ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XVII, № 4, 1964 Серия технических наук

СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ СООРУЖЕНИЙ

Т. А. КОМАНДРИНА

О РАСЧЕТЕ ЗДАНИЙ НА СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ С УЧЕТОМ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ РАБОТЫ*

Как известно, сейсмические нагрузки, действующие на здание при землетрясениях, определяются по плоской расчетной схеме. При этом используется допущение об абсолютной жесткости перекрытий, как диафрагм.

Однако, как показали результаты испытаний перекрытий и расчеты, выполненные для реальных зданий [1], [2], принятие положения об абсолютной горизонтальной жесткости перекрытий, как диафрагм, не всегда является достаточно обоснованным. В статье предлагается новый метод расчета зданий каркасно-связевого типа на сейсмические воздействия, в котором пространственная работа учтена не только при распределении сейсмической нагрузки между вертикальными элементами здания (рамы и диафрагмы жесткости), но и при ее формировании.

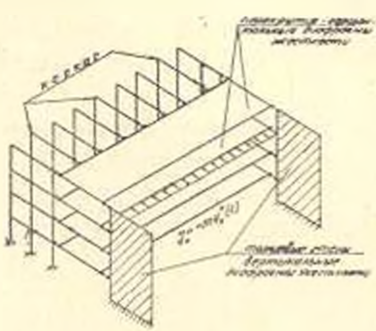

Рис. 1.

На рис. 1 показана принятая расчетная схема здания. Основание сооружения можно считать несмещающимся, но при этом в уровнях перекрытий должны быть приложены инерционные силы

$$J_k = -m_k\, \ddot{y}_0(t),$$

где m_k — массы k-го яруса сооружения, принятые сосредоточенными в уровне k-го перекрытия и приходящиеся на единицу его длины; $\ddot{y}_0(t)$ — ускорение почвы.

Для расчета этой пространственной системы воспользуемся методом расчленения В. К. Егупова [3]—[7].

1. Рассмотрим вспомогательную задачу на определение частот и форм свободных колебаний здания с учетом пространственной работы. Сложную пространственную конструкцию расчленим на ряд плоских систем, находящихся на упругих опорах (рис. 2). Перекрытия нахо-

* Работа выполнена под руководством В. К. Егупова и доложена на научных конференциях ОИСИ в 1961 г.

дятся на поддерживающем упругом основании и поддерживающих упругих опорах, учитывающих соответственно влияние рам и вертикальных диафрагм жесткости. Рамы и диафрагмы жесткости находятся на толкающих упругих опорах, учитывающих влияние перекрытий.

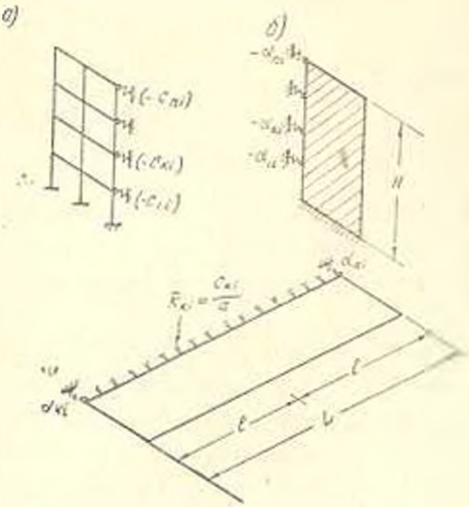

Рис. 2.

Как показано в [3], условия совместности деформаций таких расчлененных и равночастотных систем будут удовлетворяться при условии равенства коэффициентов жесткости поддерживающих и толкающих опор и подобия форм главных свободных колебаний между всеми вертикальными элементами и всеми горизонтальными элементами здания*.

