

ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА

В. С. ХАЧАТРЯН

МИНИМИЗАЦИЯ ПОТЕРЬ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ
В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ

В последнее время, в связи с появлением современных быстродействующих цифровых вычислительных машин, стало возможным изучение наивыгоднейших режимов сложных энергосистем с учетом потерь активной мощности в сетях. Однако, для решения вопроса возникла необходимость разработки методики определения собственных и взаимных сопротивлений электрических цепей, методику определения потерь активной мощности в сетях и т. д. [1, 3]. Одной из проблем энергосистемы, связанной с экономичным режимом, является вопрос минимизации потерь активной мощности в сетях.

В статье предлагается математический способ решения задачи минимизации потерь активной мощности, применимый для энергосистем любой сложности. Вопрос анализа потерь в сетях необходим при вводе новых генерирующих станций в энергосистему и выборе для них оптимального местоположения. Минимизацию потерь необходимо рассмотреть с экономической точки зрения. В основе предлагаемого метода минимизации потерь активной мощности в сетях энергосистемы лежит формула потерь. Как известно, в формуле потерь фигурируют так называемые сетевые коэффициенты B_{mn} , которые в общем случае являются сложной функцией от всех генерируемых активных и реактивных мощностей и соответствующих комплексных напряжений при неизменной конфигурации данной энергосистемы [2, 3]. Исследования сетевых коэффициентов B_{mn} показало, что они, строго говоря, величины не постоянные. Однако отметим, что изменение этих коэффициентов настолько незначительно, что при решении инженерных задач можно их принять постоянными [3]. Таким образом, единственным допущением, которое здесь принимается, является принятие коэффициентов B_{mn} в качестве постоянных величин. Надо отметить, что при изменении конфигурации данной энергосистемы, сетевые коэффициенты B_{mn} резко изменяются (вследствие изменения собственных и взаимных сопротивлений); в этом случае возникает необходимость их пересчета. В рассматриваемом методе задаются: энергосистема с необходимыми параметрами; суммарный график нагрузки активной мощности; сетевые коэффициенты B_{mn} данной энергосистемы.

По этим данным требуется определить мощности, выдаваемые генераторными станциями в энергосистему, при которых потери в сетях будут минимальными.

Для решения задачи пользуемся формулой потерь, которая имеет следующий вид:

$$\pi = \sum_{m=1}^{\Gamma} \sum_{n=1}^{\Gamma} P_m B_{mn} P_n, \quad (1)$$

где двойное суммирование по „ m ” и „ n ” распространяется на все генерирующие станции;

B_{mn} — сетевые коэффициенты, или коэффициенты формулы потерь;

P_m, P_n — мощности генерирующих станций в узлах m и n ;

Γ — число электрических станций в энергосистеме.

Формулу (1) удобно представить в следующем виде:

$$\pi = \sum_{m=1}^{\Gamma} P_m B_{mm} + \sum_{m=1}^{\Gamma} \sum_{\substack{n=1 \\ m \neq n}}^{\Gamma} P_m B_{mn} P_n. \quad (2)$$

В выражении (2) члены первого слагаемого имеют только положительные знаки, в то время как члены второго слагаемого могут иметь как положительные, так и отрицательные значения. Сумма этих двух слагаемых является положительной величиной, и поэтому первое слагаемое больше, чем второе [3].

В качестве заданного условия (уравнение связи) принимается баланс активных мощностей данной энергосистемы:

$$\sum_{m=1}^{\Gamma} P_m - \pi = \sum_{k=1}^H P_k, \quad (3)$$

или

$$\sum_{m=1}^{\Gamma} P_m - \left(\sum_{m=1}^{\Gamma} P_m^2 B_{mm} + \sum_{m=1}^{\Gamma} \sum_{\substack{n=1 \\ m \neq n}}^{\Gamma} P_m B_{mn} P_n \right) = \sum_{k=1}^H P_k, \quad (4)$$

где $K=1, 2, 3, \dots$ — индексы нагрузочных узлов энергосистемы.

H — число нагрузок в энергосистеме.

Максиматически решение задачи сводится к определению минимума функции (2) при заданном условии (4).

