

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

Э. В. ХАЧИЯН

РАСЧЕТ СООРУЖЕНИЙ НА СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ ПО АКСЕЛЕРОГРАММАМ СИЛЬНЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Сообщение 2

В статье приводятся результаты расчета гибких сооружений на сейсмическое воздействие по акселерограммам четырех сильных землетрясений силой 7 и 8 баллов при помощи электронных вычислительных машин.

Расчетные схемы некоторых гибких сооружений (дымовые трубы, отдельные стойки, башни, опоры мостов) приводятся к защемленному брусу с преобладанием деформаций изгиба. В первом приближении принимаем, что брус постоянного сечения, тогда уравнение свободных колебаний будет

$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где $y(x, t)$ — перемещение точек на оси стержня;

E — модуль упругости материала стержня;

J — момент инерции поперечного сечения;

m — масса стержня на единицу длины.

Подстановка $y_j(x, t) = Y_j(x) q_j(t)$ при граничных условиях соответствующих жесткому защемлению консоли (при $x=0$ $Y_j(x)=0$, $Y_j'(x)=0$, при $x=l$ $Y_j(x)=0$, $Y_j'(x)=0$) получим следующее выражение для фундаментальной функции

$$Y_j(x) = - \frac{\sin \mu_j + sh \lambda_j}{\cos \mu_j + ch \mu_j} (\cos \lambda_j x - ch \lambda_j x) + \sin \lambda_j x + sh \lambda_j x, \quad (2)$$

где

$$\mu_j = \lambda_j l, \quad \lambda_j = \sqrt{\frac{m p_j^2}{EJ}}. \quad (3)$$

Здесь p_j — круговые частоты свободных колебаний, которые определяются из уравнения

$$\cos \mu \operatorname{ch} \mu + 1 = 0 \quad (4)$$

первые три корня которого равны:

$$\mu_1 = 1.875, \mu_2 = 4.694, \mu_3 = 7.855.$$

Нормальные координаты $q_i(t)$ при вынужденных колебаниях основания сооружения по закону $y_0(t)$ с учетом рассеяния энергии удовлетворяют следующему дифференциальному уравнению [1]:

$$\ddot{q}_i(t) + p_i^2 e^{b_i t} q_i(t) = -\ddot{y}_0(t), \quad (5)$$

где

$$b_i = \frac{2}{\mu_i} \left(\frac{\cos \mu_i + ch \mu_i}{\sin \mu_i + sh \mu_i} \right)^2, \quad (6)$$

α — коэффициент внутреннего трения, связанный с декрементом затухания b соотношением $b = \alpha \pi$ и принимаемый постоянным для всех форм колебания*. Общим решением уравнения (5) при нулевых начальных условиях (при $t=0$ $q_i = \dot{q}_i = 0$), будет

$$q_i(t) = -\frac{\ddot{y}_0}{p_i^2} \int_0^t e^{-\frac{\alpha \pi}{2}(t-\xi)} \ddot{y}_0(\xi) \sin p_i(t-\xi) d\xi. \quad (7)$$

Изгибающий момент отвечающий полному деформированному состоянию бруса будет

$$M(x, t) = EJ \sum_{i=1}^{\infty} Y_i(x) q_i(t). \quad (8)$$

Подставляя соответствующие значения получим

$$M(x, t) = \frac{qI^3}{g} \sum_{i=1}^{\infty} Y_i(x) \frac{2\pi}{T_i} \int_0^t e^{-\frac{\alpha \pi}{2}(t-\xi)} \ddot{y}_0(\xi) \sin \frac{2\pi}{T_i}(t-\xi) d\xi. \quad (9)$$

Перерезывающая сила в каком-либо сечении бруса будет

$$Q(x, t) = \frac{\partial M(x, t)}{\partial x}$$

или

$$Q(x, t) = \frac{qI^3}{g} \sum_{i=1}^{\infty} Y_i(x) \frac{2\pi}{T_i} \int_0^t e^{-\frac{\alpha \pi}{2}(t-\xi)} \ddot{y}_0(\xi) \sin \frac{2\pi}{T_i}(t-\xi) d\xi, \quad (10)$$