Коэффициенты жесткости $\overline{k}_{kl}$ расчлененных перекрытий определяются по следующим формулам:

$$\overline{k}_{kl} = \gamma_k + \rho_k \overline{k}_1; \tag{1.1}$$

$$\gamma_k = \frac{\lambda^4}{l^3} E\,(\rho_k J_k - J_1); \tag{1.2}$$

$$\rho_k = \frac{m_k}{m_1}, \tag{1.3}$$

где l — половина длины здания; E — модуль упругости материала; J_1 и J_k — моменты инерции поперечного сечения перекрытий над 1-м и k-м этажами; λ — безразмерный параметр, определяемый из следующего частотного уравнения.

$$\lambda^3 \frac{A(\lambda)}{C(\lambda)} = \alpha_k \frac{l^3}{EI_k}, \tag{1.4}$$

где $\alpha_k = \alpha_1 \cdot \dfrac{J_k}{J_1}$ — коэффициент жесткости поддерживающих упругих опор, учитывающий влияние вертикальных диафрагм жесткости.

Формулы (1.1) и (1.2) получены из условия сохранения равночастности всех расчлененных перекрытий. Коэффициенты жесткости C_k толкающих опор рам должны быть равны коэффициентам жесткости поддерживающих опор перекрытий.

Следовательно,

$$C_k = a\gamma_k + \rho_k C_1, \tag{1.5}$$

где a — шаг рам.

Коэффициент жесткости C_1, например для двухэтажного здания, определяется из уравнения (1.6), которое по своему физическому

* Строго говоря, эти условия подобия точно не удовлетворяются, а именно: соблюдено подобие форм для неодинаковых перекрытий и отсутствует для диафрагм жесткости и рам, которое, правда, проявляется лишь для малоэтажных зданий.

смыслу совпадает с частотным уравнением колебаний невесомой рамы с сосредоточенными массами

$$\begin{vmatrix} \delta_{11} C_1 - 1 & \delta_{12} (a\gamma_k + \rho_k C_1) \\ \delta_{21} C_1 & \delta_{22} (a\gamma_k + \rho_k C_1) - 1 \end{vmatrix} = 0, \tag{1.6}$$

где δ_{11}, $\delta_{12} = \delta_{21}$, δ_{22} — перемещения поперечной рамы от единичных сил, определяемые по известным формулам [1]. Коэффициенты жесткости α_k толкающих опор вертикальных диафрагм определяется из следующего уравнения.

$$\begin{vmatrix} \bar{\delta}_{11}\alpha_1 - 1 & \bar{\delta}_{12} \dfrac{J_2}{J_1} \alpha_1 \\ \bar{\delta}_{21} \alpha_1 & \bar{\delta}_{22} \dfrac{J_2}{J_1} \alpha_1 - 1 \end{vmatrix} = 0. \tag{1.7}$$

Определив из уравнений (1.6) и (1.7) C_{ij} и α_{ij}, а из уравнения (1.4) λ_j, частоту свободных колебаний здания вычислим по формуле,

$$\omega_{ij}^2 = \frac{1}{m_1} \left(\frac{\lambda_j^4}{l^4} EJ_1 + k_{ij} \right), \tag{1.8}$$

где индексы i и j обозначают номера форм свободных колебаний рам и перекрытий здания.

Формы свободных колебаний рам $X_i(x_k)$ и перекрытий $v_j(y)$ определяются, как известно, по следующим формулам:

$$X_i(x_1) = \frac{\delta_{1n}}{1 - C_{1i} (\delta_{11} - \delta_{1n})};$$

$$X_i(x_2) = \frac{\delta_{2n} + C_{1i} (\delta_{1n} - \delta_{2n}) X_i(x_1)}{1 - C_{2i} (\delta_{22} - \delta_{2n})}; \tag{1.9}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$X_i(x_k) = \frac{\delta_{kn} + \sum\limits_{r=1}^{k-1} C_{ri} (\delta_{rn} - \delta_{kn}) X_i(x_r)}{1 - C_{ki} (\delta_{kk} - \delta_{kn})}.$$

$$v_{ij}(y) = v_{ij}(0) \left[N_1(ux) + N_2(ux) \right];$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$v_{kj}(y) = v_{ij}(y) \cdot \frac{X_i(x_k)}{X_i(x_1)};$$

$$N_1(ux) = S(ux) - \frac{\bar{\alpha}_{ij}}{\lambda_j^3} V(ux); \tag{1.10}$$

$$N_2(ux) = \left[\frac{\bar{\alpha}_{ij}}{\lambda_j^3} U(ul) - V(ul) \right] \frac{T(ux)}{S(ul)},$$

