

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

А. С. СОГОЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ДЕРЕВЯННОЙ
 ШПРЕНГЕЛЬНОЙ БАЛКИ С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ
 ДРЕВЕСИНЫ

1. В статье исследуется напряженное состояние трапециевидальной металло-деревянной шпренгельной балки, исходя из представления о древесине, как о материале, обладающем одновременно свойством ползучести и изменяемости модуля мгновенной деформации во времени, в процессе ее высыхания. Для разрешения этой задачи использована теория Н. Х. Арутюняна [1], которая учитывает как процесс старения материала, так и влияние длительности действия нагрузки.

На основании экспериментальных данных [2, 3] приняты следующие основные допущения:

1. Между деформациями ползучести древесины и напряжениями имеется линейная зависимость, справедливая при значениях напряжений ниже предела долговременного сопротивления. 2. При деформации ползучести древесины имеет место закон наложения.

Н. Х. Арутюняном закон изменения меры ползучести для бетона представлен в общем случае выражением вида:

$$C(t, \tau) = \varphi(\tau) [1 - e^{-\frac{t}{\tau}}], \text{ где } \varphi(\tau) = C_0 + \frac{A}{\tau}; \quad (1)$$

$C(t, \tau)$ — деформация ползучести к моменту времени t от единичного напряжения;

C_0 — предельное значение меры ползучести для данного материала;

A, τ — постоянные.

Для древесины переменная τ будет обозначать промежуток времени с момента установки конструкции, которому соответствует определенное значение влажности древесины, а следовательно и определенное значение модуля мгновенной деформации $E(\tau)$. Если выражение $C(t, \tau)$ для бетона отражает основные свойства ползучести бетона во времени, то аналогичное выражение для древесины также должно отражать основные свойства деформации ползучести древесины с изменением ее влажности во времени. Для этого в экспериментальных кривых деформации ползучести должно быть отражено влияние влажности древесины к началу загрузки, а также дальнейший процесс изменения влажности древесины во времени под

нагрузкой в результате высыхания. Такие кривые деформации ползучести нетрудно получить экспериментально при любом законе высыхания древесины. Однако, в полученных нами экспериментальных кривых деформации ползучести (рис. 1) не отражено влияние изменения влажности древесины во времени.

Если законы изменения деформации ползучести древесины во

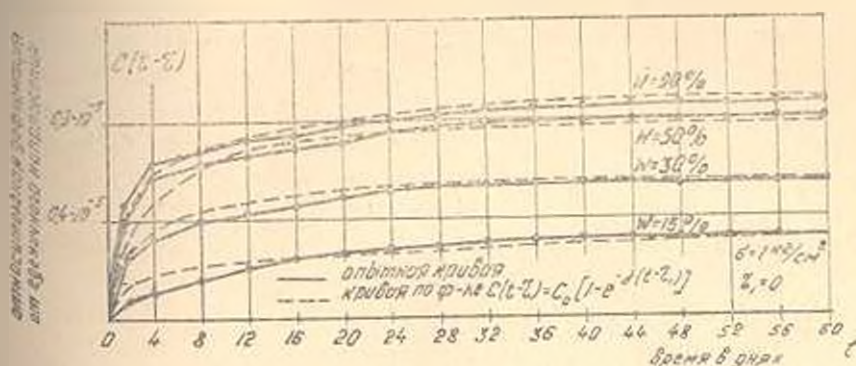


Рис. 1.

времени при разных процентах влажности к моменту загрузки (рис. 2а), а также закон высыхания древесины во времени (рис. 2б), можно с достаточной точностью построить кривые деформации ползучести, где будут отражены, как влажность к моменту загрузки.