Используя лагранжевы множитель λ запишем выражение исходной функции:

$$U = \sum_{m=1}^{\Gamma} P_m^2 B_{mm} + \sum_{m=1}^{\Gamma} \sum_{\substack{n=1 \\ m \neq n}}^{\Gamma} P_m B_{mn} P_n + \lambda \left[\sum_{m=1}^{\Gamma} P_m - \left(\sum_{m=1}^{\Gamma} P_m^2 B_{mm} + \right. \right.$$

$$+ \sum_{m=1}^r \sum_{\substack{n=1 \\ m \neq n}}^r P_m B_{mn} P_n \Bigg) \Bigg] \quad (5)$$

или

$$U = (1 - \lambda) \left(\sum_{m=1}^r F_m^2 B_{mm} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^r \sum_{n=1}^r P_m B_{mn} P_n \right) + \lambda \sum_{m=1}^r P_m. \quad (6)$$

Минимум функции (6) определяется из условия

$$\frac{\partial U}{\partial P_m} = 0, \quad (7)$$

21.718

$$\frac{\partial U}{\partial p_m} = 2 \left(1 - \left(P_m B_{mm} + \sum_{n=1}^r B_{mn} P_n \right) \right) = 0. \quad (8)$$

Уравнение (8) эквивалентно следующей системе уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial P_2} &= 2(1-\lambda) \left(P_2 B_{22} + \sum_{\substack{n=2 \\ n \neq 1}}^r B_{1n} P_n \right) + \lambda = 0, \\ &\vdots \\ \frac{\partial U}{\partial P_r} &= 2(1-\lambda) \left(P_r B_{rr} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq r}}^r B_{rn} P_n \right) + \lambda = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь число неизвестных на 1 больше числа уравнений (9), поэтому добавляется условие (4).

Решая данную систему уравнений получим некие значения $P_1, P_2, \dots, P_l$ и множитель Лагранжа λ .

Последовательность определения искомых значений мощностей

Требуется решить следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} & (1-\lambda) \left(\rho_1 B_{11} + \sum_{n=2}^r B_{1n} \rho_n \right) + \lambda = 0 \\ & \dots\dots\dots \\ & (1-\lambda) \left(\rho_r B_{rr} + \sum_{n=1}^{r-1} B_{rn} \rho_n \right) + \lambda = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\sum_{m=1}^r P_m - \left(\sum_{m=1}^r P_m^2 B_{mm} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^r \sum_{n=1}^r P_m B_{mn} P_n \right) = \sum_{k=1}^H P_k.$$

	1	2	...	Γ
m				
1	B_{11}	B_{12}	...	$B_{1\Gamma}$
2	B_{21}	B_{22}	...	$B_{2\Gamma}$
	...	...	...	...
Γ	$B_{\Gamma 1}$	$B_{\Gamma 2}$	...	$B_{\Gamma \Gamma}$

(14)

Исходя из матрицы (14), определяем матрицу коэффициентов

$a_{(m-1)n}$ ($m=1, 2, 3 \dots \Gamma$; $n=1, 2, 3 \dots \Gamma$)

n	1	2	...	Γ
$m-1$				
1	$a_{11} = B_{11} - B_{21}$	$a_{12} = B_{12} - B_{22}$	...	$a_{1\Gamma} = B_{1\Gamma} - B_{2\Gamma}$
2	$a_{21} = B_{21} - B_{31}$	$a_{22} = B_{22} - B_{32}$	...	$a_{2\Gamma} = B_{2\Gamma} - B_{3\Gamma}$
	...	...	...	...
Γ	$a_{(\Gamma-1)1} = B_{(\Gamma-1)1} - B_{\Gamma 1}$	$a_{(\Gamma-1)2} = B_{(\Gamma-1)2} - B_{\Gamma 2}$	...	$a_{(\Gamma-1)\Gamma} = B_{(\Gamma-1)\Gamma} - B_{\Gamma \Gamma}$

(15)

Далее составляется линейное матричное уравнение:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1\Gamma} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2\Gamma} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{(\Gamma-1)1} & a_{(\Gamma-1)2} & \dots & a_{(\Gamma-1)\Gamma} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_{\Gamma-1} \\ P_{\Gamma} \end{vmatrix} = 0 \quad (16)$$

Таким образом, для определения искоемых значений $P_1; P_2 \dots P_{\Gamma}$ необходимо решить матричное линейное уравнение (16) совместно с нелинейным уравнением (12а).

Выражая все неизвестные матричного уравнения (16) через одно неизвестное, например через P_1 , получим:

$$P_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} P_{\Gamma}; P_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} P_{\Gamma}, \dots, P_{(\Gamma-1)} = \frac{\Delta_{(\Gamma-1)}}{\Delta} P_{\Gamma}, \quad (17)$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1(\Gamma-1)} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2(\Gamma-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{(\Gamma-1)1} & a_{(\Gamma-1)2} & \dots & a_{(\Gamma-1)(\Gamma-1)} \end{vmatrix}$$

и является определителем данной матрицы.

$\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_{\Gamma-1}$ получается из матрицы коэффициентов (15).