где

$$u = \frac{\lambda_j}{l}; \quad \bar{\alpha}_{ij} = \alpha_{ij} \frac{l^3}{EJ_1}.$$

2. Перейдем теперь к выводу формулы для определения сейсмических сил, действующих на здание. Инерционные силы $J_1 = -m_1\ddot{y}_0(t)$, ... $J_k = -m_k\ddot{y}_0(t)$ разобъем на вспомогательные нагрузки, допускающие расчленение здания на ряд плоских систем, находящихся на упругих опорах:

$$-m_1\ddot{y}_0(t) = r_1 m_1 \omega_{1i}^2 X_1(x_1) + r_2 m_1 \omega_{2i}^2 X_2(x_1) + \cdots + r_n m_1 \omega_{ni}^2 X_n(x_1)$$

. . . .

$$-m_k\ddot{y}_0(t) = r_1 m_k \omega_{1i}^2 X_1(x_k) + r_2 m_k \omega_{2i}^2 X_2(x_k) + \cdots + r_n m_k \omega_{ni}^2 X_n(x_k),$$

. . . .

$$-m_n\ddot{y}_0(t) = r_1 m_n \omega_{1i}^2 X_1(x_n) + r_2 m_n \omega_{2i}^2 X_2(x_n) + \cdots + r_n m_n \omega_{ni}^2 X_n(x_n). \quad (2.1)$$

В силу ортогональности форм свободных колебаний $X_i(x_k)$ поперечных рам, коэффициенты $r_1\, r_2, \cdots r_n$ могут быть определены по известной формуле

$$r_i = -\frac{\ddot{y}_0(t)\sum\limits_{k=1}^{n} m_k X_i(x_k)}{\omega_{ii}^2 \sum\limits_{k=1}^{n} m_k X_i^2(x_k)} \quad (i = 1, 2, 3 \ldots). \qquad (2.2)$$

Рассмотрим вынужденные колебания здания, загруженного вспомогательными нагрузками $r_i m_1 \omega_{ii}^2 X_i(x_1)$, $r_i m_2 \omega_{ii}^2 X_i(x_2)$, ... $r_i m_n \omega_{ii}^2 X_n(x_n)$. В этом случае расчленение здания на плоские элементы оказывается возможным потому, что вспомогательные нагрузки меняются от этажа к этажу в пропорции $m_1X_i(x_1)$: $m_2X_i(x_2)$: $m_3X_i(x_3)$, благодаря чему перемещения расчлененных перекрытий будут меняться в точном соответствии с перемещениями рам при свободных колебаниях.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний k-го расчленного перекрытия записывается в виде

$$EJ_k\frac{\partial^4 v(y,t)}{\partial y^4} + EJ_k\varepsilon\frac{\partial^5 v(y,t)}{\partial y^4\partial t} + \bar{k}_{ki}v(y,t) =$$

$$= r_i m_k \omega_{ii}^2 X_i(x_k) - m_k\frac{\partial^2 v(y,t)}{\partial t^2}; \qquad (2.3)$$

$$EJ_k\frac{\partial^3 v(0,t)}{\partial y^3} = a_i v(0,t);$$

$$EJ_k\frac{\partial^3 v(L,t)}{\partial y^3} = -a_i v(L,t).$$

Решение системы уравнений (2.3) будем разыскивать в виде

$$v(y,t) = \sum_{j=1}^{\infty} f_j(t)\, v_j(y). \qquad (2.4)$$

где $v_j(y)$ — функции амплитудных прогибов свободных колебаний рассматриваемой краевой задачи, удовлетворяющие следующей системе уравнений

$$EJ_k v_j^{IV}(y) + (k_{kl} - m_k \omega_{ij}^2)\, v_j(y) = 0;$$

$$EJ_k v_j^{III}(0) = \alpha_j v_j(0);$$

$$EJ_k v_j^{III}(L) = -\alpha_j v_j(L). \tag{2.5}$$

Здесь $f_i(t)$ — функция, подлежащая определению.

