

## ЭНЕРГЕТИКА

Г. Т. АДОНЦ

## К ТЕОРИИ И МЕТОДАМ РАСЧЕТА МНОГОПОЛЮСНИКА

Сообщение 3

## Способ ускорения расчетов комплексных напряжений пар зажимов многополюсника

В предыдущем сообщении [1] был рассмотрен метод расчета комплексных напряжений пар зажимов многополюсника по заданным активным и реактивным мощностям источников энергии, подключенных к нему. Примеры числовых расчетов, выполненных по указанному методу, в частности, расчеты для ряда шестиполусников, показали, что процесс последовательных приближений к искомым значениям комплексных напряжений многополюсника является относительно медленным. В связи с этим возникла необходимость рационализации этого метода с целью обеспечения большей быстроты сходимости.

Настоящее сообщение посвящается этой задаче, а именно, способу ускорения расчета комплексных напряжений многополюсника, выполняемого по методу [1]. Согласно последнему каждый  $i$ -й шаг расчета состоит из двух отдельных этапов. На первом этапе, пользуясь формулами (2) и (3) [1], определяются значения углов  $\psi_k^{(i)}$ , где  $k$  — индекс пар зажимов многополюсника ( $k = 1, 2, \dots, n$ ). Заметим, согласно условиям задачи  $\psi = 0$ . На втором этапе расчета, пользуясь формулами (4), определяются значения модулей  $U_k^{(i)}$ . Схема расчета по этому методу может быть представлена следующими функциональными зависимостями.

$$\begin{aligned}\psi_k^{(i)} &= f(U_1^{(i-1)}, U_2^{(i-1)}, \dots, U_n^{(i-1)}); \\ U_k^{(i)} &= h(\psi_2^{(i)}, \psi_3^{(i)}, \dots, \psi_n^{(i)}),\end{aligned}\quad (1)$$

где  $i = 1, 2, \dots, r$  — индекс шагов последовательных приближений к искомым значениям  $\psi_k^{(i)}$  и  $U_k^{(i)}$ .

Сущность предлагаемого способа ускорения этих расчетов заключается в следующем. Расчеты  $\psi_k^{(i)}$  и  $U_k^{(i)}$   $i$ -го шага последовательных приближений рекомендуется выполнять не по величинам  $U_k^{(i-1)}$  и  $\psi_k^{(i)}$ , как это следует из выражений (1), а по величинам, учитывающим не только  $U_k^{(i-1)}$  и  $\psi_k^{(i)}$ , но и их приращения за предыдущий шаг прибли-

жений, т. е. соответственно, за  $i-2$ -й и  $i-1$ -й шаги. Другими словами, предлагаемый способ ускорения сводится к учету в  $i$ -ом шаге расчета не только данных предыдущего  $(i-1)$ -го шага расчета, но и направления (хода) самого процесса последовательных приближений, определяемого разностью величин, соответствующих  $(i-1)$ -му и  $(i-2)$ -му шагам расчета.

Различаются три случая ускорения последовательных приближений в расчетах комплексных напряжений пар зажимов многополюсника.

*Случай I.* Ускоряется только расчет модулей комплексных напряжений  $U_k$ .

*Случай II.* Ускоряется только расчет аргументов комплексных напряжений  $\psi_k$ .

*Случай III.* Ускоряется одновременно расчеты модулей  $U_k$  и аргументов комплексных напряжений  $\psi_k$ .

Первые шаги последовательных приближений в расчете комплексных напряжений (например, первые два, три или четыре шага) желательно осуществлять без ускорения, т. е. по схеме, выраженной зависимостями (1). Такое пожелание вызывается тем, что величины  $U_k^{(0)}$ , взятые в качестве нулевого приближения в этих расчетах, являются произвольными и приводят к резким колебаниям результатов расчета  $U_k$  и  $\psi_k$  в первых шагах последовательных приближений. Только после первых двух, трех или четырех шагов расчета наступит монотонный процесс стремления результатов последовательных приближений к искомым значениям  $U_k$  и  $\psi_k$ . Эти выводы нами были получены после выполнения расчетов для ряда многополюсников и могут быть уточнены в каждом отдельном случае выбора начальных значений  $U_k^{(0)}$ . Заметим, вопрос выбора границы таких значений  $U_k^{(0)}$ , при которых обеспечивается сходимость последовательных приближений к искомым, является весьма сложной задачей и требует специального исследования. В настоящей статье этот вопрос не рассматривается.

