ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XVII, № 5, 1964 Серия технических наук

ЭНЕРГЕТИКА

Г. Т. АДОНЦ

К ТЕОРИИ И МЕТОДАМ РАСЧЕТА МНОГОПОЛЮСНИКА

Сообщение 1

Расчет параметров активного многополюсника по заданной схеме замещения системы

Вопросы теории и методов расчета многополюсника приобретают все большее теоретическое и практическое значение в связи с бурным развитием электрических сетей энергосистем, созданием сложных систем автоматического регулирования, разработкой вычислительных машин и других устройств, исследование режимов которых базируется на теории многополюсника. Вопросы теории и методов расчета многополюсника получили развитие в работах советских ученых Р. А. Воронова, Э. В. Зеляха, В. И. Коваленкова, Г. Е. Пухова, В. П. Сигорского и ряда других, а также зарубежных ученых — Г. Крона, В. Кауэра, Т. Ши [1—3] и др. К числу недостаточно или слабо разработанных разделов теории многополюсника относятся: расчеты параметров многополюсника, теория эквивалентирования многополюсников, теория оптимальных режимов, расчеты комплексных напряжений и токов по заданным мощностям источников, подключенных к многополюснику, теория переходных процессов при одновременном действии на зажимах многополюсника источников э.д.с и тока и т. д.

Настоящее сообщение посвящается разработке метода расчета Z, Y и активных параметров многополюсника по заданной схеме замещения системы. Следующее сообщение автора будет посвящено расчету комплексных напряжений по заданным активным и реактивным мощностям источников энергии, подключенных к зажимам многополюсника.

Постановка задачи. Задана схема замещения системы с источниками комплексных э.д.с. (случай I) и схема замещения с источниками комплексных токов (случай II). Требуется определить параметры активного многополюсника, эквивалентного заданной схеме замещения.

Случай I. Схема с источниками комплексных э.д.с. Будем различать схему многополюсника, содержащую хотя бы один поперечный элемент, и схему без поперечных элементов.

А. Схема многополюсника содержит хотя бы один поперечный элемент. Пусть заданная схема замещения электрической цепи с источниками комплексных э.д.с. содержит $k_{н} = n + s$ независимых контуров. Требуется преобразовать эту схему в эквивалентный $2n$-полюсник, где n — число подключенных к многополюснику источников э.д.с. (как станционных-генераторных, так и нагрузочных источников, эквивалентно воспроизводящих те или иные пассивные элементы цепи). Уравнения контурных токов для заданной схемы после разбиения (по индексу n) матриц комплексных: сопротивлений, токов и э.д.с. на подматрицы могут быть представлены в следующей форме:

$$\left[\begin{array}{c|c} [Z'_{mk}] & [Z'_{m,\,n+c}] \\ \hline [Z'_{n+p,\,k}] & [Z'_{n+p,\,n+c}] \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \dot I_k \\ \hline [\dot I_{n+c}] \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} [\dot E_m] \\ \hline [\dot E_{n+p}] \end{array}\right] \quad \begin{array}{l} (m,\ k = 1,\ 2\cdots n); \\ (p,\ c = 1,\ 2\cdots s). \end{array} \tag{1}$$

где n — число контуров, токи которых оказываются независимыми переменными эквивалентного $2n$-полюсника. Каждый из этих контуров содержит ветвь, выходящую вне многополюсника. Условимся называть их внешними контурами многополюсника. Для обозначения этих контуров используются текущие индексы m и k. В уравнениях (1) были приняты следующие обозначения:

s — число контуров, токи которых остаются внутри эквивалентного $2n$-полюсника. Соответственно, условимся называть их внутренними контурами многополюсника. Для обозначения этих контуров используются индексы $n + c$ и $n + p$;

$\dot I_k$; $\dot I_{n+c}$ — контурные токи, соответственно, внешних и внутренних контуров $2n$-полюсника;

$\dot E_m$; $\dot E_{n+p}$ — комплексные э.д.с. источников, оказавшихся, соответственно, вне и внутри схемы $2n$-полюсника;

Z'_{mk}; $Z'_{m,\,n+c}$; $Z'_{n+p,\,k}$; $Z'_{n+p,\,n+c}$ — комплексные сопротивления, представляющие собой элементы матрицы $[Z]$ исходной системы контурных уравнений схемы замещения электрической цепи;

$1,\ 2\cdots m\cdots,\ n+1\cdots\ n+p\cdots n+s$ — индексы строк матрицы $[Z]$;

$1,\ 2\cdots k\cdots n,\ n+1\cdots n+c\cdots n+s$ — индексы столбцов той же матрицы.

