

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

А. Г. НАЗАРОВ

О МЕХАНИЧЕСКОМ ПОДОБИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ И ЕГО  
ПРИМЕНЕНИИ К ИССЛЕДОВАНИЮ СТРОИТЕЛЬНЫХ  
*конструкций и сейсмостойкости сооружений*

С о о б щ е н и е 7

Здесь мы остановимся на некоторых вопросах, связанных с подбором модельного материала по деформационным свойствам.

§ 1. Подбор модельного материала в пределах закона Гука

Будем полагать, в дальнейшем, что конструкция претерпевает достаточно малые перемещения под воздействием внешних нагрузок, в силу чего можно допустить множитель подобия  $\gamma$  для деформаций отличным от единицы [1].

Изотропное упругое тело характеризуется двумя упругими постоянными, например, модулем Юнга  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$ . Если для модели эти постоянные соответственно обозначим через  $E'$  и  $\nu'$ , то условия подобия приводят к требованию

$$E' = \frac{\beta}{\gamma} E, \quad \nu' = \nu. \quad (1)$$

Отсюда следует, что два материала, подчиняющихся закону Гука подобны между собою, если для них одинаковы коэффициенты Пуассона. Мы видим также, что в экспериментальных работах имеется возможность один и тот же модельный материал реализовать бесчисленным множеством способов, путем подбора величин множителей подобия  $\beta$  и  $\gamma$ , лишь бы их отношение было постоянно. Обстоятельство это позволяет допускать значительную гибкость при экспериментировании с моделями в пределах упругих деформаций.

Во многих случаях возможно также пренебрежение различиями в значениях коэффициента Пуассона для материалов оригинала и модели без ущерба для точности моделирования.

К таким задачам относятся, например, часто встречающиеся на практике различного рода стержневые и рамные системы, плоская задача теории упругости применительно к односвязной области, случаи когда существенно преобладают или только нормальные напряжения или только тангенциальные и пр.

Таким образом, в некоторых случаях, для модели можно принимать материал не подобный материалу оригинала при соответствующем обосновании. Это равносильно утверждению, что в некоторых случаях экспериментирования можно приближенно считать все модельные материалы в пределах закона Гука подобными между собою. Если упругие материалы хрупки и требуется осуществлять моделирование до стадии разрушения включительно, то для осуществления подобия между материалами значения  $\beta$  и  $\gamma$  должны быть вполне определенными. Действительно, если предел прочности для материала оригинала  $R$ , а для материала модели  $R'$ , то должно быть соблюдено обязательное условие

$$\frac{R'}{R} = \beta. \quad (2)$$

Значение же множителя подобия  $\gamma$  определится из условия

$$\gamma = \beta \frac{E}{E'}. \quad (3)$$

## § 2. Подбор модельного материала с учетом деформаций за пределами упругости

Эта задача значительно сложнее предыдущей. Просто разрешается лишь случай, когда диаграммы деформация — напряжение (индикаторные кривые) материалов оригинала и модели подчиняются схеме Прандтля, при различных модулях упругости  $E$  и  $E'$  и различных пределах текучести  $\sigma_s$  и  $\sigma'_s$  [2]. Для этого случая можно в точности указать значение множителей подобия из условий

$$\beta = \frac{\sigma'_s}{\sigma_s}, \quad E' : E = \beta : \gamma. \quad (4)$$

В общем случае наверное трудно подобрать материал модели так, чтобы он удовлетворял условиям подобия применительно к материалу оригинала, т. е., чтобы индикаторные кривые могли бы быть в точности преобразованы одна в другую при множителях подобия  $\beta$  и  $\gamma$ . Поэтому речь может идти, в основном, лишь о приближенном преобразовании этих кривых. Положим, что индикаторная кривая для оригинала подчинена закону  $\sigma(\varepsilon)$ , а индикаторная кривая для модели  $\sigma'(\varepsilon')$ . Необходимо подобрать такие значения  $\beta$  и  $\gamma$ , чтобы кривые  $\sigma'(\varepsilon')$  и  $\beta\sigma(\gamma\varepsilon)$  возможно меньше различались между собою. В теории приближений функций осуществляется сопоставление ординат сравниваемых функций при одних и тех же абсциссах. Здесь же задача усложняется тем, что ординаты обеих сопоставляемых функций должны отвечать различным абсциссам из-за существования множителя  $\gamma$ , что вносит специфические затруднения в отыскании наилучшего приближения между функциями  $\sigma'(\varepsilon')$  и  $\beta\sigma(\gamma\varepsilon)$ .

