ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XVII, № 1, 1964 Серия технических наук

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

И. Ф. ГОНЧАРЕВИЧ, Е. А. СИМОНЯН

НЕКОТОРЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ СОУДАРЕНИЯ ГРУЗА С ВИБРИРУЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

В процессе вибротранспортирования, вибропогрузки и вибробункеризации закономерности соударения груза с вибрирующей поверхностью остаются неизученными. Наибольший интерес представляют продолжительность соударения, силы и ускорения действующие в процессе удара, а также потери энергии.

Известно, что потеря кинетической энергии тела массы m_1 при вполне неупругом ударе его о другое тело массы m_2 равна

$$W^{**} = \frac{m_1}{\frac{m_1}{m_2}+1} \cdot \frac{(v'-v)^2}{2}, \tag{1}$$

где v' и v — скорости движения тел перед ударом и после него.

Скорость движения груза и грузонесущего органа в момент соударения (падения) соответственно равны*

$$\dot{x}_{2n} = -\frac{g}{\varkappa\omega}\left(1 - e^{-\delta^{**}\varkappa}\right) - A\omega \sin\psi_0 e^{-\delta^{**}\varkappa}, \tag{2}$$

$$\dot{x}_n = -A\omega \sin\psi_n, \tag{3}$$

где A и ω — амплитуда и частота колебаний грузонесущего органа вибрационной машины;

ψ_0 — угол отрыва груза от грузонесущего органа;

δ^{**} — угол полета груза;

ψ_n — угол падения груза;

$\varkappa$ — коэффициент, учитывающий сопротивления и другие факторы действующие на груз.

Используя соотношения (1)—(3), найдем потери кинетической энергии груза в процессе соударения с вибрирующей поверхностью

$$W^{**} = \frac{m_1}{\frac{m_1}{m_2}+1} \cdot \frac{(\dot{x}_{2n}-\dot{x}_n)^2}{2} = \frac{m_1}{\frac{m_1}{m_2}+1} \times$$

* Следует отметить, что гипотеза неупругого удара вполне соответствует действительности при взаимодействии массовых грузов с вибрирующей поверхностью.

$$\times \frac{A^2\omega^2 \left[\sin \psi_n - \sin \psi_0 \, e^{-\delta^{**}x} - \frac{1}{\Gamma x} \left(1 - e^{-\delta^{**}x}\right) \right]^2}{2}, \tag{4}$$

где $\Gamma = \frac{A\omega^2}{g}$ — безразмерный параметр режима работы вибрационной машины.

Потери кинетической энергии груза в процессе соударения восполняются за счет энергии колебательного движения рабочего органа вибрационной машины. Вибрационная машина совершает работу, преодолевая силу, возникающую в процессе соударения груза с грузонесущим органом. Дифференциал работы силы удара, действующей перпендикулярно грузонесущему органу в процессе соударения, выразится так

$$dW^{*'} = \frac{1}{t^{*'}} S dx, \tag{5}$$

где $t^{*'}$ — время соударения груза с грузонесущим органом;

S — ударный импульс;

x — перемещение грузонесущего органа.

Из теории удара известно, что

$$S = F^{*'} t^{*'} = m (v' - v), \tag{6}$$

где v' и v — скорость движения тела до и после удара.

Принимая во внимание, что скорость движения груза после удара равна $A\omega \sin \psi_n^{*'}$, а также учитывая (2), (5) и (6), получим

$$dW^{*'} = \frac{1}{t^{*'}} m \left| - \sin \psi_n^{*'} + \sin \psi_0 \, e^{-\delta^{**}x} + \frac{1}{\Gamma x} \left(1 - e^{-\delta^{**}x}\right) \right| dx, \tag{7}$$

откуда, работа, затрачиваемая вибрационной машиной на преодоление ударных сопротивлений, будет

$$W^{*'} = \int_{x_n}^{x_n^{*'}} \frac{m}{t^{*'}} \left| - \sin \psi_n^{*'} + \sin \psi_0 \, e^{-\delta^{**}x} + \frac{1}{\Gamma x} \left(1 - e^{-\delta^{**}x}\right) \right| dx =$$

$$= \frac{m}{\omega t^{*'}} \left| - \sin \psi_n^{*'} + \sin \psi_0 \, e^{-\delta^{**}x} + \frac{1}{\Gamma x} \left(1 - e^{-\delta^{**}x}\right) \right| \int_{\psi_n}^{\psi_n^{*'}} \frac{dx}{dt} \, d\omega t, \tag{8}$$

где x_n и $x_n^{*'}$ — перемещения грузонесущего органа, соответствующие началу и концу соударения;

ψ_n и $\psi_n^{*'}$ — фазовые углы начала и конца соударения.