Запишем функциональные зависимости вида (1), соответствующие трем случаям предлагаемого метода ускорения процесса расчета комплексных напряжений.

*Случай I.* Ускорение только расчетов модулей комплексных напряжений  $U_k^{(i)}$   $i$ -го шага последовательных приближений может быть достигнуто путем изменения величины  $\psi_k^{(i)}$  на приращение

$$\frac{1}{2} [\psi_k^{(i)} - \psi_k^{(i-1)}],$$

т. е. путем задания в качестве исходных величин  $\frac{3}{2} \psi_k^{(i)} - \frac{1}{2} \psi_k^{(i-1)}$ ,

где  $k$  — индекс пар зажимов многополюсника. Таким образом, схема расчета для этого случая ускорения может быть представлена следующей записью:

$$\psi_k^{(i)} = f_1(U_1^{(i-1)}, U_2^{(i-1)}, \dots, U_n^{(i-1)});$$

$$U_k^{(i)} = h_1 \left( \frac{3}{2} \psi_2^{(i)} - \frac{1}{2} \psi_2^{(i-1)}, \frac{3}{2} \psi_3^{(i)} - \frac{1}{2} \psi_3^{(i-1)}, \dots, \frac{3}{2} \psi_n^{(i)} - \frac{1}{2} \psi_n^{(i-1)} \right). \quad (2)$$

Здесь, согласно изложенному выше, принимается  $i = 2, 3, 4, \dots, z$  или  $i = 3, 4, 5, \dots, z$  или  $i = 4, 5, 6, \dots, z$ . Имеется в виду также, что  $\psi_1 = 0$ , а для многополюсников, характеризуемых числом  $n > 3$ , т. е.  $k_n \neq 0$ , часть задаваемых  $U_k^{(0)}$  принимается постоянной в течение всех шагов последовательных приближений, т. е.  $U_k^{(0)} = U_k^{(1)} = U_k^{(2)}$ .

Изложенные условия распространяются также и на второй и третий случаи расчетов.

*Случай II.* Ускорение только расчетов аргументов комплексных напряжений  $\psi_k^{(i)}$   $i$ -го шага последовательных приближений достигается путем изменения величины  $U_k^{(i-1)}$  на приращение  $\frac{1}{2} [U_k^{(i-1)} - U_k^{(i-2)}]$ , т. е. путем задания в качестве исходных величины  $\frac{3}{2} U_k^{(i-1)} - \frac{1}{2} U_k^{(i-2)}$ , где  $k$  — индекс пар зажимов многополюсника. Таким образом, схема расчета для этого случая ускорения может быть представлена так:

$$\psi_k^{(i)} = f_2 \left( \frac{3}{2} U_1^{(i-1)} - \frac{1}{2} U_1^{(i-2)}, \frac{3}{2} U_2^{(i-1)} - \frac{1}{2} U_2^{(i-2)}, \dots, \frac{3}{2} U_n^{(i-1)} - \frac{1}{2} U_n^{(i-2)} \right); \quad U_k^{(i)} = h_2 (\psi_2^{(i)}, \psi_3^{(i)}, \dots, \psi_n^{(i)}). \quad (3)$$

*Случай III.* Схема расчета в этом случае ускорения может быть представлена следующей записью:

$$\psi_k^{(i)} = f_3 \left( \frac{3}{2} U_1^{(i-1)} - \frac{1}{2} U_1^{(i-2)}, \frac{3}{2} U_2^{(i-1)} - \frac{1}{2} U_2^{(i-2)}, \dots, \frac{3}{2} U_n^{(i-1)} - \frac{1}{2} U_n^{(i-2)} \right); \quad U_k^{(i)} = h_3 \left( \frac{3}{2} \psi_2^{(i)} - \frac{1}{2} \psi_2^{(i-1)}, \frac{3}{2} \psi_3^{(i)} - \frac{1}{2} \psi_3^{(i-1)}, \dots, \frac{3}{2} \psi_n^{(i)} - \frac{1}{2} \psi_n^{(i-1)} \right). \quad (4)$$

**Пример расчета.** В качестве иллюстрации предлагаемого способа ускорения расчетов комплексных напряжений пар зажимов многополюсника рассмотрим случай шестиполюсника, параметры которого были приведены в [1]. Результаты расчетов, выполненных согласно формулам (1), приведены там же. Согласно этим данным искомые величины  $\psi$  и  $U_k$  получаются в результате  $z = 27$  шагов последовательных приближений. Ниже приводятся результаты расчетов комплексных напряжений того же шестиполюсника, выполненных с ускорением последовательных приближений по формулам (2)—(4).