где

$$Y_i(x) = \frac{2}{\mu_i^3} \left(\frac{\cos \mu_i + ch \mu_i}{\sin \mu_i + sh \mu_i} \right) \left[ch \mu_i \frac{x}{l} + \cos \mu_i \frac{x}{l} - \left(\frac{\cos \mu_i + ch \mu_i}{\sin \mu_i + sh \mu_i} \right) \left(\sin \mu_i \frac{x}{l} sh \mu_i \frac{x}{l} \right) \right], \quad (11)$$

* О постоянстве затухания для первых нескольких форм колебаний см. статьи М. Мерфи, Дж. Байкрофта, Л. Харрисона и М. Исазы в сборнике „Международная конференция по сейсмостойкому строительству“, Госстройиздат, М., 1961 г.

$$\begin{aligned} \varphi_1(x) = & -\frac{2}{\mu_1} \left(\frac{\cos \mu_1 + ch \mu_1}{\sin \mu_1 + sh \mu_1} \right) \left[sh \mu_1 \frac{x}{l} - \sin \mu_1 \frac{x}{l} - \right. \\ & \left. - \left(\frac{\cos \mu_1 + ch \mu_1}{\sin \mu_1 + sh \mu_1} \right) \left(ch \mu_1 \frac{x}{l} + \cos \mu_1 \frac{x}{l} \right) \right]. \end{aligned}$$

Практически при колебаниях сооружений могут возбуждаться не более 3 форм колебаний. Поэтому при определении изгибающих моментов и перерезывающих сил по формулам (9) и (10) будем ограничиваться рассмотрением только первых трех членов суммы. Значения $\gamma_1(x)$ и $\varphi_1(x)$ для первой, второй и третьей форм колебаний для каждой двадцатой доли длины бруса приведены в работе [2]. Выражения (9) и (10) показывают, что максимальные значения $M(x, t)$ и $Q(x, t)$ в различных сечениях получаются в разное время. Поэтому возникает вопрос определения максимумов выражений (9) и (10) при фиксированном значении $x = x_k$. В связи с отсутствием аналитического выражения для ускорения почвы $y_0(t)$, задача еще более осложняется.

Определение максимумов M и Q осуществлялось при помощи электронно-вычислительной машины в Вычислительном центре АН Армянской ССР. В качестве законов колебания ускорения почвы были приняты четыре акселерограммы сильных землетрясений силой 7 и 8 баллов. Методика расшифровки и акселерограммы землетрясений приведена в работе [3]. Акселерограммы землетрясений заимствованы из [4].

При фиксированном значении $x = x_k$ и заданных значениях T_1 , T_2 и T_3 и α для акселерограммы № 1 были получены 225 значений изгибающих моментов и поперечных сил с учетом трех форм колебаний. Из этих 225 значений для $x = x_k$ были отобраны максимальные значения изгибающих моментов и поперечных сил для этого сечения. Таким образом только для одной акселерограммы № 1 было получено $20 \times 225 = 4500$ значений изгибающих моментов и поперечных сил, из которых были отобраны 20 максимальных значений. Это дало возможность следить за изменением изгибающих моментов и поперечных сил во времени в различных сечениях по высоте сооружения. Вычисления производились при следующих значениях периода свободных колебаний (в секундах):

$$T_1 = 2,5, T_2 = 0,40, T_3 = 0,15,$$

для $\alpha = 0; 0,04; 0,08$ и $0,16$.

На рис. 1 построены графики изменения во времени изгибающих моментов и поперечных сил для нижнего и верхнего сечений гибкой консоли при $\alpha = 0,08$ для акселерограммы № 1.

Причем, чтобы иметь правильное представление о влиянии высших форм колебания, машина одновременно давала доли каждой формы колебаний (каждого члена ряда) в общем максимуме и момент возникновения этого максимума, что в свою очередь дало

возможность следить за распространением максимальных значений изгибающих моментов и поперечных сил по высоте сооружения при землетрясении. В табл. 1 приведены максимальные значения изгибающих моментов и перерезывающих сил (без множителей $\frac{qL^2}{g}$ и $\frac{qL}{g}$) вместе с моментами, при которых получились эти максимумы, а так-