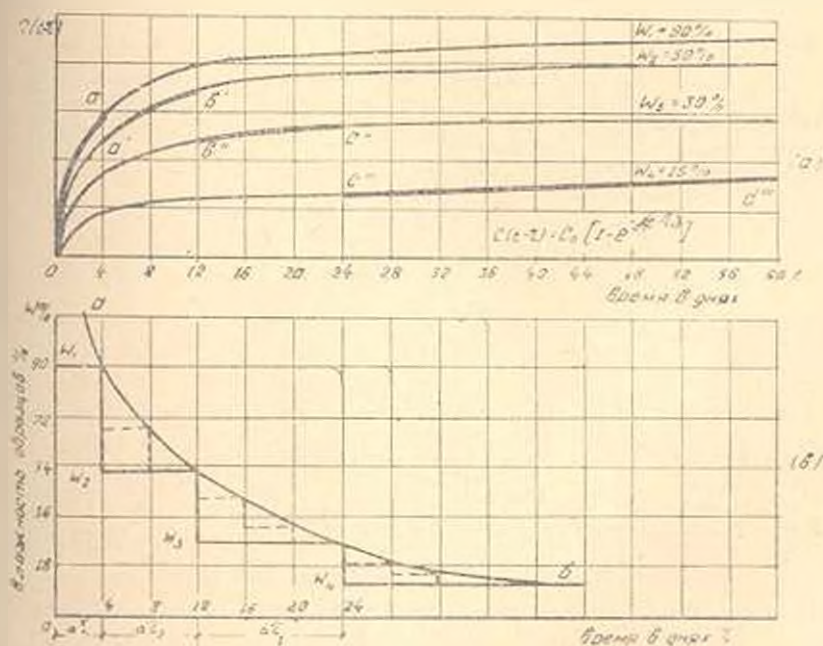


Рис. 2.

так и влияние процесса высыхания на деформацию ползучести. Однако, при этом в первом приближении допускается, что при переменной влажности форма кривой ползучести на данном участке не зависит

от формы кривых ползучести предшествующих участков заменим плавную кривую высыхания древесины во времени ab ломанной (рис. 2в). Тогда каждому элементарному промежутку времени Δt соответствует свой процент влажности древесины W_1, W_2, W_3 и т. д., постоянный на данном промежутке. А для каждого процента влажности W_1, W_2, W_3 и т. д. имеются свои кривые приращения деформации ползучести во времени (рис. 2а, б). Таким образом принятое допущение равносильно тому, что если в момент приложения нагрузки влажность образца была W_1 , то закон изменения деформации ползучести на участке Δt_1 будет протекать по кривой OA . При переходе влажности от W_1 к W_2 в процессе высыхания, дальнейшее приращение деформации ползучести в промежутке Δt_2 должно протекать по участку $a'b'$ кривой W_2 .

Следовательно, чтобы получить полную кривую деформации ползучести, где будет отражено высыхание древесины, надо ее составлять из отдельных участков кривых $W_1, W_2, W_3, \dots$ соответствующих промежуткам $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \dots$

На основании экспериментальных данных автором получено семейство кривых $C(t, \tau)$, где отражен процесс высыхания древесины при разных влажностях к моменту загрузки $W_1 = 90\%, W_2 = 50\%, W_3 = 30\%, W_4 = 15\%$ (рис. 3).

Если в бетоне за начало отсчета времени удобно было принять момент укладки бетона, то для древесины целесообразно за начало

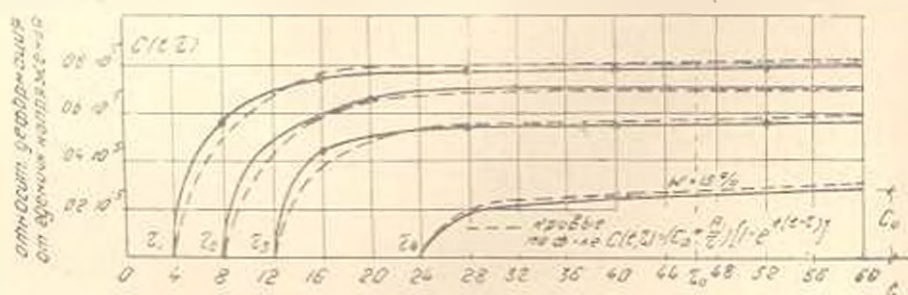


Рис. 3.