Ниже приводим попытку решения этой задачи по способу наименьших квадратов. Обозначим через  $\varepsilon_1$  крайнюю абсциссу индикаторной кривой оригинала, которая отвечает максимальной относительной деформации, допущенной к рассмотрению при анализе сопротивляемости конструкции силовым воздействиям. Тогда речь должна идти об отыскании минимума следующей функции

$$f(\beta, \gamma) = \int_0^{\varepsilon_1} [\sigma'(\gamma \varepsilon) - \beta \sigma(\varepsilon)]^2 d\varepsilon. \quad (5)$$

Для выполнения условий, обеспечивающих минимум функции  $f(\beta, \gamma)$  должно иметь место:

$$\frac{\partial f}{\partial \beta} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial \gamma} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \beta^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \gamma^2} - \left( \frac{\partial^2 f}{\partial \beta \partial \gamma} \right)^2 > 0, \quad (7)$$

при условии

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \beta^2} > 0. \quad (8)$$

Из (6) следует:

$$\frac{\partial f}{\partial \beta} = -2 \int_0^{\varepsilon_1} [\sigma'(\gamma \varepsilon) - \beta \sigma(\varepsilon)] \sigma(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (9)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \gamma} = 2 \int_0^{\varepsilon_1} [\sigma'(\gamma \varepsilon) - \beta \sigma(\varepsilon)] \frac{\partial \sigma'(\gamma \varepsilon)}{\partial \gamma} d\varepsilon, \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \beta^2} = 2 \int_0^{\varepsilon_1} \sigma^2(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \gamma^2} = 2 \int_0^{\varepsilon_1} \left\{ \left( \frac{\partial \sigma'(\gamma \varepsilon)}{\partial \gamma} \right)^2 + [\sigma'(\gamma \varepsilon) - \beta \sigma(\varepsilon)] \frac{\partial^2 \sigma'(\gamma \varepsilon)}{\partial \gamma^2} \right\} d\varepsilon, \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \beta \partial \gamma} = -2 \int_0^{\varepsilon_1} \sigma(\varepsilon) \cdot \frac{\partial \sigma'(\gamma \varepsilon)}{\partial \gamma} d\varepsilon. \quad (13)$$

Для каждого конкретного случая установление условий минимума должно быть проведено особо. Здесь мы ограничимся лишь общим анализом для показа конкретности задачи в рассматриваемой постановке.

При точном решении задачи должно быть выполнено условие

$$\sigma'(\gamma \varepsilon) = \beta \sigma(\varepsilon). \quad (14)$$

Подставляя это условие в (9) и (10), мы видим, что требования (6)

выполняются. Из выражения (11) следует, что и требование (8) также выполняется.

Наконец, имея ввиду выражения (11), (12), (13), выражение (8) перепишем в следующем виде, без общего множителя 2:

$$\int_0^{\varepsilon_1} \sigma^2(\varepsilon) d\varepsilon \cdot \int_0^{\varepsilon_1} \left( \frac{\partial \sigma'(\gamma \varepsilon)}{\partial \gamma} \right)^2 d\varepsilon - \left[ \int_0^{\varepsilon_1} \sigma(\varepsilon) \cdot \frac{\partial \sigma'(\gamma \varepsilon)}{\partial \gamma} d\varepsilon \right]^2 > 0.$$

Полученное выражение представляет собою неравенства Шварца, стало быть выполняется и условие (7). В неравенстве Шварца в качестве частного случая может иметь место и равенство. Но эта деталь не существенна, так как достаточно слегка изменить форму одной из эмпирически заданных функций  $\sigma = f(\varepsilon)$  или  $\sigma' = f(\varepsilon')$ , чтобы равенство нарушилось в требуемом направлении. Итак, задача в рассматриваемой постановке действительно является разрешимой и она может быть рекомендована для практических целей. Прямое использование изложенного выше приема вычисления вызывает ряд затруднений, хотя и преодолимых, но требующих громоздких вычислений. Ниже предлагаем следующий упрощенный способ определения оптимальных значений  $\beta$  и  $\gamma$  на основе ряда попыток. Он обладает по сравнению с предыдущим методом также тем преимуществом, что можно более дифференцированно подходить к выбору сходственных граничных точек на осях  $\varepsilon$  и  $\varepsilon'$ . На рис. 1 а, б показаны индикаторные кривые для  $\sigma(\varepsilon)$  и  $\sigma'(\varepsilon')$  для оригинала и модели.

