

ПРИКЛАДНАЯ МЕТЕОРОЛОГИЯ

А. М. МХИТАРЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОГО ОБМЕНА
В ВОДОЕМЕ ПО ЕГО ВОДНОМУ И ТЕПЛОВОМУ БАЛАНСАМ

В теплый период года малые и средние водоемы накапливают тепло, поступающее на их поверхность в виде прямой и рассеянной солнечной радиации. В холодный период года тепло тратится на испарение с поверхности воды, на конвективный теплообмен и, частично, на излучение. Знание теплообмена в воде необходимо при расчетах теплового баланса поверхности или деятельного слоя водоема. Как известно [9, 13], уравнение теплового баланса для поверхности водоемов имеет вид

$$R = LE + P + B, \quad (1.1)$$

где R — радиационный баланс; LE — затраты тепла на испарение; P — конвективный теплообмен с атмосферой; B — теплообмен с нижележащими слоями.

Уравнение (1.1) можно использовать для решения ряда задач. Наиболее целесообразно использовать его для определения величины испарения.

Радиационный баланс водной поверхности может быть либо измерен непосредственно, либо рассчитан по радиационному балансу суши. Формулы для определения величин, входящих в правую часть уравнения (1.1), имеют вид

$$E = -0,622 k_e \frac{\rho}{p} \frac{\partial e}{\partial z}, \quad (1.2)$$

$$P = -\rho c_p k_T \frac{\partial T}{\partial z}, \quad B = -\rho^* c^* k_T^* \frac{\partial T^*}{\partial z_1}. \quad (1.3)$$

Здесь: E — испарение в $\text{г} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{сек}^{-1}$; тогда LE , P и B , также как и R будут иметь размерность кал $\text{см}^{-2} \cdot \text{сек}^{-1}$; ρ , ρ^* — плотность воздуха и воды; c_p и c^* — удельные теплоемкости воздуха при постоянном давлении и воды; p , T , e — давление, температура и упругость паров воздуха, T_0 — температура воды; k_T , k_T^* — коэффициенты вертикальной турбулентной теплопроводности соответственно в воздухе и воде; k_e — коэффициент обмена для влаги. В написанных уравнениях ось z направлена от поверхности воды вверх; z_1 — вниз.

Применительно к условиям оз. Севан в предположении $k_e \approx k_T$, из приведенных уравнений получим

$$R - B = LE \left(1 + 0,52 \frac{\Delta T}{\Delta e} \right), \quad (1.4)$$

где ΔT и Δe — разности температур и упругостей паров воздуха двух уровней (например, для поверхности воды и $z=2$ м). Поскольку R , ΔT и Δe легко определяются из непосредственных наблюдений, (1.4) может быть использовано для определения E , если B определяется по (1.3), или для определения B , если испарение определяется другими методами, как, например, диффузионным, водного баланса или испарителей.

1. *О методах определения коэффициента обмена.* Как уже говорилось, до настоящего времени характеристики турбулентного обмена в естественных и искусственных водоемах, и в частности, турбулентная теплопроводность или температуропроводность, изучены недостаточно. В большинстве случаев приближенные данные о величине коэффициента температуропроводности в водоемах получены из решения упрощенного уравнения теплопроводности. При решении указанного уравнения делаются предположения о периодическом ходе температуры поверхности воды, отсутствии объемных источников тепла, постоянстве коэффициента обмена по вертикали и другие предположения, которые не всегда оправдываются. В работе [17], исходя из решения упрощенного уравнения (притока тепла) при постоянном коэффициенте обмена k^* в водоеме и при заданном периодическом ходе температуры поверхности воды в виде синусоиды, получены следующие выражения

$$k_A^* = \frac{\pi}{\tau} \left(\frac{z_2 - z_1}{l_n \frac{A_1}{A_2}} \right)^2; \quad k_\varphi^* = \frac{\pi}{\tau} \left(\frac{z_2 - z_1}{\varphi_2 - \varphi_1} \right)^2, \quad (2.1)$$

где τ — период времени; A , φ — соответственно амплитуда и фаза тепловых волн.

К недостаткам метода следует отнести допущение о постоянстве k^* , об отсутствии объемных источников, например, проникающей солнечной радиации, имеющей большое значение, особенно для прозрачных водоемов, и задание хода температуры поверхности в упрощенном виде.