а. Расчеты по формулам (2). Результаты расчетов, выполненных без ускорения, были приведены в [1]. По данным этих расчетов имеем:  $\psi_{2, st}^{(2)} = -7^{\circ}05'$ ,  $\psi_{2, st}^{(1)} = -8^{\circ}10'$  и  $\psi_{3, st}^{(2)} = -4^{\circ}49'$ ,  $\psi_{3, st}^{(1)} = -6^{\circ}12'$ , где верхние индексы обозначают номер шага последовательных приближений. Перейдем, начиная со второго шага, к ускорению расчетов только модулей комплексных напряжений. Величины последних для второго шага последовательных приближений находятся как функции аргументов  $\frac{3}{2} \psi_{2, st}^{(2)} - \frac{1}{2} \psi_{2, st}^{(1)} = -3^{\circ}42'$  и  $\frac{3}{2} \psi_{3, st}^{(2)} - \frac{1}{2} \psi_{3, st}^{(1)} = -5^{\circ}13'$ . В результате соответствующих расчетов находим:  $U_1^{(2)} = 1,1681$ ;  $U_2^{(2)} = 1,2823$  и  $U_3^{(2)} = 1,1471$ . Далее, по этим величинам находятся значения аргументов—углов комплексных напряжений, а именно:  $\psi_{2, st}^{(3)} = 3^{\circ}11'$  и  $\psi_{3, st}^{(2)} = -4^{\circ}49'$ . Значения модулей комплексных напряжений в третьем шаге последовательных приближений находятся как функции  $\frac{3}{2} \psi_{2, st}^{(3)} - \frac{1}{2} \psi_{2, st}^{(2)} = -2^{\circ}56'$  и  $\frac{3}{2} \psi_{3, st}^{(2)} - \frac{1}{2} \psi_{3, st}^{(1)} = -4^{\circ}38'$  и т. д. Результаты расчетов, выполненных по формулам (2), приводятся в табл. 1.

Таблица 1

$i, n$	1	2	3	4	5	10	13	16
$\psi_{2, st}^{(1)}$	$-7^{\circ}05'$	$-4^{\circ}49'$	$-3^{\circ}11'$	$-2^{\circ}40'$	$-2^{\circ}23'$	$-1^{\circ}45'$	$-1^{\circ}34'$	$-1^{\circ}30'$
$\psi_{3, st}^{(1)}$	$-8^{\circ}10'$	$-6^{\circ}12'$	$-4^{\circ}49'$	$-4^{\circ}28'$	$-4^{\circ}19'$	$-4^{\circ}13'$	$-4^{\circ}13'$	$-4^{\circ}17'$
$U_1^{(1)}$	1,0668	1,1682	1,1942	1,2077	1,2178	1,2337	1,2389	1,2401
$U_2^{(1)}$	1,3252	1,2823	1,2712	1,2648	1,2591	1,2469	1,2422	1,2404
$U_3^{(1)}$	1,1253	1,1471	1,1514	1,1546	1,1579	1,1681	1,1725	1,1748

Таким образом, против 27 шагов расчета, выполняемого согласно (1), имеем всего 16 шагов расчета, выполненного согласно (2).