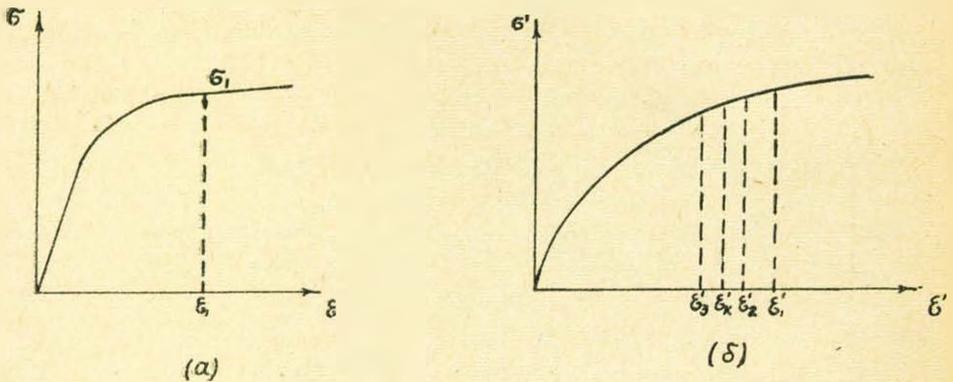


Рис. 1.

Положим, что на индикаторной кривой материала оригинала  $\sigma(\varepsilon)$ , точка  $(\varepsilon_1, \sigma_1)$  является предельной при расчете оригинала на силовые воздействия. На диаграмме модели на абсциссе  $\varepsilon'$  задаемся точкой  $\varepsilon'$ , которую принимаем сходственной точке  $\varepsilon_1$ . Тогда автоматически определится значение множителя подобия

$$\gamma_1 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon'_1}.$$

Теперь требуется определить оптимальное значение  $\beta$  такое, чтобы кривые  $\sigma = f(\varepsilon)$  и  $\sigma' = f(\varepsilon')$  после аффинного преобразования  $\sigma' = \beta \sigma$  возможно менее уклонялись бы друг от друга. Для этого абсциссы рис. 1а следует помножить на уже определенный нами множитель подобия  $\gamma_1$ , а ординаты на неизвестный пока нам множитель подобия  $\beta$  с тем, чтобы полученная кривая возможно менее отличалась от кривой на рис. 1а. Оптимальную величину множителя  $\beta = \beta_1$ , при заданном нами значении  $\gamma = \gamma_1$ , будем определять по способу наименьших квадратов, то-есть по минимуму следующего выражения:

$$f(\beta) = \int_0^{\varepsilon_1} [\sigma'(\gamma_1 \varepsilon) - \beta \sigma(\varepsilon)]^2 d\varepsilon. \quad (15)$$

Отсюда находим из  $\frac{df}{d\beta} = 0$ , что

$$\beta_1 = \frac{\int_0^{\varepsilon_1} \sigma^2(\gamma_1 \varepsilon) \sigma(\varepsilon) d\varepsilon}{\int_0^{\varepsilon_1} \sigma^2(\varepsilon) d\varepsilon}. \quad (16)$$

Далее мы подбираем на оси абсцисс индикаторной кривой  $(\varepsilon', \sigma')$  точку  $\varepsilon' = \varepsilon_2$ . Тогда получим второе приближение

$$\gamma_2 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad (17)$$

Повторяя вычисление найдем новое оптимальное значение для  $\beta = \beta_2$ . Таким же путем находим пары значений  $\gamma_3, \beta_3$  и т. д.

Подставляя эти значения в формулу (6), мы получим ряд значений  $f(\beta_1, \gamma_1), f(\beta_2, \gamma_2)$  и т. д. Из них мы принимаем ту пару значений  $\beta_k, \gamma_k$ , при которой  $f(\beta, \gamma)$  принимает наименьшее значение. Для большего упрощения вычислений можно принять  $\Delta\varepsilon$  постоянным, и наметить точки  $\varepsilon = 0, \varepsilon_1 = \Delta\varepsilon, \varepsilon_i = i\Delta\varepsilon$  и т. д., тогда формулы (6) и (16) представятся в следующем виде:

$$f(\beta, \gamma) = \sum [\sigma'(\gamma \varepsilon_i) - \beta \sigma(\varepsilon_i)]^2, \quad (18)$$

$$\beta = \frac{\sum \sigma'(\gamma \varepsilon_i) \sigma(\varepsilon_i)}{\sum \sigma^2(\varepsilon_i)}.$$

Положим, что наш выбор остановился на паре множителей подобия  $\beta_k, \gamma_k$ . При проведении экспериментальных работ неизменно следует иметь ввиду, чтобы ни в одной точке модели максимальная деформация не превышала  $\varepsilon_k = \gamma_k \varepsilon_k$ , так как в этом случае условия подобия могут оказаться сильно искаженными. Таким путем мы рекомендуем осуществлять приближенное моделирование, когда материалы не являются в точности подобными между собою.