Путем исключения из системы уравнений (1) контурных токов $\dot I_{n+c}$ $(c = 1,\ 2\cdots s)$ получаются следующие уравнения некоторого активного $2n$-полюсника, эквивалентного исходной схеме:

$$[Z'_{mk} + Z''_{mk}]\ [\dot I_k] = [\dot E_m - \dot E_{mk}] = [\dot E_{m\text{э}}]\ (k,\ m = 1,\ 2\cdots n), \tag{2}$$

где $Z_{mk} = Z'_{mk} + Z''_{mk}$ — есть пассивные параметры, а $\dot E_{m\text{э}}$ — активные параметры полученного активного $2n$-полюсника.

Уравнения (1) могут быть представлены и в следующей обращенной форме

$$[Y_{mk}]\cdot[\dot E_{k\text{э}}] = [\dot I_m]\ (m,\ k = 1,\ 2\cdots n). \tag{3}$$

Таким образом (2) и (3) являются основными уравнениями формы Z и Y установившегося режима $2n$-полюсника с заданными комплексными э.д.с. на его зажимах. Параметры активного многополюсника $\dot{Z}_{mk}$ и $\dot{E}_{m\varepsilon}$ выражаются через параметры уравнений (1) контурных токов следующим образом.

$$\dot{Z}_{mk} = \sum_{c=1}^{s} \dot{Z}_{m,\,n+c}\, a_{n+c,\,k} \quad (m,\ k = 1,\ 2\cdots n);$$

$$\dot{E}_{m\varepsilon} = \sum_{c=1}^{s} \dot{Z}_{m,\,n+c}\, b_{n+c} \quad (m = 1,\ 2\cdots n), \tag{4}$$

где, коэффициенты a и b выражаются через параметры исходных уравнений (1) формулами:

$$a_{n+c,\,k} = -\frac{1}{\Delta} \sum_{p=1}^{s} \Delta_{n+p,\,n+c}\ \dot{Z}_{n+p,\,k} (-1)^{p+c};$$

$$b_{n+c} = \frac{1}{\Delta} \sum_{p=1}^{s} \Delta_{n+p,\,n+c}\, \dot{E}_{n+p} (-1)^{p+c} \quad (c = 1,\ 2\cdots s), \tag{5}$$

где Δ — определитель подматрицы $|\dot{Z}_{n+p,\,n+s}|$ матрицы коэффициентов уравнений (1);

$\Delta_{n+p,\,n+c}$ — минор элемента, стоящего в $n+p$-ой строке и $n+c$-ом столбце указанного определителя Δ.

Б. Схема многополюсника не содержит поперечных элементов. Данная задача аналогична рассмотренной выше, за исключением условия, что внутри схемы многополюсника отсутствуют поперечные элементы. Это означает, что ток любого из источников э.д.с., действующего на любой паре зажимов многополюсника, при отсутствии источников э.д.с. на остальных парах его зажимов равен нулю. В этом случае оказывается затруднительным построение первых уравнений системы (1), из-за отсутствия в многополюснике внутреннего поперечного элемента. Между тем, существует практическая потребность в определении Z — параметров такого рода многополюсников, и в частности, для расчетов потерь мощности в сетях энергосистем, часто представляемых схемами замещения без внутренних поперечных элементов. Для преодоления этого затруднения предлагается заменить задачу по определению Z—параметров $2n$-полюсников без поперечного элемента—задачей по расчету Z—параметров некоторого $2(n—1)$ полюсника, получаемого из исходной схемы $2n$-полюсника путем приравнивания нулю э.д.с. одного из внешних источников, что равносильно принятию за нуль базисного напряжения. Эта ветвь с нулевой э.д.с. может рассматриваться как поперечная, внутренняя. В результате получается схема $2(n-1)$—полюсника, содержащая хотя бы один поперечный элемент. Z—параметры полученного $2(n—1)$—полюсника определяются по методике, изложенной выше для случая I—многополюсника с внутренним поперечным элементом. Возникает вопрос о том, каков смысл Z—параметров такого $2(n-1)$—полюсника и как они могут быть использованы в расчетах режимов исходного $2n$-полюсника? Ограничимся рассмотрением одного примера практического использования Z—параметров такого $2(n-1)$-полюсника для расчетов потерь мощности в последнем.

