ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XVI, № 4, 1963 Серия технических наук

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Р. Е. ТРОЗЯН

К РАСЧЕТУ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО УДАРА В ТРУБОПРОВОДАХ

Известно, что в напорных трубопроводах гидравлический удар возникает при внезапном закрытии или открытии затвора. Гидравлический удар характеризуется изменением скорости жидкости в трубах, что приводит к изменению давления. При этом скорость течения жидкости v и давление h меняются по длине x водовода и по времени t, что можно представить в следующем виде:

$$v = v\ (x,\ t); \tag{1}$$

$$h = h\ (x,\ t). \tag{2}$$

Явление гидравлического удара для идеальной жидкости Н. Е. Жуковским описывается следующей системой дифференциальных уравнений первой степени в частных производных [1]:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{g}{a^2} \cdot \frac{\partial h}{\partial t}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = g\,\frac{\partial h}{\partial x}. \tag{4}$$

Для решения этих уравнений Н. Е. Жуковский применил метод Римана; другие же исследователи как Аллиевы, М. А. Мостков [2] в результате рассмотрения дифференциального уравнения второй степени в частных производных получили решение в следующем виде [2];

$$h - h_0 = F\left(t - \frac{x}{a}\right) + f\left(t + \frac{x}{a}\right), \tag{5}$$

$$v - v_0 = -\frac{g}{a}\left| F\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a}\right)\right|. \tag{6}$$

Из (5) и (6) можно получить формулу прямого гидравлического удара [2], однако ее можно получить иным путем.

Действительно, на основании (1)

$$x = x\ (v,\ t). \tag{7}$$

Подставляя в уравнение (2) значение x из (7) в общем виде получим:

$$h = \varphi\ (v,\ t). \tag{8}$$

Дифференцируя уравнение (8) по t и по x, в силу (1) полагая что зависимость φ от t слабая, то есть принимая:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = 0, \tag{9}$$

соответственно получим:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial\varphi}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial t}; \tag{10}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial\varphi}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial x}. \tag{11}$$

Подставляя полученные значения $\frac{\partial h}{\partial t}$ и $\frac{\partial h}{\partial x}$ в уравнения (3) и (4) получим:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{g}{a^2}\frac{\partial\varphi}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial t}; \tag{12}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = g\,\frac{\partial\varphi}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x}. \tag{13}$$

При совместном решении уравнений (12) и (13) получим:

$$\frac{g}{a}\frac{\partial\varphi}{\partial v} = \pm\, 1. \tag{14}$$

Умножая обе части уравнения (14) на dv получим:

$$\frac{g}{a} \cdot \frac{\partial\varphi}{\partial v}\ dv = \pm\ dv. \tag{15}$$

С другой стороны, полный дифференциал уравнения (8) с учетом (9) имеет следующий вид:

$$dh = \frac{\partial\varphi}{\partial v}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\ d\,x + \frac{\partial v}{\partial t}\ dt\right).$$

Имея ввиду, что множитель в скобках представляет собой полный дифференциал уравнения (1) по скорости, получим:

$$dh = \frac{\partial\varphi}{\partial v}\,dv. \tag{16}$$

Подставляя значение $\frac{\partial\varphi}{\partial v}\,dv$ в (15) получим.

$$\frac{g}{a}\ dh = \pm\ dv. \tag{17}$$

Интегрируя это уравнение, от начальной скорости v_0 и начального статического давления h_0 до некоторых значений v и h, получим

$$h - h_0 = \pm \frac{a}{g} (v_0 - v), \tag{18}$$

где знак плюс соответствует повышению, а минус — понижению давления.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Жуковский Н. Е.* О гидравлическом ударев водоводных трубах. М.—Л., 1949.
2. *Мостков М. А.* Гидравлический удар в гидроэлектрических станциях. М.—Л., 1938.