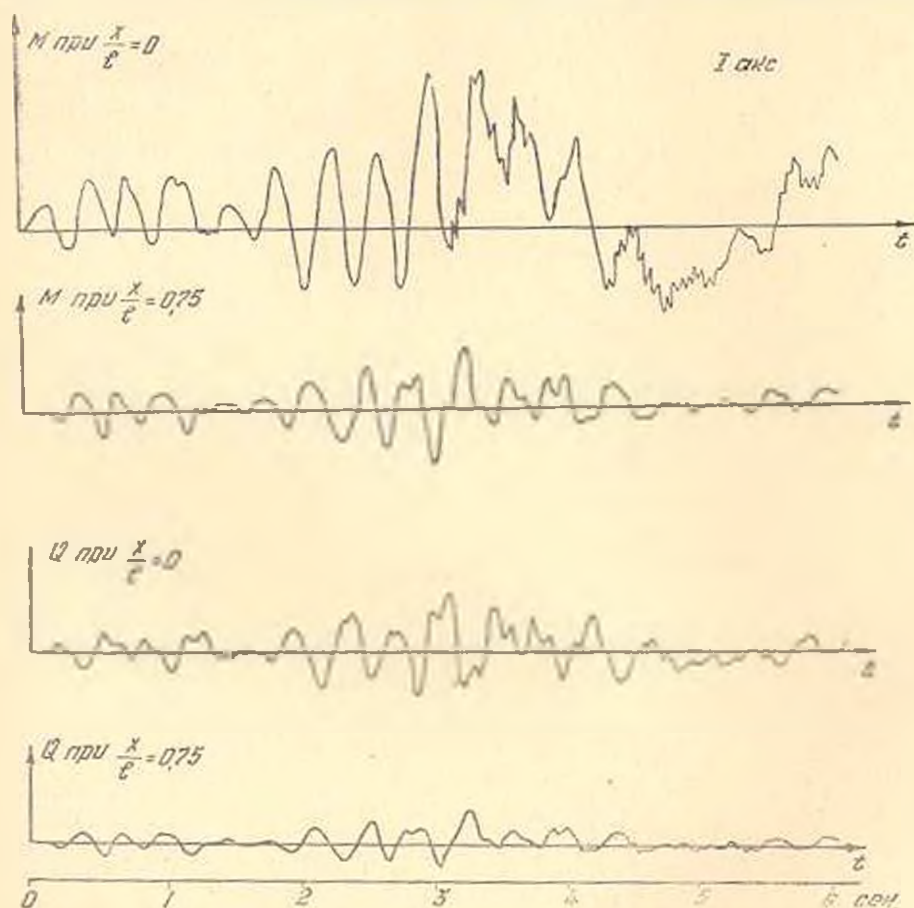


Рис. 1 Графики изменения во времени изгибающих моментов и перерезывающих сил для акселерограммы № 1 при $x=0,08$.

же доли каждой формы колебаний в общем максимуме, для четырех акселерограмм при $x=0,08$. Зависимости распространения максимальных изгибающих моментов и поперечных сил при $x=0,08$ для акселерограмм № 1—4 приведены на рис. 2, которые показывают, что максимальные возмущения по высоте сооружения при различных землетрясениях распространяются по-разному. Для одних землетрясений максимальные значения M и Q раньше получаются в нижних сечениях, для других—в верхних сечениях. Для акселерограмм № 1 и № 3 максимальные значения изгибающих моментов и поперечных сил в различных сечениях получаются почти одновременно. Влияние раз-

[illegible][illegible]

личных коэффициентов внутреннего трения на моменты времени, при котором получаются максимумы заметно при малых затуханиях. При больших затуханиях, моменты времени при которых получаются максимумы не зависят от коэффициента внутреннего трения.

На рисунках 3 и 4 приведены эюры максимальных значений изгибающих моментов и поперечных сил соответственно для акселерограмм №№ 1—4, где для сравнения пунктиром построены эюры, вычисленные при учете только первой формы колебания. Причем, для получения действительных значений изгибающих моментов и поперечных сил, необходимо значения приведенные на эюрах, которые имеют размерность ускорения (см. сек^2) соответственно умножать на $\frac{ql^2}{g}$ для изгибающих моментов и $\frac{ql}{g}$ для поперечных сил.