б. Расчеты по формулам (3). Аналогично достигается ускорение расчетов комплексных напряжений, если для этой цели пользоваться формулами (3). Согласно данным расчетов [1], выполненных без ускорения, т. е. по формулам (1), имеем:  $U_1^{(1)} = 1,0668$ ;  $U_2^{(1)} = 1,3252$ ;  $U_3^{(1)} = 1,1253$  и  $U_1^{(2)} = 1,1336$ ;  $U_2^{(2)} = 1,2954$ ;  $U_3^{(2)} = 1,1426$ , где верхние индексы обозначают номер шага последовательных приближений. Перейдем к ускорению расчетов, начиная с третьего шага величины углов  $\psi_2^{(3)}$  и  $\psi_3^{(3)}$ , согласно (3), находятся как функции:  $\frac{3}{2} U_1^{(2)} - \frac{1}{2} U_1^{(1)} = 1,1670$ ,  $\frac{3}{2} U_2^{(2)} - \frac{1}{2} U_2^{(1)} = 1,2805$  и  $\frac{3}{2} U_3^{(2)} - \frac{1}{2} U_3^{(1)} = 1,1513$ . В результате соответствующих расчетов получаем:  $\psi_{2, st}^{(3)} = -3^{\circ}14'$  и  $\psi_{3, st}^{(3)} = -4^{\circ}58'$ . Далее, по этим величинам находятся значения модулей на-

пряжений, а именно:  $U_1^{(2)} = 1,1841$ ;  $U_2^{(3)} = 1,2738$ ;  $U_3^{(4)} = 1,1524$ . Значения аргументов-углов комплексных напряжений в четвергом шаге последовательных приближений находятся как функции  $\frac{3}{2} U_1^{(3)} - \frac{1}{2} U_1^{(2)} =$

$$= 1,1926; \frac{3}{2} U_2^{(3)} - \frac{1}{2} U_2^{(2)} = 1,2705 \text{ и } \frac{3}{2} U_3^{(3)} - \frac{1}{2} U_3^{(2)} = 1,1530 \text{ и т. д.}$$

Результаты таких расчетов, выполненных по формулам (3), приводятся ниже в табл. 2.

Таблица 2

$i =$	1	2	3	4	5	10	16
$\psi_{2, n}^{(1)}$	$-7^{\circ}05'$	$-4^{\circ}49'$	$-3^{\circ}14'$	$-2^{\circ}41'$	$-2^{\circ}22'$	$-1^{\circ}48'$	$-1^{\circ}30'$
$\psi_{2, n}^{(2)}$	$-8^{\circ}10'$	$-6^{\circ}12'$	$-4^{\circ}58'$	$-4^{\circ}32'$	$-4^{\circ}21'$	$-4^{\circ}14'$	$-4^{\circ}17'$
$U_1^{(1)}$	1,0668	1,1336	1,1841	1,2025	1,2132	1,2316	1,2104
$U_2^{(1)}$	1,3252	1,2954	1,2738	1,2663	1,2612	1,2494	1,2404
$U_3^{(1)}$	1,1253	1,1426	1,1524	1,1547	1,1573	1,1673	1,1747

ПА. 5515

И в этом случае расчеты завершились за 16 шагов приближений, против расчетов за 27 шагов, выполняемых согласно формулам (1).

в. Расчеты по формулам (4). Ускорим ход расчета, начиная с шестого шага, принимая за исходное состояние расчета первые 5 шагов приближений, выполненных по формулам (1). Согласно последним имеем:  $U_1^{(5)} = 1,1996$ ;  $U_2^{(6)} = 1,2680$ ;  $U_3^{(7)} = 1,1537$  и  $U_1^{(4)} = 1,1840$ ;  $U_2^{(4)} = 1,2750$ ;  $U_3^{(4)} = 1,1500$ .

Величины  $\psi_k^{(6)}$  определяются, согласно (4), в функции  $\frac{3}{2} U_1^{(5)} - \frac{1}{2} U_1^{(4)} = 1,2074$ ;  $\frac{3}{2} U_2^{(5)} - \frac{1}{2} U_2^{(4)} = 1,2345$ ;  $\frac{3}{2} U_3^{(5)} - \frac{1}{2} U_3^{(4)} = 1,1555$ .

Выполняя расчеты по соответствующим формулам [1], получим:  $\psi_{2, n}^{(6)} = -2^{\circ}23'$ ;  $\psi_{2, n}^{(5)} = -4^{\circ}21'$ . Учитывая также, что  $\psi_{1, n}^{(5)} = -2^{\circ}47'$  и  $\psi_{1, n}^{(6)} = -4^{\circ}34'$ , получим:  $\frac{3}{2} \psi_{2, n}^{(6)} - \frac{1}{2} \psi_{2, n}^{(5)} = -2^{\circ}10'$ ;  $\frac{3}{2} \psi_{1, n}^{(6)} - \frac{1}{2} \psi_{1, n}^{(5)} = -4^{\circ}14'$ . В зависимости от этих величин находим:  $U_1^{(6)} = 1,2202$ ;  $U_2^{(6)} = 1,2574$  и  $U_3^{(6)} = 1,1593$  и т. д. Результаты этих расчетов представлены ниже в табл. 3.