Возникает вопрос, какова может быть максимальная погрешность за счет неполного подобия материалов модели и оригинала. Это требует специального исследования применительно к каждому конкретному случаю. Мы можем предложить следующий грубый прием, который, по-видимому, во многих случаях будет приводить к оценке погрешности с запасом.

На рис. 2 приведена индикаторная кривая модельного материала, с наложенной на нее преобразованной индикаторной кривой материала оригинала при выбранных множителях подобия  $\beta_k$  и  $\gamma_k$ .

Положим, что мы располагаем двумя брусками из материалов для оригинала и модели. Пусть они находятся под сходственными напряжениями  $\sigma_0$  и  $\sigma_0 = \beta_k \sigma_0$ . В силу того, что материалы не в точности подобны, не имеют места равенства между сходственными деформациями  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_0 = \gamma_k \varepsilon_0$ .

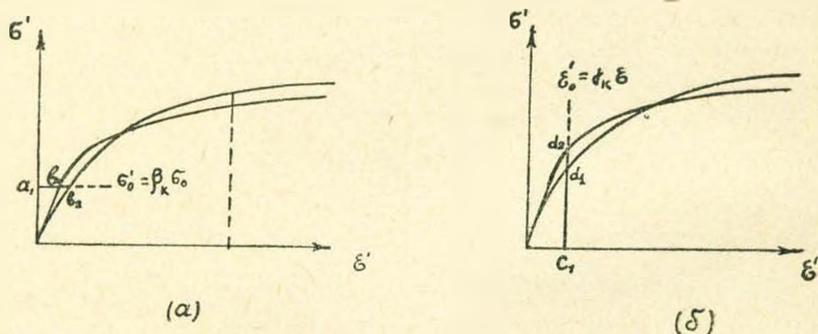


Рис. 2.

Для оценки отклонения от этого равенства можно взять следующее отношение

$$\left| \frac{\varepsilon' - \gamma_k \varepsilon}{\varepsilon} \right|.$$

На рис. (2а) этому отношению отвечает отношение длин отрезков

$$\left| \frac{a_1 b_2 - a_1 b_1}{a_1 b_1} \right|.$$

За меру отклонения можно принять величину

$$\max \left| \frac{\varepsilon' - \gamma_k \varepsilon}{\varepsilon'} \right|. \quad (19)$$

Это будет максимальное отношение, отвечающее невыгоднейшему значению осевого растягивающего напряжения. Ясно, что во всех других случаях, например, при изгибе, это отношение будет достигать меньшей величины.

Возьмем другой случай, когда деформации обоих брусков заданы и они соответственно равны  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_0 = \gamma_k \varepsilon_0$ . Тогда сходственные напряжения не будут в точности подобными. Для оценки отклонения от этого равенства можно принять следующее отношение

$$\left| \frac{\sigma_0 - \beta_k \sigma_0}{\sigma_0} \right|.$$

На рис. 26 этому отношению отвечает отношение длин отрезков

$$\left| \frac{c_1 d_2 - c_1 d_1}{c_1 d_2} \right|.$$

За меру отношения можно взять величину

$$\max \left| \frac{\sigma' - \beta_k \sigma}{\sigma'} \right|, \quad (20)$$

При действительных распределениях напряжений и деформаций, рассматриваемые меры отклонений будут по-видимому достигать меньших величин. В частности возможно было бы осуществлять подбор оптимальных значений  $\beta$ ,  $\gamma$  таким образом, чтобы величины (19) и (20) достигали наименьших значений. Вообще способ подбора оптимальных значений  $\beta$  и  $\gamma$ , по-видимому, может в определенной мере зависеть от характера поставленной задачи и подлежит изучению для каждого конкретного случая в отдельности. Например, в тех случаях, когда имеют место большие пластические деформации, по-видимому не надо проявлять особенной заботы в точной аппроксимации индикаторной кривой в упругой зоне.