отсчета времени принять момент установки конструкции. Этим самым отбрасывается весь предшествующий процесс высыхания древесины до момента установки конструкции. Начиная с некоторого момента $t = \tau$, которому соответствует равновесная влажность древесины $W = 15\%$, дальнейшее изменение влажности древесины и соответственных условиях практически не происходит. Следовательно, с момента $t = \tau$ модуль мгновенной деформации древесины практически остается величиной постоянной ($E(t) = \text{const}$), а значения функций $C(t, \tau)$, лежащих за точкой τ_0 , должны очень мало отличаться друг от друга и быть подобными функциям кривой при $t = \infty$ (рис. 3). Тогда:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = C_0. \quad (2)$$

В этом случае мера ползучести будет являться функцией только разности аргументов $(t - \tau)$ и не будет зависеть от влажности древесины. Она определится только продолжительностью действия внешней нагрузки, аналогично тому, как это имеет место со старым бетоном [1].

В силу (2) начиная с некоторого момента выражение (1) представится в виде:

$$C(t - \tau) = C_0 (1 - e^{-\gamma(t - \tau)}). \quad (3)$$

2. Тракционноидальная шпренгельная балка при отсутствии стыка и пролете балки является статически неопределимой системой (рис. 4).

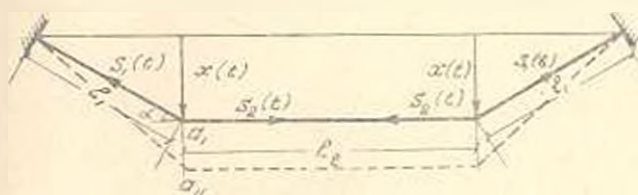


Рис. 4.

За лишнюю неизвестную примем усилие в стойке, $X(t)$ переменную по времени. Пренебрегая деформацией стойки, прогиб балки в точке a_1 будет равняться вертикальному перемещению затяжки в точке a_1

$$y_a(t) = y_{a1}(t). \quad (4)$$

Для определения $y_a(t)$ используем зависимость, полученную Н. Х. Арутюняном, в которой полная относительная деформация выражается в следующем виде [1]

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_2(t)}{E(t)} = \int_0^t \varepsilon_2(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right] d\tau. \quad (5)$$

где $\varepsilon_2(t)$ — напряжение упруго-мгновенной задачи;

$E(t)$ — модуль мгновенной деформации;

$C(t, \tau)$ — мера ползучести.

В соответствии с гипотезой плоских сечений для деформации ползучести, имеем:

$$\varepsilon_2(t) = \frac{1}{\rho(t)} z = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \cdot z, \quad (6)$$

где $\rho(t)$ — радиус кривизны изогнутой оси балки;

z — расстояние волокна от нейтральной оси;

$y = y(x, t)$ — прогиб балки.

Пренебрегая нормальной силой $N(t)$, напряжение можно представить в виде:

$$\sigma_2(t) = \frac{M(x, t)}{J_x} z. \quad (7)$$

Выражения изгибающих моментов на участках $0 \leq x_1 \leq a_0$ и $a_1 \leq x_2 \leq a_0 + l_0$ равны соответственно

$$M(x, t) = \frac{ql}{2} x_1 - \frac{qx_1^2}{2} - X(t)x_1; \quad M(x_2, t) = \frac{ql}{2} x_2 - \frac{qx_2^2}{2} + X(t)a_0. \quad (8)$$

Подставляя значение $\tau_1(t)$ и $\tau_2(t)$ в уравнение (5) получим отдельно уравнения для первого и второго участка, т. е.

