учтено из-за отсутствия прямых экспериментальных данных [1].

Влияние касательных напряжений имеет место при любой схеме нагружения и в полученных нами экспериментальных зависимостях $\Psi(M_{max})$ в определенной мере это отражено. Для одних и тех же значений M_{max} касательные напряжения в сечениях балок при второй схеме нагружения значительно больше, чем при первой. Поэтому нужно полагать, что их влияние при второй схеме значительно больше. Характерно, что расхождение между вычисленными и экспериментально полученными значениями Ψ^0 тем значительнее, чем больше M_{max} цикла, что указывает на влияние касательных напряжений. Некоторую роль в завышении значений Ψ^0 играет также учет поглощения энергии в опорных частях образцов балок.

Таким образом экспериментальная проверка показала приемлемость принятых допущений (2) и при практических расчетах можно пользоваться предлагаемым способом.

Армянский НИИ
стройматериалов и сооружений

Получено 5.1.1965

Տ. Ա. ՉՈՐՅԱՆ

ԹԻՐՈՎ ԻՐԱՅԵՆՏՆԵՐԻ ՓՈՓՈՅՄԱՆ ԸՆՈՒՅՑԻ ԱԶԵՅՅՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՐԱԹԻՅՏՈՆԸ
ԷԼԵՄԵՆՏՆԵՐԻ ՏԱՏԱՆՈՒԹՆԵՐԻ ԸՆԵՐԳԻՍՆԻ ՅՐԴԱՆ ՎԵՐ

Ս. Վ Փ Ն Փ Ա Ր Ա

Տատանումների էներգիայի զրման բանակական բնութագիրը՝ նյութի ներքին կլանման գործակիցը, սովորաբար որոշվում է կոնսոլային շեժանի ազատ մարվող տատանումների ուսումնասիրությունից: Այդ դեպքում ծուղ ժամկանների էպլուրը եռանկյունաձև է:

Հոդվածում արվում է մոմենտների էպլուրի ցանկացած սեւքի դեպքում երկաթբետոնե պրիզմայաձև էլեմենտների ծոման տատանումների էներգիայի ներքին կլանման միջին գործակիցի՝ Ψ -ի որոշման եղանակ, երբ Ψ -ի արժեքները եռանկյունաձև էպլուրի համար արված են (6) կախմամբ: Ըստ սրում, առաջին մոտավորությամբ ընդունվում է, որ էներգիայի կլանումը ծուղի էլեմենտի փոքրագույն ծախսում արտահայտվում է (2) շարքով:

Սրբ ծուղ մոմենտը էլեմենտի երկարությամբ խզվող ֆունկցիա է, ապա առաջարկվում է (8) բանաձևով հաշվի կլանումն բաա մասերի և վերցնել միջին-կշռայինը:

Կատարված ընդունելությունների բանակահան ազդեցությունը դնահատելու համար էրապիրիմենտալ եղանակով ուսումնասիրվի են երկաթբետոնե շեժանների հիստերեզիսային կորուստները բննաժորման երկու սխեմաների

դեպքում (նկ. 2)՝ Փորձարկումներից առաջված և առաջարկվող եղանակով հաշված ներքին կլանման գործակցի արժեքների համադրումը (նկ. 3) ցույց է տալիս կատարված քննումների ֆուլլաարկիտիվներ գործնական հաշվարկների համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Сорокин Б. С. Динамический расчет несущих конструкций зданий. Гостройиздат, 1956.
2. Пановко М. Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. Физматгиз, 1960.
3. Строительные нормы и правила. Бетонные и железобетонные конструкции. СНиП II—И. 1—62. Гостройиздат, 1962.
4. Горюхи Т. А. Экспериментальное исследование рассеяния энергии при нерегулярных колебаниях стоек из легкого железобетона. Сб. «Исследования по сейсмостойкости зданий», научные сообщения АН СМ, вып. 7, Ереван, 1965.