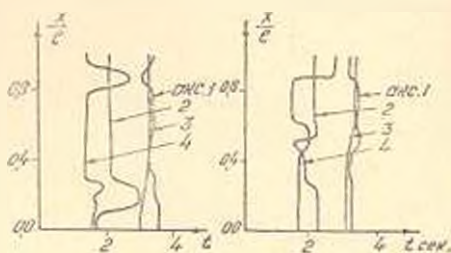


Рис. 2. Зависимости расхождения максимальных изгибающих моментов и перерезывающих сил по высоте бруса при $\alpha = 0,08$.

Эти эюры показывают на существенное влияние высших форм колебаний. Увеличение изгибающих моментов в основании от высших форм колебаний соответственно составляет 58, 100, 35, 80% для акселерограмм № 1—4. В сечении $x/l = 0,7$ высшие формы колебаний

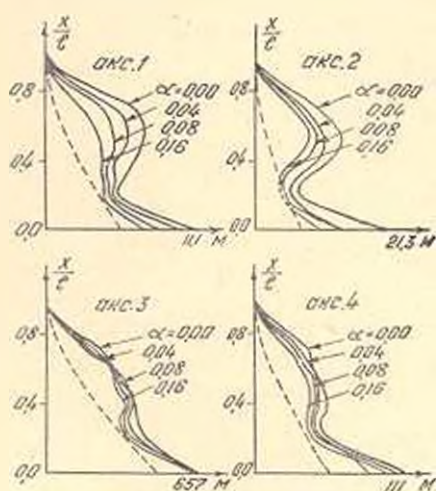


Рис. 3. Эюры изгибающих моментов для акселерограмм № 1—4 при $T_1 = 2,5 \text{ сек.}$ $T_2 = 0,4 \text{ сек.}$ $T_3 = 0,15 \text{ сек.}$

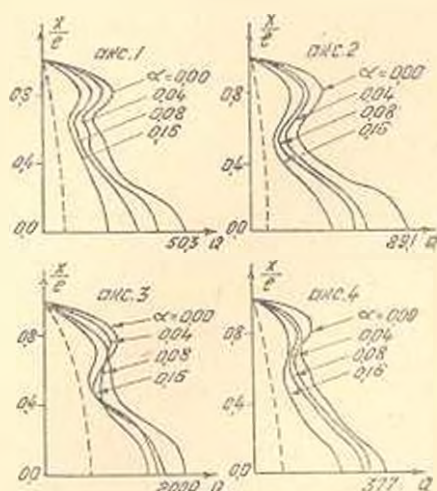


Рис. 4. Эюры перерезывающих сил для акселерограмм № 1—4 при $T_1 = 2,5 \text{ сек.}$ $T_2 = 0,4 \text{ сек.}$ $T_3 = 0,15 \text{ сек.}$

существенно увеличивают значения изгибающих моментов и поперечных сил реагируемые по первой форме колебаний. Для изгибающих моментов это увеличение соответственно составляет 5,8; 7,8; 3,7; 4,2

раза для акселерограмм №№ 1—4. В верхних сечениях получаются сравнительно большие значения изгибающих моментов по сравнению с основанием. Действительно, значения изгибающих моментов в сечении $\frac{x}{l}=0,7$ составляют около 50, 53, 37, 31% от изгибающих моментов в основании*.

При учете собственного веса бруса эксцентриситеты внецентренного растяжения (сжатия) соответственно в нижних и верхних сечениях для акселерограмм №№ 1—4 приведены в табл. 2, где P — полный вес всего бруса.

Таблица 2

$\frac{x}{l}$	Эксцентриситеты			
	акс. № 1	акс. № 2	акс. № 3	акс. № 4
0,0	$\frac{8,4l}{g}$	$\frac{13,4l}{g}$	$\frac{65,8l}{g}$	$\frac{9,6l}{g}$
0,7	$\frac{4,12l}{0,3g} - \frac{14l}{g}$	$\frac{7,1l}{0,3g} - \frac{23,7l}{g}$	$\frac{24,5l}{0,3g} - \frac{81,5l}{g}$	$\frac{3,0l}{0,3g} - \frac{10l}{g}$

Следовательно значение эксцентриситетов в верхних частях для четырех акселерограмм всегда больше, чем в нижних частях. В верхних сечениях бруса получаются сравнительно большие значения и для поперечных сил. Отмеченное может иметь решающее значение для