Покажем также, что для обеспечения возможности использования Z—параметров $2(n-1)$—полюсника при расчетах потерь мощности в исходном $2n$-полюснике необходимо было принять равной нулю величину э.д.с. источника той ветви, которая вносится внутрь схемы. Для доказательства допустим сначала $\dot{E}_n \neq 0$, т. е. будем считать, что в схему не вносим никаких изменений. Тогда очевидно, что уравнения вида (1), записанные для схемы $2(n-1)$-полюсника, будут иметь следующий вид:

$$\sum_{k=1}^{n-1} Z_{mk}\dot{I}_k + \sum_{c=1}^{s} Z'_{m,n+c}\dot{I}_{n+c} = \dot{E}_m - \dot{E}_n \quad (m=1,2\cdots n-1). \qquad (6)$$

где s—уравнения системы (1) не изменятся, за исключением замены в них индексов n на $n-1$. Выполнив операции, предусмотренные для случая A, получим уравнения $2(n-1)$-полюсника:

$$\sum_{k=1}^{n-2} (Z_{mk}+Z'_{mk})\dot{I}_k = \dot{E}_m - \dot{E}_{mx} - \dot{E}'_n \quad (m=1,2\cdots n-1). \qquad (7)$$

Заметим, что величина $\dot{E}_{mx}$ не зависит от $\dot{E}_n$. Путем умножения (7) на сопряженный комплексный ток $\overset{*}{I}_m$ и алгебраического суммирования полученных выражений по индексу $m=(1,2,\cdots n-1)$, получим:

$$\sum_{m=1}^{n-1} (\dot{E}_m - \dot{E}_{mx})\overset{*}{I}_m - \sum_{m=1}^{n-1} \dot{E}_n \overset{*}{I}_m = \sum_{k=1}^{n-1}\sum_{m=1}^{n-1} (Z_{mk})\dot{I}_k \overset{*}{I}_m. \qquad (8)$$

Имея в виду, что для схемы $2n$-полюсника без поперечного элемента имеет место условие:

$$\overset{*}{I}_n = -\sum_{m=1}^{n-1} \overset{*}{I}_m \qquad (9)$$

путем подстановки условия (9) в выражение (8) получим следующий баланс мощностей:

$$\sum_{m=1}^{n-1} (\dot{E}_m - \dot{E}_{mx})\overset{*}{I}_m + \dot{E}_n \overset{*}{I}_n = \sum_{k=1}^{n-1}\sum_{m=1}^{n-1} (Z_{mk})\dot{I}_k \overset{*}{I}_m. \qquad (10)$$

Левая часть выражения (10) представляет собой сумму потерь комплексной мощности в схеме $2n$-полюсника. Следовательно имеем:

$$\pi + jq = \sum_{k=1}^{n-1}\sum_{m=1}^{n-1} Z_{mk}\dot{I}_k \overset{*}{I}_m. \qquad (11)$$

где π—потери активной, а q—реактивной мощностей, имеющие место в исходном $2n$-полюснике: Z_{mk}—пассивные параметры $2(n-1)$-полюсника, получаемые описанным выше путем.

Таким образом, Z_{mk} параметры $2(n-1)$ полюсника, полученные путем приравнивания нулю одной из э.д.с. $2n$-полюсника без внутреннего поперечного элемента, оказались достаточными для расчетов потерь мощности исходного $2n$ полюсника, что и требовалось доказать.

Заметим также, что замена $2n$-полюсника, содержащего в себе поперечный элемент, таким $2(n-1)$-полюсником и использования Z-параметров последнего для расчетов потерь мощности $2n$-полюсника недопустима, так как условие (9) справедливо лишь для схем многополюсников без внутренних поперечных элементов.

Случай II. Схема с источниками комплексных токов. В этом случае различие между схемами многополюсников проводится по признаку наличия или отсутствия хотя-бы одного продольного элемента. Так как схема по последнему признаку не имеет практического значения, то ограничимся только схемами, содержащими хотя бы один продольный элемент. Пусть заданная схема электрической цепи содержит $y_n = n + s$ — независимых узлов. Требуется преобразовать эту схему в эквивалентный $2n$-полюсник, где n — число пар зажимов многополюсника, к которым подключаются источники комплексных токов. Уравнения узловых напряжений для заданной схемы могут быть представлены в виде:

$$\left[\begin{array}{c|c} [Y_{mk}] & [Y'_{m,\,n+c}] \\ \hline [Y_{n+p,\,k}] & [Y'_{n+p,\,n+c}] \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} [\dot{U}_k] \\ \hline [\dot{U}_{n+c}] \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} [\dot{I}_m] \\ \hline [\dot{I}_{n+p}] \end{array}\right] \begin{array}{l} (m = 1,\ 2\cdots n), \\ (p = 1,\ 2\cdots s), \end{array} \qquad (12)$$

где k, $m = 1, 2, \cdots n$ — индексы внешних, а, $n+p$, $n+c = 1, 2, \cdots n+s$ — индексы внутренних независимых узлов схемы. Y', U, I — комплексные проводимости, напряжения и токи, соответствующие записи уравнений по методу узловых напряжений.