Нагрузки $r_i m_k \omega_{ij}^2 X_i(x_k)$ представляем разложенными в ряд по тем же функциям

$$r_i m_k \omega_{ij}^2 X_i(x_k) = \sum_{j=1}^{\infty} q_j(t)\, v_j(y), \tag{2.6}$$

где

$$q_j(t) = -\ddot{y}_0(t) m_k \frac{X_i(x_k) \sum\limits_{k=1}^{n} m_k X_i(x_k)}{\sum\limits_{k=1}^{n} m_k X_i^2(x_k)} \cdot \frac{\int\limits_0^L v_j(y)\, dy}{\int\limits_0^L v_j^2(y)\, dy}. \tag{2.7}$$

Подставляя в уравнения (2.3) ряды (2.4) и (2.6) и используя (2.5), для искомой функции $f_j(t)$ получим следующее уравнение:

$$m_k \ddot{f}(t) + (m_k \omega_{ij}^2 - k_{kl})\varepsilon \dot{f}_j(t) + m_k \omega_{ij}^2 f_j(t) =$$

$$= -\ddot{y}_0 m_l \frac{X_i(x_k) \sum\limits_{k=1}^{n} m_k X_i(x_k)}{\sum\limits_{k=1}^{n} m_k X_i^2(x_k)} \cdot \frac{\int\limits_0^L v_j(y)\, dy}{\int\limits_0^L v_j^2(y)\, dy}. \tag{2.8}$$

Уравнение (2.8) аналогично дифференциальному уравнению колебаний системы с одной степенью свободы при движении основания по закону $y_0(t)$. Решение уравнения (2.8) можно записать следующим образом [1]:

$$f_j(t) = a_0 (\varphi_0^2 + \varepsilon^2)\, \frac{e^{-\varepsilon t} \sin(\varphi_0 t + \delta_0) - C e^{-\frac{\gamma}{4\pi}\omega_{ij} t} \sin(\omega_{ij} t + \delta_1)}{B \omega_{ij}^2} \cdot$$

$$\cdot \frac{X_i(x_k) \sum\limits_{k=1}^{n} m_k X_i(x_k)}{\sum\limits_{k=1}^{n} m_k X_i^2(x_k)} \cdot \frac{\int\limits_0^L v_j(y)\, dy}{\int\limits_0^L v_j^2(y)\, dy}. \tag{2.9}$$

Интенсивности сейсмической нагрузки k-го перекрытия, соответствующей ij-ой форме главных колебаний определяются по формуле

$$s_k(y) = m_k\,\omega_{ij}^2\,v_j(y)\,f_i(t). \qquad (2.10)$$

Подставляя в (2.10) выражение для $f_i(t)$ из (2.9), получим:

$$s_k = k_c\,\beta_{ij}\,\eta_{ki}\,\tau_j(y)\,q_k\,, \qquad (2.11)$$

где $k_c = \dfrac{a_0\,(\varphi_0^2+\varepsilon_0^2)}{g}$ — сейсмический коэффициент, определяемый по действующим нормам в зависимости от бальности землетрясения;

$\beta_{ij} = \dfrac{e^{-\varepsilon_0 t}\sin(\varphi_0 t+\bar{\delta}_0) - Ce^{-\frac{\psi}{4\pi}\omega_{ij}t}\sin(\omega_{ij}'t+\delta_1)}{B}$ — коэффициент динамичности, зависящий от периода свободных колебаний сооружения и определяемый, согласно действующим нормам, по экспериментальному графику для одномаятниковой системы;

$\eta_{ki} = \dfrac{X_i(x_k)\sum\limits_{k=1}^{n} q_k X_i(x_k)}{\sum\limits_{k=1}^{n} q_k X_i^2(x_k)}$ — коэффициент, зависящий от формы свободных колебаний $X_i(x_k)$ поперечных рам;

$\tau_j(y) = \dfrac{v_j(y)\int\limits_0^L v_j(y)\,dy}{\int\limits_0^L v_j^2(y)\,dy}$ — коэффициент, зависящий от формы свободных колебаний $v_j(y)$ перекрытий;

$q_k = m_k g$ — погонный вес k-го яруса сооружения.