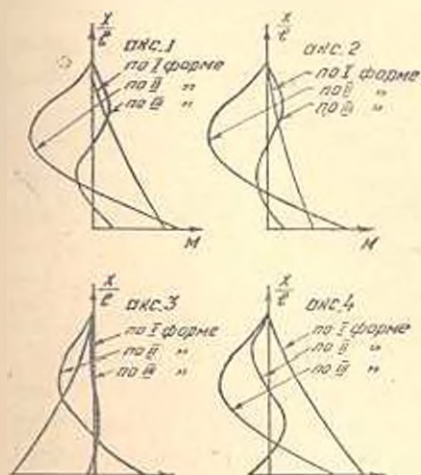


Рис. 5. Эпюры изгибающих моментов по отдельным формам колебаний для акселерограмм № 1—4 при $\tau = 0,08$.

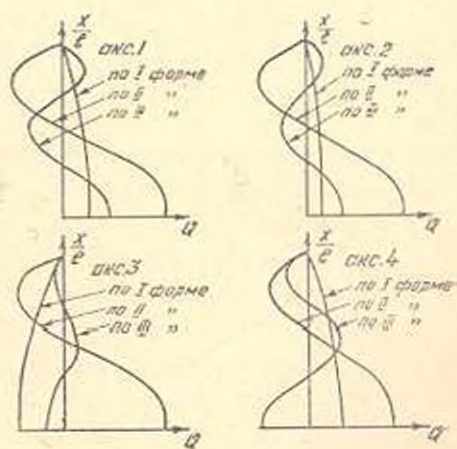


Рис. 6. Эпюры поперечных сил по отдельным формам для акселерограмм № 1—4 при $\tau = 0,08$.

* Все сравнения произведены при $\tau = 0,08$.

верхних частей сооружений, осуществленных из материалов плохо сопротивляющихся растяжению и срезу. Поэтому вероятность разрушения гибких сооружений в верхней части будет больше, чем в основании, что в общем соответствует картине разрушений при сильных землетрясениях [5].

На рисунках 5 и 6 построены эпюры изгибающих моментов и поперечных сил по отдельным формам, показывающие, что даже в основании значения изгибающих моментов по второй форме колебаний могут быть больше, чем по первой форме. Значения поперечных сил по второй и даже третьей форме колебания по высоте сооружения почти везде больше, чем по первой форме колебания.

Заметим, что влияние высших форм колебаний на распределение поперечных сил, как и следовало ожидать, больше чем на изгибающие моменты, так как при дифференцировании сходимость рядов ухудшается.

На рис. 7 представлены эпюры изгибающих моментов и поперечных сил с учетом трех форм и по первой форме колебаний (пунктир) для $\alpha = 0,08$ при сейсмическом ударе в основании [2]. Эти эпюры

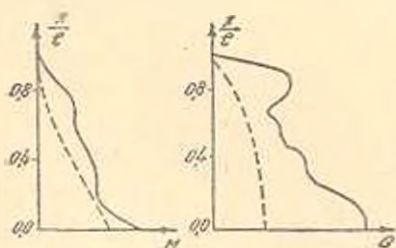


Рис. 7. Эпюры изгибающих моментов и поперечных сил при сейсмическом ударе в основании для $\alpha = 0,08$.

показывают, что для гибких сооружений характерны эпюры изгибающих моментов и поперечных сил с учетом трех форм колебаний, построенных по акселерограммам землетрясений, сходны эпюрами, которые получаются при предположении, что землетрясение можно рассматривать как сейсмический удар.

Зависимости изгибающих моментов и поперечных сил от коэффициента внутреннего трения α для сечений $\frac{x}{l} = 0$ и $\frac{x}{l} = 0,7$, приведенные на рис. 8,

показывают, что влияние внутреннего трения незначительно. Заметим, что аналогичные зависимости были получены нами при сейсмическом ударе [6].

Проведенные в настоящей статье исследования по расчету гибких сооружений, а также прежние наши исследования по структуре спектральных кривых [3] и по расчету сдвиговых колебаний зданий [7] показывают, что при помощи современных электронных вычислительных машин можно получить все необходимые данные о поведении различных сооружений при сильных землетрясениях. Предварительное обобщение результатов проведенных исследований одновременно показывает, что несмотря на различные законы колебания почвы при землетрясениях, которые были зарегистрированы в различных точках земли и в различное время, полученные результаты по четырем землетрясениям качественно мало отличаются друг от друга.