В работе [17] рассмотрено также решение уравнения (2.2) при переменном k^* . В этом случае

$$\frac{\partial T^*}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k^* \frac{\partial T^*}{\partial z} \right), \quad (2.2)$$

$$k^* = k_0 e^{-\beta z}, \quad T_0^* = \theta_0 \cos \omega t, \quad z = 0. \quad (2.3)$$

Если искать решение (2.2) в виде

$$T^* = e^{i\omega t} \psi(z), \quad (2.4)$$

для ψ получается уравнение Бесселя, решение которого берется в

функциях Бесселя и Неймана. Поступая тогда как и в [17], легко получить соответствующие выражения типа (2.1) для определения коэффициента обмена. В [17] излагается также метод Фьельдстада для определения k^* , основанный на решении уравнения (2.2) при произвольном изменении k^* с глубиной, но при более точном задании T_0^* . Поступая таким же образом, как и выше, получено

$$k_z^* = \frac{n\omega}{A_n^2 \frac{d\varphi_n}{dz}} \int_z^h A_n^2 dz. \quad (2.5)$$

Здесь A_n и φ_n — амплитуда и фаза n -ой волны. Недостатком этого метода является некоторая неопределенность (или трудная определенность) глубины h , на которой $A_n = 0$. Учитывая это обстоятельство, позже [12] это решение видоизменено и получена более удобная зависимость.

В работе [17] рассмотрено также решение уравнения теплопроводности с учетом проникающей радиации с постоянным по глубине коэффициентом поглощения (α).

$$\frac{\partial T^*}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k^* \frac{\partial T^*}{\partial z} \right) + f(t) e^{-\alpha z}, \quad (2.6)$$

где также рассмотрено два случая, когда $k^* = C$ и k^* переменный по глубине.

Умножая (2.2) при $k^* = \text{const}$ на некоторую функцию $f(z)$, такую, что $f(0) = f(H) = 0$, после интегрирования по z получаются формулы, удобные для практических расчетов. Например, в качестве $f(z)$ можно принять

$$f = \frac{z}{2H} (H - z) \quad \text{или} \quad f = \frac{H}{2\pi} \sin \frac{\pi}{H} z. \quad (2.7)$$

Расчеты можно проводить графически, причем интервалы по z следуют брать неодинаковыми, а именно в области скачка температуры необходимо интервалы уменьшить. Несмотря на кажущуюся сложность, этот метод дает достаточно надежные результаты.

Ряд работ посвящен вычислению коэффициента турбулентного обмена по внешним факторам, например, в работе [14] предполагается, что коэффициент обмена $A = \rho^* k^*$ зависит от скорости ветра (v), толщины слоя (H) и глубины (z). Поэтому,

$$A = c v H f(\bar{z}), \quad (2.8)$$

где $\bar{z} = \frac{z}{H}$, c — безразмерный коэффициент.

По условиям должно быть $f(0) = 1$. Для этой функции рассмотрен ряд случаев:

$$f(\bar{z}) = \text{const}, \quad f(\bar{z}) = \left(1 - \frac{z}{H}\right)^n. \quad (2.9)$$

Показатель $n = 1/2$ — по Свердрупу; $3/4$ — по Фьельдстаду; $3/2$ — по С. А. Китайгородскому [5] и т. д.

Принимая некоторые дополнительные условия, в [14] решается уравнение движения и тогда из условия баланса масс при (2.9) легко находится значение коэффициента c для (2.8). Расчеты показали, что $c \approx (1-5) \cdot 10^{-4}$.

В следующей группе работ [например, 1, 3, 5, 16] коэффициент обмена определяется либо непосредственно по параметрам волн, либо исходя из процессов перемешивания, в частности, ветрового. В частности, в работе [1] k^* определялось по формуле

$$k_{z_1}^* = \frac{\int_{z_1}^n \frac{\partial T^*}{\partial z} dz - \frac{1-A}{c^* \rho^*} J_0 \alpha \int_{z_1}^n e^{-\alpha z} dz}{\left(\frac{\partial T^*}{\partial z}\right)_{z_1}}, \quad (2.10)$$

где A — альбедо водной поверхности; J_0 — приток тепла от солнца; α — коэффициент поглощения.