$$\frac{\partial^2 y_1}{\partial x_1^2} = \frac{\left[\frac{ql}{2} - X(t) \right] x_1 - \frac{qx_1^2}{2}}{E(t) J_y} - \int_{\tau_1}^t \frac{\left[\frac{ql}{2} - X(\tau) \right] x_1 - \frac{qx_1^2}{2}}{J_y} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right] d\tau; \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 y_2}{\partial x_2^2} = \frac{\left[\frac{ql}{2} x_2 - \frac{qx_2^2}{2} - X(t)a_0 \right]}{E(t) J_y} - \int_{\tau_2}^t \frac{\left[\frac{ql}{2} x_2 - \frac{qx_2^2}{2} - X(\tau)a_0 \right]}{J_y} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right] d\tau;$$

Интегрируя дважды уравнения (9) и имея в виду, что при

$$x_1 = 0, \quad y_1 = 0, \quad \text{при } x_1 = x_2 = a_0, \quad y_1 = y_2, \quad \frac{\partial y_1}{\partial x_1} = \frac{\partial y_2}{\partial x_2},$$

$$\text{при } x_1 = \frac{l}{2}, \quad \frac{\partial y_1}{\partial x_1} = 0$$

получим значение прогиба в точке a

$$y_a(t) = -\frac{B}{E(t)} + \frac{K_0}{E(t)} X(t) + B \left[\frac{1}{E(t)} - \frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right] - K_0 \int_{\tau_1}^t X(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right] d\tau, \quad (10)$$

где

$$B = \frac{qa_0 [l^3 + a^3 - 2a_0^3 l]}{24 J_y}, \quad K_0 = \frac{[3l - 4a_0] a_0}{6 J_y}.$$

Вертикальное перемещение затяжки в точке a_1 (рис. 4) будет равно:

$$Y_a(t) = KX(t), \quad (11)$$

где

$$K = \frac{l_1}{E_1 F_1 \sin^2 \alpha} + \frac{l_2}{2E_2 F_2}, \quad (12)$$

$E_1 F_1$ — жесткость затяжки;

l_1, l_2 — длины наклонной и горизонтальной части затяжки.

На основании уравнения (4) имеем:

$$\left[K + K_0 \frac{1}{E(t)} \right] X(t) = \frac{B}{E(t)} - B \left[\frac{1}{E(t)} - \frac{1}{E(\tau_1)} - C(t, \tau_1) \right] + \\ + K_0 \int_{\tau_1}^t X(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right] d\tau. \quad (13)$$

Интегральное уравнение (13) при принятой зависимости $C(t, \tau)$ легко преобразуется в дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами

$$X''(t) + X'(t) f(t) = 0, \quad (14)$$

где

$$f(t) = \left[\gamma \left(1 + \varphi(t) \frac{1}{\frac{K}{K_0} + \frac{1}{E(t)}} \right) - \frac{E'(t)}{E^2(t)} \right] \quad (15)$$

Определяя значение $X(t)$ из уравнения (14) имеем:

$$X(t) = \frac{B}{KE(\tau_1) + K_0} \left\{ 1 + \varphi(\tau_1) \frac{1}{E(\tau_1)} \left[1 + \frac{K_0}{KE(\tau_1) + K_0} \right] \int_{\tau_1}^t e^{-\int_{\tau_1}^t f(t) dt} dt \right\}. \quad (16)$$

Рассмотрим частный случай, когда модуль мгновенной деформации древесины $E(\tau) = E_0 = \text{const}$.