Приняв, что грузонесущий орган совершает гармонические колебания по закону

$$x = A \cos \omega t, \tag{9}$$

получим

$$W^{*\prime}=\frac{mA^2\omega^2}{\delta^{*\prime}}\left[\sin\psi_n^{**}-\sin\psi_0 e^{-\delta^{**}\varkappa}-\frac{1}{\Gamma\varkappa}\left(1-e^{-\delta^{**}\varkappa}\right)\right]\int\limits_{\psi_n}^{\psi_n^{**}}\sin\omega t\,d\omega t, \tag{10}$$

где $\delta^{*\prime}$ — угол соударения.

Произведя интегрирование и осуществив преобразования, найдем

$$W^{*\prime}=-mA^2\omega^2\left[\sin\psi_n^{**}-\sin\psi_0 e^{-\delta^{**}\varkappa}-\frac{1}{\Gamma\varkappa}\left(1-e^{-\delta^{**}\varkappa}\right)\right]\times$$

$$\times\left[\cos\psi_n\frac{\sin^2\frac{1}{2}\delta^{*\prime}}{\frac{1}{2}\delta^{*\prime}}+\sin\psi_n\frac{\sin\delta^{*\prime}}{\delta^{*\prime}}\right]=-mA^2\omega^2\left[\sin\psi_n\cos\delta^{*\prime}+\right.$$

$$\left.+\cos\psi_n\sin\delta^{*\prime}-\sin\psi_0 e^{-\delta^{**}\varkappa}-\frac{1}{\Gamma\varkappa}\left(1-e^{-\delta^{**}\varkappa}\right)\right]\times$$

$$\times\left[\cos\psi_n\frac{\sin^2\frac{1}{2}\delta^{*\prime}}{\frac{1}{2}\delta^{*\prime}}+\sin\psi_n\frac{\sin\delta^{*\prime}}{\delta^{*\prime}}\right]. \tag{11}$$

Для облегчения дальнейших выкладок упростим выражение (11).

Так как $\delta^{*\prime}$ мало, можно считать, что $\cos\delta^{*\prime}=1$, $\sin\delta^{*\prime}=0$,

$\dfrac{\sin\frac{1}{2}\delta^{*\prime}}{\frac{1}{2}\delta^{*\prime}}=1$, $\dfrac{\sin\delta^{*\prime}}{\delta^{*\prime}}=1$ и $\sin\frac{1}{2}\delta^{*\prime}=\frac{1}{2}\delta^{*\prime}$, поэтому

$$W^{*\prime}=-mA^2\omega^2\left[\sin\psi_n-\sin\psi_0 e^{-\delta^{**}\varkappa}-\frac{1}{\Gamma\varkappa}\left(1-e^{-\delta^{**}\varkappa}\right)\right]\times$$

$$\times\left[\cos\psi_n\frac{1}{2}\delta^{*\prime}+\sin\psi_n\right]. \tag{12}$$

Приравняв, согласно постановке задачи, выражение (4) выражению (12), получим угол соударения

$$\delta^{*\prime}=-\left(\frac{1-e^{-\delta^{**}\varkappa}}{\varkappa\Gamma\cos\psi_n}+\frac{\sin\psi_0 e^{-\delta^{**}\varkappa}}{\cos\psi_n}\right)\frac{1}{\frac{m_1}{m_2}+1}, \tag{13}$$

и время соударения

$$t^{*\prime}=-\frac{1}{\omega}\left(\frac{\sin\psi_0 e^{-\delta^{**}\varkappa}}{\cos\psi_n}+\frac{1-e^{-\delta^{**}\varkappa}}{\varkappa\Gamma\cos\psi_n}\right)\frac{1}{\frac{m_1}{m_2}+1}. \tag{14}$$