Порядок получения формул для определения параметров Y_{mk} и $\dot{I}_{m,k3}$ многополюсника, эквивалентного схеме с источниками комплексных токов, тот же, что и в случае расчета параметров Z_{mk} и E_{mx} многополюсника, эквивалентного схеме с источниками комплексных э.д.с. Ограничимся записью получаемых формул

$$[Y_{mk}] \cdot [\dot{U}_k] = [\dot{I}_{m\text{э}}], \quad m = 1,\ 2\cdots n). \qquad (13)$$

где

$$Y_{mk} = Y_{mk} + Y'_{mk}; \quad \dot{I}_{m\text{э}} = \dot{I}_m - \dot{I}_{m,k3}.$$

Слагаемые Y'_{mk} и $\dot{I}_{m,k3}$ определяются формулами:

$$Y'_{n,k} = \sum_{c=1}^{s} Y'_{m,\,n+c}\, a_{n+c,\,k} \quad (m,\ k = 1,\ 2\cdots n).$$

$$\dot{I}_{m,k3} = \sum_{c=1}^{s} Y'_{m,\,n+c}\, b_{n+c} \quad (m = 1,\ 2\cdots n), \qquad (14)$$

где, в свою очередь,

$$a_{n+c,k} = -\frac{1}{\Delta}\sum_{p=1}^{s} \Delta_{n+p,\,n+c}\ Y'_{n+p,\,c}\,(-1)^{p+c};$$

$$b_{n+c} = \frac{1}{\Delta}\sum_{p=1}^{s} \Delta_{n+p,\,n+c}\ I_{n+p}\ (-1)^{p+c};\quad (c=1,\ 2\cdots s).$$

В представленном выражении Y'_{mk}; $Y'_{m,\,n+c}$; $Y'_{n+p,\,k}$; I_{n+p} — являются параметрами заданных уравнений (12) узловых напряжений;

Δ — определитель подматрицы $|Y_{n+p,\,n+c}|$;

$\Delta_{n+p,\,n+c}$ — минор элемента, стоящего в $n+p$-ой строке и $n+c$-ом столбце указанного определителя Δ.

Изложенная методика используется в расчетах режимов Армянской и Закавказской энергосистем, схемы замещения которых представляются эквивалентными многополюсниками. В Армянской НИИЭ составлены программы, реализующие алгоритм расчета параметров многополюсников с помощью цифровой машины.

АрмНИИЭ Поступило 22.VII 1964

Հ. Տ. ԱԴՈՆՑ

ԲԱԶՄԱԲԵՎԵՌԱԿՆԵՐԻ ՀԱՇՎՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻ ԵՎ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ամփոփում

Բազմաբևեռակների տեսության ոչ բավարար կամ թույլ զարգացած բաժիններ են հանդիսանում բազմաբևեռակների պարամետրի հաշվումը, բազմաբևեռակների համարժեքացման տեսությունը, աղբյուրի տրված հզորություններով լարման և հոսանքի կոմպլեքսային արժեքների հաշվումը և այլն: Հոդվածում լուսաբանված են սխեմի տրված փոխարինման սխեմայով բազմաբևեռակի z, y և ակտիվ պարամետրի հաշվառման մեթոդները:

Դիտվում է երկու դեպք. երբ բազմաբևեռակի փոխարինման սխեմայի սեղմակներին միացված են. 1) է. շ. ու. կոմպլեքսային աղբյուրներ և 2) հոսանքի կոմպլեքսային աղբյուրներ: Ուսումնասիրվում են նույնպես այն դեպքերը, երբ փոխարինման սխեման պարունակում է ընդերկայնական էլեմենտ, և երբ այն չի պարունակում:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Воронов Р. А.* Общая теория четырехполюсников и многополюсников. ГЭИ, 1951.
2. *Зелях Э. В.* Основы общей теории линейных электрич. схем. Изд. АН СССР, 1951.
3. *Коваленков В. И.* Теория передачи по линиям электросвязи, Связьиздат, ч. I, 1937, ч. II, 1938.