Тогда в силу (31):

$$f(t) = \gamma \left[1 + \varphi(t) \frac{1}{\frac{K}{K_0} + \frac{1}{E(t)}} \right]. \quad (17)$$

Подставляя значение $f(t)$ из уравнения (17) в уравнение (16) и интегрируя в пределах от $\tau_1 = 0$ до t , получим окончательно следующее выражение для определения усилия в стойке шпренгельной балки:

$$X(t) = \frac{B}{KE_0 + K_0} \left\{ 1 + \gamma C_0 E_0 \left[1 + \frac{K}{KE_0 + K_0} \right] \frac{1}{n} [1 - e^{-nt}] \right\}, \quad (18)$$

где

$$n = \gamma \left[1 + \frac{C_0 K_0 E_0}{KE_0 + K_0} \right].$$

Зная $X(t)$ легко определить усилия в затяжке (рис. 4)

$$S_1(t) = \frac{X(t)}{\sin \alpha}; \quad S_2(t) = \frac{X(t)}{\tan \alpha} \quad (19)$$

и соответствующие напряжения

$$\sigma_1(t) = \frac{S_1(t)}{F_3}; \quad \sigma_2(t) = \frac{S_2(t)}{F_3}. \quad (20)$$

3. Автором были проведены экспериментальные исследования напряженного состояния металл-деревянной шпренгельной балки под действием длительно действующей постоянной нагрузки.

Испытания пролонгались в условиях соответствующих частному случаю приведенного выше теоретического решения. А именно, влаж-

ность древесины и период эксперимента оставалась постоянной и следовательно модуль мгновенной деформации древесины не изменялся, а мера ползучести являлась функцией только разности аргументов $C(t - \tau)$.

Балка имела сечение 10×10 см и пролет $l = 4$ м. Материалом для балки служила прямослойная сосна, влажностью $W' = 12\%$, причем значения постоянных характеристик деформаций ползучести древесины были равны: $\epsilon_0 = 0,04$ и $C_0 = 0,18 \cdot 10^{-5}$.

Затяжка шпренгельной балки была изготовлена из круглой арматурной стали диаметром 12 мм.

Испытания производились на рычажной установке (рис. 5).

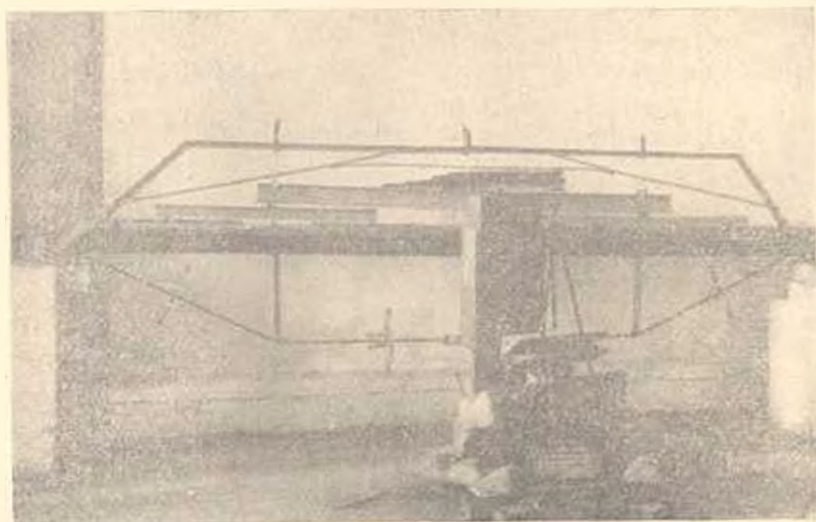


Рис. 5.

Нагрузка от рычага через систему распределительных балок передавалась на шпренгельную балку в 16-ти точках в виде сосредоточенных сил равных 70 кг. Приложенная нагрузка соответствовала эквивалентной равномерно распределенной интенсивностью 300 кг/м. Непосредственно после приложения нагрузки измерялись мгновенные деформации в горизонтальных и наклонных участках затяжки, а также в краевых волокнах деревянной балки, с помощью тензометров с точностью 0,001 мм и с базой измерения 10 см (рис. 5).