Причем, как было отмечено выше, сходные результаты получают-

ся и при рассмотрении землетрясения как кратковременного удара или толчка. Для системы с одной степенью свободы это было отмечено и Д. Хадсоном [8], который считает возможным рассмотреть некоторые типичные землетрясения как последовательность случайных импульсов. К такому выводу Д. Хадсон пришел путем аналитического

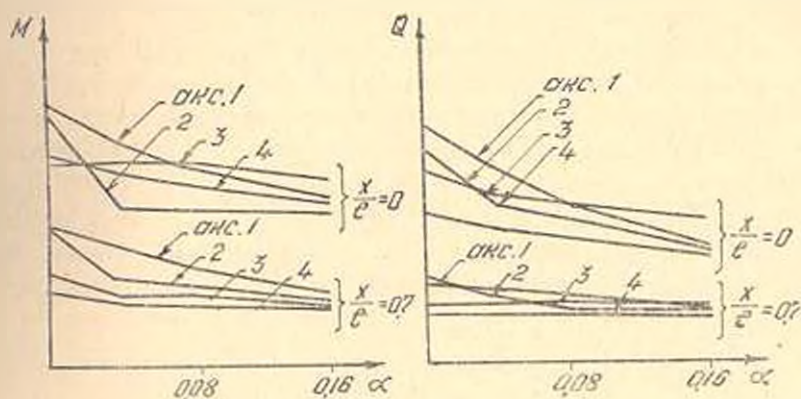


Рис. 8. Зависимости изгибающих моментов и перерезывающих сил от коэффициента внутреннего трения.

построения спектра реакции рассматривая колебания грунта как большое количество импульсов, хаотически распределенных во времени.

В исследованиях по инженерной сейсмологии тоже указываются на проявление землетрясений как последовательных ударов и толчков следующих друг за другом через неправильные промежутки времени. А. Г. Назаров в 1945 году в работе [9] обобщил и дал механическое истолкование сейсмическим ударам и толчкам и их воздействию на сооружения. Им было отмечено также, что результаты расчета простых сооружений с одной степенью свободы на кратковременные сейсмические удары и толчки соответствуют разрушениям, наблюдаемым при сильных землетрясениях.

В настоящее время расчет на сейсмостойкость в ряде стран ведется по спектральной кривой, которая представляет собой постоянную величину при $T < 0.3$, далее убывает по гиперболическому закону. Назаров [1, 10] впервые обратил внимание на то, что горизонтальная часть такого сейсмического спектра соответствует сейсмическому толчку, а гиперболическая часть — сейсмическому удару. На основании этого нами был предложен способ учета влияния высших форм колебаний при расчете сооружений на сейсмостойкость по спектральной кривой [11]. Суть этого метода заключается в следующем. Так как горизонтальную часть спектра можно интерпретировать как сейсмический толчок, а гиперболическую часть, как удар (импульс), то наложение сейсмических нагрузок по формам колебаний можно произвести подобно наложениям при толчке и ударе. Это дало возможность применить спектральную кривую и для расчета систем со многими степенями свободы. Но так как нет взаимно одно-

значного соответствия между спектрами и землетрясением (в принципе один и тот же спектр может отвечать землетрясениям с различными законами колебания почвы, поскольку спектр дает лишь максимальные значения ускорений), то этот способ нуждался в уточнении при реальных землетрясениях. Результаты расчета по реальным акселерограммам сильных землетрясений приведенные в настоящей и прежних статьях [3, 7] показывают, что при практических расчетах этот способ не даст большой погрешности. Таким образом, результаты проведенных исследований показывают, что используя современные электронные вычислительные машины для расчета различных типов сооружений по реальным акселерограммам достаточного количества сильных землетрясений, сгруппированных по интенсивностям, грунтовым условиям и географическому положению, можно будет найти упрощенные методы расчета сооружений на сейсмостойкость.