В работе [3] пользуясь выводами трохноидальной теории волн, получено следующее выражение

$$k^* = \frac{\pi \chi^2}{18} \frac{h^2}{T} \beta^2 \left(1 - \frac{\pi^2 h^2}{\lambda^2} \beta^2\right)^3, \quad (2.11)$$

где $\chi = 0,36-0,40$ — аэродинамическая постоянная; h — высота, T — период, λ — длина волны; $\beta = \exp(-2\pi z_1/\lambda)$.

В работе [5] k^* зависит от глубины, скорости ветра и широты местности. Здесь для формулы (2.9) получено $n = 3/2$, при этом многие результаты [14] подтверждаются.

Наконец, ряд работ посвящен изучению турбулентных пульсаций различных гидрологических или гидрохимических величин в водоемах, дающих возможность определить коэффициенты обмена для количества движения (k_m^*), тепла (k_T^*) и других субстанций (k_s^*) прямыми методами [6, 7]. В поле однородной плотности все эти коэффициенты близки друг другу, на первых два значительное влияние оказывает стратификация температуры.

2. *Определение k^* по водному и тепловому балансам водоема.* Выше был приведен далеко неполный обзор работ, посвященных определению коэффициента вертикального турбулентного перемешивания в водоемах. В основном эти работы можно подразделить на три группы. К первой группе относятся работы, в которых указанный коэффициент определяется путем решения уравнения турбулентной теплопроводности, причем в некоторых случаях — при схематизированном задании температуры поверхности воды. Ко второй группе относятся работы, в которых этот коэффициент определяется по данным волнового перемешивания, иногда и ветрового течения, с учетом в той или иной форме температурной стратификации. Наконец, к

третьей группе относятся методы прямого определения k^* . Следует отметить, что до сих пор для определения коэффициента турбулентной теплопроводности в водоемах мало используется уравнение теплового баланса и почти не используется уравнение водного баланса. Между тем, последние являются наиболее универсальными и эффективными методами для решения многих вопросов гидрометеорологического режима водоемов, в частности и для определения характеристик турбулентности в естественных водоемах, озерах, водохранилищах и т. д.

Известно, например, что основные закономерности турбулентного тепло-и влагообмена в приземном слое атмосферы над сушей и водоемами в значительной степени исследованы с помощью метода теплового баланса. Учитывая вышеизложенное, М. П. Тимофеев выдвинул идею определения коэффициента теплопроводности с помощью уравнений теплового баланса и притока тепла. В настоящем параграфе сделана попытка реализации этого метода с привлечением также уравнения водного баланса.

Рассмотрим уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T^*}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k^* \frac{\partial T^*}{\partial z} \right) + S_0 (1 - A) \frac{\alpha}{c^* \rho^*} e^{-\alpha z}, \quad (3.1)$$

теплового баланса водной поверхности

$$E_a - E_n = LE + P + B, \quad (3.2)$$

и водного баланса

$$Q_1 + q_1 + r = E + Q_2 + q_2 + \Delta h, \quad (3.3)$$

где S_0 — суммарная солнечная радиация; A — альбедо водной поверхности; E_n — излучение поверхности воды; E_a — противонизлучение атмосферы; Q_1 и q_1 — поверхностный и подземный приток воды в водоем; r — осадки на его поверхность; E — испарение; Q_2 и q_2 — поверхностный и подземный отток воды из водоема; Δh — колебания уровня воды в водоеме.

Интегрируя уравнение (3.1) по z получим

$$c^* \rho^* \frac{\partial}{\partial t} \int_0^z T^* dz = c^* \rho^* k^* \frac{\partial T^*}{\partial z} + B + S_0 (1 - A) (1 - e^{-\alpha z}). \quad (3.4)$$

Для B использовано выражение (1.3).

Подставляя значение B из (3.2) в (3.4), получим

$$c^* \rho^* \frac{\partial}{\partial t} \int_0^z T^* dz = c^* \rho^* k^* \frac{\partial T^*}{\partial z} + (E_a - E_n) - (LE + P) + S_0 (1 - A) (1 - e^{-\alpha z}).$$

Согласно определению

$$E_a - E_n + S_0 (1 - A) = R. \quad (3.5)$$

Тогда для определения k^* получим формулу

$$k^* = \frac{R - (LE + P) - S_0(1 - A) e^{-\alpha z} - c^* \rho^* \frac{\partial}{\partial t} \int_0^z T^* dz}{-c^* \rho^* \partial T^* / \partial z} \quad (3.6)$$