Зная время соударения, нетрудно определить, согласно (6), силу удара

$$F^{*\prime} = \frac{S}{t^{*\prime}} = -m_2 g \frac{\Gamma \sin\psi_n - \Gamma \sin\psi_0 e^{-\delta^{**}\varkappa} - \frac{1}{\varkappa}\left(1 - e^{-\delta^{**}\varkappa}\right)}{\frac{1}{\frac{m_1}{m_2}+1}\left(\frac{\sin\psi_0 e^{-\lambda^{**}\varkappa}}{\cos\psi_n} + \frac{1 - e^{-\delta^{**}\varkappa}}{\varkappa\Gamma\cos\psi_n}\right)} \tag{15}$$

и ускорение груза в процессе удара

$$\ddot{x}^{*\prime} = -g \frac{\Gamma \sin\psi_n - \Gamma \sin\psi_0 e^{-\delta^{**}\varkappa} - \frac{1}{\varkappa}\left(1 - e^{-\delta^{**}\varkappa}\right)}{\frac{1}{\frac{m_1}{m_2}+1}\left(\frac{\sin\psi_0 e^{-\delta^{**}\varkappa}}{\cos\psi_n} + \frac{1 - e^{-\delta^{**}\varkappa}}{\varkappa\Gamma\cos\psi_n}\right)}. \tag{16}$$

Если принять $\frac{m_1}{m_2} = 0$, что достаточно достоверно во многих случаях применения вибрационных машин, получим

$$\delta^{*\prime} = -\frac{\sin\psi_0 e^{-\delta^{**}\varkappa}}{\cos\psi_n} - \frac{1 - e^{-\delta^{**}\varkappa}}{\varkappa\Gamma\cos\psi_n}; \tag{17}$$

$$t^{*\prime} = \frac{1}{\omega}\left(\frac{\sin\psi_0 e^{-\delta^{**}\varkappa}}{\cos\psi_n} + \frac{1 - e^{-\delta^{**}\varkappa}}{\varkappa\Gamma\cos\psi_n}\right); \tag{18}$$

$$F^{*\prime} = -m_1 g \frac{\Gamma \sin\psi_n - \Gamma \sin\psi_0 e^{-\delta^{**}\varkappa} - \frac{1}{\varkappa}\left(1 - e^{-\delta^{**}\varkappa}\right)}{\frac{\sin\psi_0 e^{-\delta^{**}\varkappa}}{\cos\psi_n} + \frac{1 - e^{-\delta^{**}\varkappa}}{\varkappa\Gamma\cos\psi_n}}; \tag{19}$$

$$\ddot{x}^{*\prime} = -g \frac{\Gamma \sin\psi_n - \Gamma \sin\psi_0 e^{-\delta^{**}\varkappa} - \frac{1}{\varkappa}\left(1 - e^{-\delta^{**}\varkappa}\right)}{\frac{\sin\psi_0 e^{-\delta^{**}\varkappa}}{\cos\psi_n} + \frac{1 - e^{-\delta^{**}\varkappa}}{\varkappa\Gamma\cos\psi_n}}. \tag{20}$$

Используя выражение (17), нетрудно определить скорость груза после соударения с вибрирующей поверхностью

$$\dot{x}^{*}_{2_1} = -A\omega \sin\left[\psi_1 + \frac{(1 + \varkappa\Gamma\sin\psi_0)e^{-\delta^{**}\varkappa} + 1}{\varkappa\Gamma\cos\psi_n}\right]. \tag{21}$$

Из формул (13) и (14), (17) и (18) видим, что время соударения груза всегда имеет конечную величину и никогда не равно нулю. На основании этого можно заключить, что груз не все время находится во взвешенном состоянии.

Значение углов ψ_0, ψ_n и δ^{**}, входящих в расчетные выражения (13)—(20), могут быть определены согласно работе [1].

Приведенные в заметке закономерности соударения груза с вибрирующей поверхностью могут быть полезными при анализе процессов вибротранспортирования, вибропогрузки и виброзагрузки бункеров (вибробункеризации).

АРМНИИГМИ Поступило 22.III 1963 г.