Сейсмическая сила, действующая на здание в уровне k-го этажа определяется по формуле

$$S_k = \int\limits_0^L s_k(y)\,dy = k_c\,\beta_{ij}\,\eta_{ki}\,q_k\int\limits_0^L \tau_j(y)\,dy. \qquad (2.12)$$

Итак, при учете пространственной работы здания формула для определения сейсмической нагрузки дополнена сомножителем $\int\limits_0^L \tau_j(y)\,dy$, который меняется от 0,81 (вертикальные диафрагмы абсолютно жесткие в своей плоскости) до 1,0 (перекрытия абсолютно жесткие в своей плоскости). Следует иметь ввиду также, что при учете пространственной работы здания увеличивается период свободных колебаний $T_{ij} = \dfrac{2\pi}{\omega_{ij}}$, а, следовательно, уменьшается динамический коэффициент $\beta_{ij} = \frac{0.9}{T_{ij}}$, входящий в формулу (2.12).

Перемещение здания на уровне k-го этажа определяется по формуле

$$w_k(y) = w_1 \frac{X_i(x_k)}{X_i(x_1)}, \qquad (2.13)$$

где

$$w_1(y) = \frac{k_i g}{\omega_{ij}^2} \beta_{ij} \eta_{ai} x_i(y).$$

Сейсмическая нагрузка, приходящаяся на одну вертикальную диафрагму S_{kg} и одну поперечную раму $s_{kp}(y)$, вычисляется по формулам

$$S_{kg} = a_i w_k(0); \; s_{kp} = C_{ki} w_k(y). \qquad (2.14)$$

Очевидно нагрузка приходящаяся на все рамы будет равна:

$$S_{kp} = S_k - 2S_{kg}. \qquad (2.15)$$

На рис. 3 приведены графики зависимости сейсмической силы

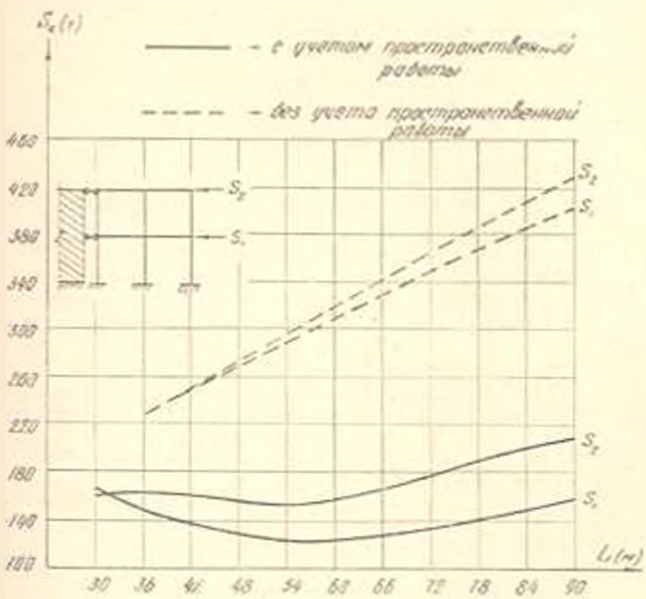

Рис. 3.

S_k от длины двухэтажного здания. Как видно из этих графиков при учете пространственной работы сейсмические нагрузки получаются в 2—3 раза меньшими, чем при определении их по плоской расчетной схеме.

Отметим, что изложенный в статье метод можно распространить и на здания с жесткой конструктивной схемой. Выведенная выше формула (2.12) для определения сейсмической нагрузки зданий рамносвязевого типа сохраняется в силе и в этом случае.

Пространственная работа зданий проявляется почти всегда, даже если оказывается приемлемой предпосылка о недеформируемости перекрытий. Дело в том, что центр жесткости и центр массы здания практически никогда не совпадают, и здание, помимо поступательного движения, совершает также вращательные движения (рис. 4).

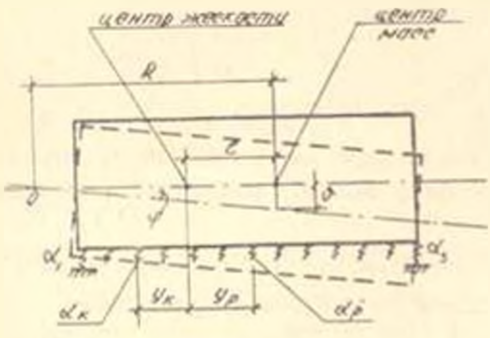

Рис. 4.