Собственно говоря, таким свойством обладает как раз метод наименьших квадратов. Но можно еще более усилить требование о более точной аппроксимации функций в зоне больших деформаций, для чего можно использовать какой-либо другой прием приближения, в частности, с использованием приближений по весу. Наиболее существенным в изложенном мы считаем то, что показана принципиальная возможность улучшения методов экспериментирования над моделями при условии всестороннего аналитического исследования выбора множителей подобия  $\beta$  и  $\gamma$  для обеспечения возможно точного подобия между оригиналом и моделью при приближенном моделировании.

### § 3. Подбор модельного материала с учетом статистики

Неоднородность материала как оригинала так и модели делает целесообразным во многих случаях осуществлять моделирование, исходя из условий подобия в статистическом смысле [3]. Простейшее решение этого вопроса заключается в следующем. Для материала оригинала, на основе испытания серии опытных образцов, устанавливаются средние значения интересующих нас механических величин, а также их дисперсий и корреляций. При тех же условиях осуществляются испытания серии модельных образцов и для них также получают данные о средних величинах, дисперсиях и корреляциях. Если они удовлетворяют условиям статистического подобия, то материалы признаются подобными в статистическом смысле. В частности метод приближенного подбора оптимальных значений  $\beta$  и  $\gamma$ , данный в предыдущем параграфе, сохраняет свою силу и в случае статистического подобия. Необходимо лишь оперировать с осредненными индикаторными кривыми для материалов оригинала и модели.

#### § 4. Подбор модельного материала для динамической нагрузки

При динамических процессах в строительных материалах большое значение имеет раскрытие петли гистерезиса, поскольку внутреннее трение для них зависит от площади, ограниченной петлей. Вязкое же сопротивление, обусловленное скоростью деформации, как известно, не имеет существенного значения в обычных строительных материалах. При точном подобии между индикаторными кривыми материалов оригинала и модели, одну индикаторную кривую можно превратить в другую с помощью аффинных преобразований

$$\sigma' = \beta \sigma, \quad \epsilon' = \gamma \epsilon. \quad (21)$$

При этом, как было показано нами, подобие сохраняется и при динамических процессах. Однако обеспечение условий (21) в строении петель гистерезиса для обоих материалов является задачей практически неразрешимой. Здесь целесообразно воспользоваться результатом Писаренко, показавшего, что в первом приближении для затухания упругих свободных колебаний не имеют значения детали строения петли гистерезиса [4]. Декремент затухания колебаний с достаточной точностью характеризуется площадью, ограниченной петлей гистерезиса.

Обозначим максимальную упругую энергию, при циклических нагрузках, отнесенную к единице объема материала  $M$ , через  $U$ , а поглощенную энергию через  $W$ , тогда для материала  $M'$  должно быть

$$U' = \beta \gamma U, \\ W' = \beta \gamma W.$$

Таким образом, коэффициенты поглощения  $\psi$  материалов  $M$  и  $M'$  совпадают и равны.

$$\psi = \frac{W'}{U'} = \frac{W}{U}.$$

Если же совпадают коэффициенты поглощения, то должны совпадать и декременты затухания. Поэтому можно предложить следующий упрощенный критерий подобия между материалами в смысле поглощения энергии. Следует из материалов  $M$  и  $M'$  изготовить брусья. Путем прямых испытаний получить для них множители подобия  $\beta$  и  $\gamma$ . Далее этим брусьям сообщаются свободные колебания, для чего их следует подвесить и сообщить им удары. Если декременты затухания их свободных колебаний будут одинаковыми, то исследуемые материалы, из которых изготовлены брусья, можно считать подобными.

Если в моделируемой конструкции преобладают осевые напряжения, то пробные образцы лучше изготавливать в виде брусьев и их подвергать изгибным, а если возможно, продольным свободным колебаниям. Если же в конструкции преобладают сдвиговые деформации, то опытным образцам лучше всего придавать форму цилиндра или полого цилиндра и подвергать их свободным крутильным колебаниям.

Этот критерий подобия достаточно практичен, в особенности для одноосного напряженного состояния. Мы здесь не останавливаемся на проблеме поглощения энергии при сложном напряженном состоянии, так как в этом направлении нам неизвестны экспериментальные исследования, по крайней мере, в инженерной постановке. Некоторые соображения теоретического порядка нами рассмотрены в работе [5].

В случае, если модельный материал обладает меньшими демпфирующими свойствами, то не исключена возможность подключения к модели дополнительного демпфирующего устройства, компенсирующего недостаточность поглощения энергии моделью.