Согласно (3.6)

$$k^* = k^*(z, t).$$

Иначе говоря коэффициент обмена оказывается функцией глубины и времени. Как показывает формула (3.6), для определения k^* необходимо иметь данные о составляющих теплового баланса поверхности и суммарной радиации. Для большинства водоемов мы не располагаем данными о составляющих теплового баланса, поэтому непосредственное применение уравнения (3.6) затруднительно. Этот пробел до некоторой степени можно восполнить уравнением водного баланса, из которого можно определить испарение и, следовательно, конвективный теплообмен, пользуясь (1.4). Для некоторых водоемов, в частности для оз. Севан соответствующие данные имеются [8—10], поэтому возможно применить формулу (3.6). В практических расчетах удобнее определить среднее значение k^* за определенный промежуток времени. В табл. 1 приведены значения k^* для оз. Севан, полученные по формуле (3.6), данным по тепловому балансу [13] и данным по водному балансу [9, 10].

Таблица 1
Значение коэффициента k^* для поверхностных слоев оз. Севан ($\text{см}^2 \text{сек}^{-1}$)

М-цы	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Год
k^*	2,50	2,40	1,68	3,19	2,82	2,66	1,07	1,37	1,10	1,72	2,86	2,28	2,14

Согласно данным табл. 1 среднее годовое значение коэффициента для поверхностных слоев $k^* = 2,14 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \text{ сек}^{-1}$. Несколько труднее получить k^* для глубоких слоев. Расчет показывает, что k^* по глубине уменьшается довольно заметно и ниже слоя скачка достигает величин, характерных для молекулярного коэффициента вязкости ($10^{-6} \text{ м}^2 \text{ сек}^{-1}$). По данным для оз. Севан за VI—XI месяцы 1956 г. по формулам (2.1) были вычислены коэффициенты обмена на разных глубинах водоема. Результаты расчета сведены в табл. 2.

Таблица 2
Коэффициент обмена на разных глубинах по В. Б. Штокману, $\text{см}^2 \text{сек}^{-1}$

$z_2 - z_1$	0—5	5—10	0—10	0—20
k_A^*	4,6	3,8	6,4	12,2
k_v^*	2,4	6,6	2,6	5,4

Таким образом в этом случае в поверхностных слоях получается $k^* = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \text{ сек}^{-1}$. По методу Г. Х. Цейтина [15] для четырех месяцев (VI—IX) 1956 г. получено $k^* = 1,97 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \text{ сек}^{-1}$.

По данным для оз. Севан на основании формул С. В. Доброклонского [3] получено $k^* = 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \text{ сек}^{-1}$. Таким образом расчеты по указанным методам, за исключением метода непосредственного определения k^* , дают практический совпадающий результат, причем этот коэффициент для условий оз. Севан имеет порядок $2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \text{ сек}^{-1}$. На основании полученного можно сделать вывод о том, что в некоторых случаях уравнение теплового баланса, с привлечением уравнения водного баланса, позволяет довольно точно определить величину коэффициента турбулентной теплопроводности. Отметим еще раз, что этот коэффициент с глубиной уменьшается, максимальное его значение имеет место не на самой поверхности водоема.

Как было показано в нашей работе [11], фаза температурной волны полностью определяется турбулентным перемешиванием, а ее амплитуда определяется как этим последним, так и законом поглощения солнечной радиации. Это обстоятельство до некоторой степени может объяснить расхождение в результате, которое получается при расчете k^* по амплитуде и фазе волны по методу В. Б. Штокмана [17].

Институт водных проблем АН АрмССР

Поступило 15.III.1963

Ա. Ա. ՄԵԹՈՒՐՅԱՆ

ՏՈՐԻՐՈՒԼԵՆՏ ՓԻՆԱՆԱԿՄԱՆ ԳՈՐԾԱԿՅԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ ԶՐԱՄԲԱՐՈՒՄ ԵՐԱ ՋՐԱՅԻՆ ԵՎ ՋԵՐՄԱՅԻՆ ԲԱԼԱՆՍՆԵՐԻ ՄԻՋՈՅՈՎ

Ա. մ փ ո փ ո լ մ

Հոգիածուծ բերվում է ջրամբարում տուրբուլենտ ջերմափոխանակման գործակցի (k^*) որոշման գոյություն ունեցող մեթոդների համառոտ համեմատական վերլուծությունը:

Առաջարկվում է k^* -ի որոշման նոր մեթոդ, որը հիմնվում է (3.1) հափասարման ինտեգրման վրա ըստ խորությունից, օգտագործվում է ջերմափոխանակման (3.5) հավասարումը: Մտացված արտահայտությունն ունի (3.6) տեսքը, ընկերում գոյորշիացման և մթնոլորտի հետ տուրբուլենտ ջերմափոխանակման որոշման համար օգտագործվում են ջրափոխանակման հավասարումը և Բուսենի հայտնի հարաբերությունը:

Աղյուսակ 1-ում բերվում են k^* գործակցի տարեկան ընթացքի հաշվարկների արդյունքները Սևանա լճի համար: Միջին տարեկան արժեքի համար ստացվում է 2,14 սմ²/վրկ:

Աղյուսակ 2-ում բերվում են Վ. Բ. Շտոկմանի մեթոդով կատարված հաշվարկների արդյունքները: Տարբեր մեթոդներով ստացված արդյունքները բավարար չափով մոտ են իրար: Ցույց է տրվում, որ k^* գործակիցն ըստ խորությունից նվազում է, մոտենալով մոլեկուլյար գիֆուզիայի գործակցի ար-

Ճերին մեծ խորութուններում: Հողվածի վերջում բերված են կորակացութիւններ, որոնք ցույց են տալիս, որ առաջարկված կղանակը որոշ վիճակում կարելի է էֆեկտիվ կերպով կիրառել կ՞ գործակցի որոշման ճամար:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Богуславский С. Г.* Зависимость коэффициента турбулентности от параметров морских волн. ДАН СССР, т. 115, № 3, 1957.
2. *Гандин Л. С.* Сравнительный анализ некоторых методов определения коэффициента турбулентного перемешивания. Тр. ГГО, вып. 16, 1942.
3. *Доброклонский С. В.* Турбулентная вязкость в поверхностном слое моря и волнение. ДАН СССР, т. 58, № 7, 1957.
4. *Иванова Э. С.* Влияние изменения коэффициента турбулентного обмена тепла на распространение температурных колебаний в море (диссертация). М., 1954.
5. *Китайгородский С. А.* О коэффициенте вертикального турбулентного обмена в море. Изв. АН СССР (сер. Геофизическая), № 9, 1957.
6. *Колесников А. Г., Пантелеев Н. А.* и др. Аппаратура и методика регистрации турбулентных микропульсаций температуры и скорости течения в море. Изв. АН СССР (сер. Геофизическая), № 3, 1958.
7. *Колесников А. Г.* Вертикальный турбулентный обмен в устойчиво стратифицированном море. Изв. АН СССР (сер. Геофизическая), № 11, 1960.
8. *Мхитарян А. М.* Об одном решении уравнения турбулентной теплопроводности. ДАН АрмССР, т. 30, № 4, 1960.
9. *Мхитарян А. М.* Испарение с поверхности оз. Севан. «Результаты комплексных исследований по Севанской проблеме», т. 1, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1961.
10. *Мхитарян А. М., Александрян Г. А., Атаян Э. А.* Водный баланс оз. Севан. Там же.
11. *Мхитарян А. М.* О температуре водоемов. Изв. АН АрмССР (серия ФМ), т. 16, № 1, 1963.
12. *Пивоваров А. А.* Определение коэффициента турбулентной теплопроводности по вертикали в море. Тр. Морск. Гидрофизического ин-та, № 4, 1954.
13. *Тимофеев М. П.* Основные вопросы физики нижнего слоя воздуха над водоемами (диссертация). Л., 1962.
14. *Фельзенбаум А. И.* Косвенный метод определения коэффициента вертикального обмена в мелком море в зависимости от его глубины, скорости ветра и вертикальной координаты. Тр. Ин-та Океанологии АН СССР, вып. 19, 1956.
15. *Цейтин Г. X.* О вычислении коэффициента температуропроводности и потока тепла в почву по осредненным температурам. Тр. ГГО, вып. 60, 1956.
16. *Цикунов В. А.* О коэффициенте турбулентной вязкости в верхнем слое моря. Тр. ГОИН, вып. 27, 1954.
17. *Штокман В. Б.* Вертикальное распределение тепловых волн в море и косвенные методы определения коэффициента теплопроводности. Тр. Института океанологии АН СССР, вып. 1, 1946.