Сейсмическая сила, приложенная к k-му перекрытию в центре его масс, и сейсмический момент определяются в этом случае соответственно по формулам

$$S_{kij} = k_c \beta_i \eta_{ki} \tau_{ij} Q_k ; \quad (2.16)$$

$$M_{kij} = k_c \beta_i \eta_{ki} \tau_j \theta_k ,$$

где

$$\tau_k = \frac{R^2}{R^2 + \frac{\theta_k}{M_k}} ;$$

$$\tau_j = \frac{R}{R^2 + \frac{\theta_k}{M_k}} ,$$

θ_k — момент инерции масс относительно центра тяжести k-го перекрытия;

v_k, φ_k — поступательные перемещения центра масс и угол поворота k-го перекрытия при свободных колебаниях;

$R = \frac{r_{12}}{m\omega^2 - r_{11}}$ — радиус вращения перекрытия вокруг центра главных колебаний.

Коэффициенты жесткости r_{11}, $r_{12} = r_{21}$ и r_{22} определяются по следующим формулам

$$r_{11} = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j ;$$

$$r_{12} = r_{21} = -\left[\sum_{k=1}^{p_1} \alpha_k (y_k + e) - \sum_{p=p_1}^{n} \alpha_p (y_p - e) \right];$$

$$r_{22} = \sum_{k=1}^{p_1} \alpha_k (y_k + e)^2 - \sum_{p=p_1}^{n} \alpha_p (y_p - e). \quad (2.17)$$

Динамический коэффициент β вычисляется по частоте, определяемой из частотного уравнения:

$$(r_{11} - M\omega^2)(r_{22} - \theta\omega^2) - r_{12}^2 = 0.$$

Одесский инженерно-строительный институт

Поступило 23.VIII 1963

Տ. Ա. ԿՈՐՉԱԳԻՆԱ

ՇԵՆՔԻ ՏԱՐԱԾԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՀԱՇՎԱՌՄԱՄԲ ՍԵՅՍՄԻԿ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Հոդվածում առաջարկված է կարկասա-կապային տիպի շենքի սեյսմիկ ազդեցության հաշվարկի նոր մեթոդ, որտեղ շենքի տարածական աշխատանքը հաշվի է առնված ոչ միայն նրա ուղղաձիգ էլեմենտների (շրջանակներ և կոշտության դիաֆրագմաներ) միջև սեյսմիկ բեռնվածքի բաշխման, այլև վերջիններիս կայունացման ժամանակ:

Հիմնական առաջընթաց տեղափոխությունների հաշվին առաջացող իներցիոն բեռնվածքը լրացվում է օժանդակ բեռնվածքներով, որոնք թույլ են տալիս շենքը բաժանելու առանձնացված հենարաններ ունեցող պտտվող և շրջվող հարթ սիստեմների:

Նշված են բերված շենքի տեղափոխությունների և սեյսմիկ ուժերի որոշման բանաձևերը: Ցուցադրման համար լուծված է շենքի հաճախության և ազատ տատանումների ձևերի որոշման խնդիրը նրա տարածական աշխատանքի հաշվառմամբ:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Корчинский И. Л., Поляков С. В.* и др. Основы проектирования зданий в сейсмических районах, Госстройиздат, 1961.
2. *Айзенберг Я. М.* Распределение сейсмической нагрузки между стенами бескаркасных зданий. Журн. „Строительная механика и расчет сооружений“, № 3, 1960.
3. *Егупов В. К.* Вибрация и устойчивость балочных перекрытий, Известия АН СССР, ОТН, № 10, 1954.
4. *Егупов В. К.* Пространственная устойчивость сложных стержневых конструкций типа перекрытий и рамных каркасов, Известия АН СССР, ОТН, № 7, 1926.
5. *Егупов В. К.* Расчет демпфирования местной вибрации днища машинного отделения судна, журн. „Судостроение“, № 3, 1957.
6. *Егупов В. К.* К вопросу устойчивости, вибрации и прочности некоторых пространственных конструкций, Труды Дальневосточного политехнического института, вып. 45, 1956.
7. *Егупов В. К.* Расчет на прочность, устойчивость и колебания ортотропных пластин и пластинчатых систем методами строительной механики стержневых систем. Одесса, 1963.