После подстановки значений $P_2; P_3; \dots; P_{\Gamma-1}$ из выражения (17) в (12а) получается полное квадратное уравнение

$$AP_{\Gamma}^2 + BP_{\Gamma} + C = 0, \quad (19)$$

где

$$A = \frac{\sum_{m=1}^{\Gamma-1} \sum_{n=1}^{\Gamma-1} \Delta_m B_{mn} \Delta_n}{\Delta^2} + 2 \frac{\sum_{m=1}^{\Gamma-1} \Delta_m B_{m\Gamma}}{\Delta} + B_{\Gamma\Gamma} \quad (20)$$

$$B = - \left(\frac{\sum_{m=1}^{\Gamma-1} \Delta_m}{\Delta} + 1 \right) \quad (21)$$

$$C = \sum_{k=1}^H P_k \quad (22)$$

Так как генераторная мощность $P_{\Gamma} > 0$, то в (19) надо удерживать соответствующий корень. После определения значения P_{Γ} не трудно определить остальные искомые величины $P_1; P_2; \dots; P_{\Gamma-1}$ из выражения (17).

Применительно к формуле (2) формула Тейлора принимает следующий вид:

$$\Delta\pi = d\pi + \frac{1}{2!} d^2\pi + \dots + \frac{1}{(a-1)!} d^{a-1}\pi + \left[\frac{d^a\pi}{n!} \right]_1 \quad (23)$$

где $\Delta\pi = \pi - \pi'; \quad (23a)$

$$\pi = \pi(P_1, P_2; \dots; P_{\Gamma}); \quad (24)$$

$$\pi' = \pi'(P_1 + dP_1, P_2 + dP_2; \dots; P_{\Gamma} + dP_{\Gamma}); \quad (25)$$

Так как рассматриваемая функция содержит неизвестное во второй степени, дифференциалы выше второго порядка тождественно равны нулю. Поэтому

$$\Delta\pi = \frac{1}{2!} d^2\pi; \quad (26)$$

Достаточным условием минимума функции (2) является условие

$$d^2\pi > 0 \quad (27)$$

Для доказательства неравенства (27) необходимо получить цифровое значение $d^2\pi$.

Из уравнения (2) имеем:

$$d\pi = \frac{\partial\pi}{\partial P_1} dP_1 + \frac{\partial\pi}{\partial P_2} dP_2 + \dots + \frac{\partial\pi}{\partial P_{\Gamma}} dP_{\Gamma}; \quad (28)$$

Дифференцируя получим

$$d^2\pi = \frac{\partial}{\partial P_1} (d\pi) dP_1 + \frac{\partial}{\partial P_2} (d\pi) dP_2 + \dots + \frac{\partial}{\partial P_{\Gamma}} (d\pi) dP_{\Gamma}. \quad (29)$$

тельные, знаки, поэтому $\sum_{m=1}^{\Gamma} \sum_{n=1}^{\Gamma} B_{mn} (dP_m) (dP_n)$ может иметь как

положительный, так и отрицательный знак. В виду того, что $B_{mn} \gg B_{nm}$, [3], имеем

$$\sum_{m=1}^{\Gamma} B_{mm} (dP_m)^2 > 2 \sum_{m=1}^{\Gamma} \sum_{n=1}^{\Gamma} B_{mn} (dP_m) (dP_n); \quad (34)$$

Таким образом, доказано, что полученные из необходимого условия ($d\pi=0$), значения $P_1, P_2 \dots P_{\Gamma}$ соответствуют минимуму потерь в сетях энергосистемы.

Учет влияния ограниченности мощностей электрических станций

Приведенное нами уравнение связи (4) не учитывает ограниченности генерируемых мощностей в отдельных электрических станциях. При этом возможно, что полученное решение физически будет нереальным, следовательно, при решении задачи нужно учесть условия

$$0 < P_m \leq P_{m(\text{макс.})}, \quad (35)$$

где P_m — искомая величина генерируемой мощности m -ой станции; $P_{m(\text{макс.})}$ — максимальная возможная генерируемая мощность m -ой станции ($m=1, 2, 3 \dots \Gamma$).

В общем случае задача решается в следующей последовательности. Определяется минимум функции (2) при наличии уравнения связи (4) и условия (35). Если после нахождения искомых значений P_m ($m=1, 2 \dots \Gamma$) окажется, что $P_i > P_{i(\text{макс.})}$, (P_i найденная мощность i -ой станции, а $P_{i(\text{макс.})}$ максимально возможная мощность той же станции), то в уравнениях (12) и (12а) следует вместо P_i подставить $P_{i(\text{макс.})}$ и из системы (12) исключить i -ое уравнение.