Армянский НИИ строительных материалов
и сооружений

Поступило 23.V.1962

Է. Ե. ԽԱՇԻԱՆ

ՀԱՌՈՒՆԱԽԻՐՈՒՄՆԵՐԻ ՈՇՈՒՄՆԱԽԻՐՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿՈՂ ՈՒՅԵՎ ԵՐԿՐԱՇԱՐԺՆԵՐԻ ԱՆՍԵԼԵՐՈԳՐԱՄՆԵՐԻ ՀԻՄԱՆ ՎՐԱ

(Հաղորդում 2)

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. լ. մ.

Հաղվածում բերվում են ձկուն կառուցվածքների սեյսմոկայունության ուսումնասիրությունները 7 և 8 բաղանոց ուժեղ երկրաշարժերի ակտիկոգրամմաների հիման վրա էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենաների օգնությամբ: Հաղվարկումները կատարված են չորս տարրեր երկրաշարժերի համար: Այդ երկրաշարժերի հիմնական բնութագիրը բերված են [3] աշխատանքում: Էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենայի օգնությամբ կառուցված են ձկուն կառուցվածքի ծուղ մոմենտների և կարող ուժերի մաքսիմալ արժեքների (պլուս) և մարման տարրեր պործակիցների դեպքում, որոնք բերված են 3-րդ և 4-րդ նկարներում: Մանրամասն ուսումնասիրության է ենթարկված տատանման բարձր ձևերի ազդեցությունները ծուղ մոմենտների և կարող ուժերի մեծությունների վրա: Այդ ուսումնասիրությունները ցույց են տալիս, որ տատանման բարձր ձևերը էական ազդեցություն են ունենում ձկուն կառուցվածքների սեյսմոկայունության վրա: Ստացված արդյունքների հիման վրա արվում են սրտ Նախնական երկրակայունություններ ուժեղ երկրաշարժերի ժամանակ ձկուն կառուցվածքների բայրաջման հավանական աեղերի վերաբերյալ: Հողվածի վերջում ելնելով ստացված արդյունքներից և ամփոփելով [3, 7] աշխատանքների արդյունքները նշվում է, որ օգտագործելով ժամանակակից էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենաները բավական թվով ուժեղ երկրաշարժերի ազդեցությունները տարբեր կառուցվածքների վրա ուսումնասիրելու համար, հնարավոր կլինի ստանալ ավելի պարզ մեխանիկ կառուցվածքների սեյսմոկայունություն ուսումնասիրելիս:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Назаров А. Г. Метод инженерного анализа сейсмических сил. Ереван 1959.
2. Хачиян Э. Е. Колебание бруса под действием сейсмического удара и толчка с учетом рассеяния энергии. Известия АН Армянской ССР (серия ТН), т. X, № 6, 1957.
3. Хачиян Э. Е. Расчет сооружений на сейсмостойкость по акселерограммам сильных землетрясений (Сообщение I). Известия АН Армянской ССР (серия ТН), т. XV, № 3, 1962.
4. Медведева С. В. Ускорение колебаний грунта при сильных землетрясениях. Тр. Института физики Земли АН СССР № 10 (177). Вопросы инженерной сейсмологии. Вып. 3, изд. АН СССР. М., 1960.
5. Рассказовский В. Т. Колебание гибких сооружений, вызванных действием кратковременных инерционных нагрузок. Известия АН Узбекской ССР, № 6, 1956.
6. Хачиян Э. Е. О влиянии высших форм колебаний и рассеяния энергии на величину сейсмической нагрузки. Тр. Армянского Института стройматериалов и сооружений. Вып. I, Ереван. 1959.
7. Хачиян Э. Е. Использование электронных вычислительных машин для расчета сооружений со многими степенями свободы на сейсмостойкость. Бюллетень Совета по сейсмологии АН СССР. М., 1962 (в печати).
8. Хадсон Д. Техника построения спектральной реакции, применяемая в инженерной сейсмологии. Международная конференция по сейсмостойкому строительству. М., Госстройиздат, 1961.
9. Назаров А. Г. Сейсмические удары и толчки и их действие на сооружения. Гр. бюро антисейсмического строительства АН Грузинской ССР. Тбилиси, 1945.
10. Назаров А. Г. Упрощенный способ расчета сооружений на сейсмостойкость. Известия АН Армянской ССР, т. IX, № 10, 1956.
11. Хачиян Э. Е. К интерпретации сейсмического спектра и учету влияния высших форм колебаний. Известия АН Армянской ССР (серия ТН), т. XII, № 3, 1955.