При такого рода исследованиях следует также иметь в виду, что для модельного материала, в особенности низкомодульного, не исключена возможность значительно большей вязкости, нежели для материала оригинала. В этом случае в модели может иметь место затухание не только из-за статического гистерезиса, но и из-за вязкости материала. В этом случае декремент затухания свободных колебаний образцов из модельного материала будет возрастать с повышением частоты колебаний. Поэтому следует пытаться добиться примерно одинаковых декрементов затухания для оригинала и модели, хотя бы в пределах их основных частот свободных колебаний.

При знакопеременных нагрузках в области упруго-пластических деформаций, прямое установление подобия материалов значительно проще в смысле техники экспериментирования, так как имеется возможность прямого сопоставления форм петель гистерезиса и их площадей. Но подбор подходящего модельного материала, в таких случаях, не представляется простой задачей.

Институт геофизики и инженерной сейсмологии

АН Армянской ССР

Поступило 15.X-62

Ա. Ք. ՆԱԶԱՐԱՆԻ

ՊԻՆԳ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ՄԵՆԱՆԻԿԱԿԱՆ ՆՄԱՆՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ՇԻՆԱՐԱՐԱԿԱՆ ԿՈՆՍՏՐՈՒԿՑԻԱՆԵՐԻ ՈՒ ԿԱՌՈՒՅՎԱԾՔՆԵՐԻ ՍԵՅՍՄԱԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՄԵՋ ՆՐԱ ԿԻՐԱՌՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

(Հաղորդում 7)

Ա մ փ ո փ ու մ

Սույն հաղորդագրության մեջ դիտարկվում է նյութերի նմանության ապահովման պայմանները՝ հիմնված նմանության ընդլայնված տեսության վրա: Հիմնական ուշադրությունը դարձված է առաձգական զոնայի և առաձգական զոնայից դուրս աշխատանքի համար նյութերի ընտրության վրա: Յույց է տրված, որ մոդելի և օրիգինալի նյութերի մոտավոր մոդելացման խնդիրը բերվում է հետևյալ մաթեմատիկական տեսքին: Տրված են օրիգինալի և մոդելի նյութերի համար  $\sigma = \sigma(\varepsilon)$  և  $\sigma' = \sigma'(\varepsilon')$  ինդեկստորալին կորերը: Պետք է

դոնել լարվածություն և զեֆորմացիայի համար երկու այնպիսի բազմապատկիչներ  $\beta$  և  $\gamma$ , որպեսզի ինդիկատորային կորերից մեկը մյուսին աֆինային փոխակերպման զեպքում ըստ  $\sigma' = \beta\sigma$  և  $\varepsilon' = \gamma\varepsilon$  օրենքի, ինդիկատորային կորերը հնարավորին չափ քիչ տարբերվեն միմյանցից: Այդ նպատակով օդտագործված է ամենափոքր քառակուսային եզանակը: Ապացուցված է նման դրվածքի զեպքում խնդրի կորեկտությունը, ինչպես և ցույց է տրված նրա լուծման պրակտիկ եղանակը [(6)–(18) բանաձևերը]: Յուցագրված է միանման զեֆորմացիաների զեպքում լարվածությունների տարբերության, ինչպես և միանման լարվածությունների զեպքում զեֆորմացիաների տարբերության գնահատման եղանակը, որը բերում է փորձարկման սխալի տարբերության գնահատմանը շատ զեպքերում մեծ պաշարով (19 և 20 բանաձևերը):

Յուցումներ են տրված նյութերի նմանության գնահատման համար վիճակադրական առումով նմանության զեպքում, ինչպես և դինամիկական երեուլթիների համար: Մասնավորապես ցույց է տրված, որ վերջին զեպքերի համար ի լրացում վիճակագրական առումով նմանության պայմանների բավարար է օրիգինալի և մոդելի նյութերի համար պահպանել նյութի էներգիայի կլանման գործակիցի հավասարությունը:

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Назаров А. Г. Известия АН Армянской ССР, серия технических наук, т. X, вып. 5, 1957.
2. Сагдиев Т. Г. Известия АН Таджикской ССР, 1960.
3. Назаров А. Г. Известия АН Армянской ССР, серия технических наук, т. XV, вып. 6, 1962.
4. Писаренко Г. С. Колебания упругих систем с учетом рассеяния энергии в материале, изд. АН Украинской ССР, Киев, 1955.
5. Назаров А. Г. Метод инженерного анализа сейсмических сил. Изд. АН Армянской ССР, 1959, Ереван.