Затем, для нахождения значений остальных переменных (генерируемые мощности станции) необходимо полученную новую систему уравнений (12) решить совместно с уравнениями (12а).

З а к л ю ч е н и е

Задача определения минимума потерь активной мощности в сетях энергосистемы сводится к решению системы линейных и нелинейных алгебраических уравнений. Порядок данной системы уравнений зависит от числа генерирующих станций. Следовательно, при большом количестве генераторных станций, решение полученной системы уравнений уже невозможно без современных быстродействующих цифровых машин. Кроме того, цифровая вычислительная машина обеспечивает большую точность, которая необходима при рассмотрении данного

вопроса. Так как в данной методике используются сетевые коэффициенты, то необходимо заранее вычислить числовые значения этих коэффициентов для исследуемой энергосистемы.

Институт энергетик АН
Армянской ССР

Поступило 14.2.1962

Վ. Ս. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

ԼԷԿՏՐԱԿԱՆ ՑԱՆՅԵՐՈՒՄ ԱԿՏԻՎ ՀԳՐՈՒԹՅԱՆ ԿՈՐՈՒՍՏԻ ՄԻՆԻՄՈՒՄԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ

Ժամանակակից արագ զարգացող հաշվիչ մեքենաները հնարավորություն են տալիս լուծելու էներգոսխառմաբան կապված աշխարհի բարդ խնդիրներ, ինչպես որինակ էլեկտրական ուժի մեկնարկի հաշվումը, էլեկտրական ցանցերում ակտիվ հզորության կորուստների հաշվումը, սեփական և փոխադարձ դիմադրությունների որոշումը և այլն: Այդ տեսակետից կարևոր է նաև էներգոսխառմաբան ցանցերում առաջացող ակտիվ հզորության կորուստները մինիմումի բերման հարցը, որը և արժարժված է տվյալ հոդվածում: Հոդվածում արժարժված մեթոդի հիմքում ընկած է ակտիվ հզորության կորուստի բանաձևը (1), որն արտահայտվում է տվյալ էներգոսխառմաբան բնութագրող ցանցային B_{min} դորժակցույթ և էլեկտրական կախանների P_m և P_n հզորություններով: Հետևապես, տվյալ մեթոդից օգտվելու համար նախօրոք պետք է հաշվել ցանցային B_{min} դորժակցույթները, որոնց հետ կապված հետադրություններից ցույց են տվել, որ նրանք փոփոխվում են տարրեր ուժի մեկնարկի ժամանակ ոչ մեծ սահմաններում, այնպես որ պրակտիկորեն կարելի է ընդունել որպես հաստատուն:

Հետագա մաթեմատիկական ձևափոխությունների մասնակի ընդունված է, որ ցանցային B_{min} դորժակցույթները չեն փոփոխվում տարրեր ուժի մեկնարկի ժամանակ:

Սա հանդիսանում է միակ ենթադրությունը տվյալ մեթոդի մեջ: Բայց պետք է նշել, որ ցանցային B_{min} դորժակցույթները կարելի է հաշվել լուրջ քանակությամբ ուժի մեկնարկի համար և այն չընդունել որպես անփոփոխ բոլոր ուժի մեկնարկի դեպքում:

Այդ դեպքում վերևում կատարված ենթադրությունը վերանում է, բայց մեծանում է հաշվման ծավալը: Տվյալ մեթոդից օգտվելու մասնակի, բացի ցանցային դորժակցույթներից, պետք է խմանալ նաև տվյալ սխառմաբան ցանցի ակտիվ հզորության որպես գրաֆիկը և սխառմաբան արտահայտված հզորության նախնական բաշխվածությունը էլեկտրական կախանների միջև:

Հոդվածում արտածված մեթոդը հնարավորություն է տալիս սխառմաբան դորժակցույթները վերաբաշխել էլեկտրական կախանների միջև աշխարհում, որ առաջացած հզորության կորուստը լինի մինիմում:

Խնդիրը բերվում է դժպիլի և ոչ դժպիլի հավասարումների սխառմաբան, որի լուծումը մեծ յանապաղվածք էլեկտրական կախանների առկայության դեպքում դառնում է անհնարին ստանց ժամանակակից հաշվիչ մեքենաների:

ЛИТЕРАТУРА

1. Маркович И. М. Режимы энергетических систем. Госэнергоиздат, 1957.
2. Мельникова Н. А. Учет потерь в сети при определении наимыгоднейшего режима энергосистемы. Журн. "Электричество", № 2, 1960.
3. Хачатрян В. С. Методика расчета потерь и производных от потерь. Известия АН Армянской ССР (серия ТН), № 1, 1962.