Таким образом, расчеты по формулам (4) привели к искомым значениям  $\psi_k$  и  $U_k$  за 11 шагов последовательных приближений, против 27 шагов расчета, при пользовании формулами (1).

Предлагаемый способ ускорения и метод расчета [1] комплексных напряжений многополюсника в настоящее время используется в

Таблица 3

$i =$	4	5	6	7	8	9	10	11
$\psi_{2,kl}^{(i)} =$	$-3^{\circ}14'$	$-2^{\circ}47'$	$-2^{\circ}23'$	$-1^{\circ}54'$	$-1^{\circ}44'$	$-1^{\circ}39'$	$-1^{\circ}35'$	$-1^{\circ}30'$
$\psi_{3,kl}^{(i)} =$	$-4^{\circ}53'$	$-4^{\circ}34'$	$-4^{\circ}21'$	$-4^{\circ}10'$	$-4^{\circ}18'$	$-4^{\circ}23'$	$-4^{\circ}20'$	$-4^{\circ}17'$
$U_1^{(i)} =$	1,1840	1,1996	1,2202	1,2345	1,2333	1,2359	1,2386	1,2404
$U_2^{(i)} =$	1,2750	1,2680	1,2574	1,2460	1,2437	1,2417	1,2409	1,2404
$U_3^{(i)} =$	1,1500	1,1537	1,1593	1,1686	1,1726	1,1744	1,1744	1,1747

исследованиях режимов Армянской и Закавказской энергосистем, проводимых с помощью цифровых машин.

## 2. 8. ԱՊՈՒՑ

ՐԱԶՄԱՐԻՆՈՍԱԿԻ ԹՆՈՐՈՒՅԻ ԵՎ ՀԱՆՎՄԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

(Հաղորդում 3)

Ա. մ. փ. օ. փ. օ. ւ. մ

Տվյալ հաղորդումը նվիրված է բազմաբևեռակի կոմպլեքս լարումների հաշվման արագացման եղանակին: Այդ հաշվումների արագացման առաջարկվող եղանակի էությունը կախնում է հետևյալում:

Հաջորդական մոտեցումների  $i$ -րդ քայլում  $\psi_k^{(i)}$  և  $U_k^{(i)}$  հաշվումը առաջարկվում է կատարել ոչ թե  $U_k^{(i-1)}$  և  $\psi_k^{(i-1)}$  մեծությունների, ինչպես այդ հետևում է (1) արտահայտությունից, այլ մեծությունների, որոնք հաշվի են առնում ոչ միայն  $U_k^{(i-1)}$  և  $\psi_k^{(i-1)}$ , այլ նաև նրանց ածր մոտեցման նախորդ քայլում, արինքն համապատասխանաբար  $i-2$  և  $i-1$  քայլերում: Այլ խոսքով արագացման առաջարկվող եղանակը բերում է նրան, որ հաշվման  $i$ -րդ քայլում են առնում ոչ միայն  $i-1$ -րդ քայլի տվյալները, այլ նաև հաջորդական մոտեցման պրոցեսի ուղղությունը (ընթացքը), որը սրոշվում է հաշվման  $i-1$  և  $i-2$  քայլերին համապատասխան մեծությունների տարբերությունը:

Ցարբերվում են հաջորդական մոտեցումների արագացման երեք տարբեր գեոչքեր: Դեպք 1. Արագացվում է միայն կոմպլեքս լարումների մոդուլի, արինքն՝  $U_1$ , հաշվումը: Դեպք 2. Արագացվում է միայն կոմպլեքս լարումների արգումենտի, արինքն՝  $\psi_1$ , հաշվումը: Դեպք 3. Արագացվում են կոմպլեքս լարումների ինչպես  $U_1$  մոդուլի, այնպես էլ  $\psi_1$  արգումենտի հաշվումները:

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Адоци Г. Т. К теории и методам расчета многополюсника. (Сообщение 2). „Известия АН Армянской ССР“ (серия ТН), т. XVII, № 6, 1964.