Прогибы балки измерялись индикаторами, укрепленными с помощью штативов к металлической раме, которая проходила поверх балки и прикреплялась к испытуемой балке на штырях у опор по ее нейтральной оси.

После приложения нагрузки велось наблюдение за поведением приборов в последующие промежутки времени. Отсчеты снимались через каждые 24 часа в течение двух месяцев.

Наблюдения показали, что происходит перераспределение усилий

в затяжке и деревянной балке, при этом, с течением времени деформация затяжки увеличилась.

На рис. 6 сплошной линией показана величина приращения напряжения во времени для горизонтальной части металлической за-

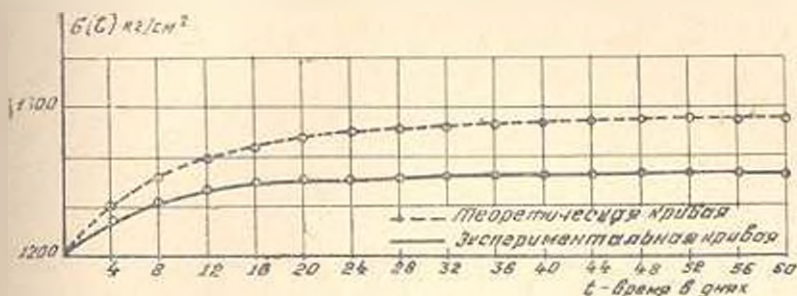


Рис. 6.

тяжки шпренгельной балки. Пунктиром показаны теоретические значения приращения напряжения, вычисленные на основании выражений (17)–(20).

Некоторые расхождения между экспериментальными и теоретическими данными, по-видимому, можно объяснить влиянием местных деформаций ползучести, которые нами не учитывались.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступило 23.XI 1964.

Ա. Ս. ՍՈՂՈՅԱՆ

ՓԱՅՏՆ ԶՊՐԵՆԳԵԼԱՅԻՆ ՀԵԾԱՆԻ ԼԱՐՎԱԾԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿԻ ՌԻՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՓԱՅՏԱՆՅՈՒԹԻ ՍՈՂԵՐ ԶԱՇՎԱԾՄԱՄԸ

Ա. Ս. ՍՈՂՈՅԱՆ

Հորվածում քերված է ն. հ. Հարավային-արևելյան տեղի տեսության հիման վրա կատարված փայտամետաղային սեղանաձև շարենգելային հեծանի լարվածային վիճակի ուսումնասիրության արդյունքները։ Փորձերում հաշվի է առնված փայտանյութի սողքի և ակնթարթային դեֆորմացիայի մոդուլի փոփոխությունը ըստ ժամանակի՝ կախված փայտանյութի չորացումից։

Առաջարկվում են հաշվային բանաձևեր ընդհանուր դեպքի համար։

Նկարագրված է երկարատև հաստատուն ուժի ազդեցության տակ շարենգելային հեծանի լարվածային վիճակի էքսպերիմենտալ ուսումնասիրությունը։ Փորձերը կատարվել են հեղինակի կողմից մասնավոր դեպքի համար՝ դուրս բերված տեսական լուծմանը համապատասխանող պայմաններին համաձայն, որանց փայտանյութի համար խոտանվողական և ակնթարթային դեֆորմացիայի մոդուլը պահպանված է հաստատուն։

Նկ. 6-ում հոծ դժով դույց է արված շարենգելային հեծանի մետաղական ձգչում ժամանակի ընթացքում լարվածության աճի փորձից ստացված մեխությունները։ զծիկներով ցույց է արված (18)–(20) հիման վրա տեսականորեն հաշված մեծությունները։

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Арутюнян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести. М.—Л., 1952.
2. Иванов Ю. М. Предел пластического течения древесины. М.—Л., 1948.
3. Согоян А. С. О некоторых закономерностях ползучести древесины, „Известия АН Армянской ССР, серия физ. математич. наук“, т. XI, № 2, 1958.