

ГИДРОТЕХНИКА

Л. Г. ПЕТРОСЯН

МОМЕНТ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ  
 НА ВОДОСЛИВНУЮ ПЛОТИНУ

Задачей данной работы является определение величины момента гидродинамического давления воды на тело водосливной плотины при переливе воды через нее. В работе рассматривается случай, при котором в нижнем бьефе сооружения наблюдается донный режим. В основу исследования положено уравнение моментов количества движения, составленное для отсека 0—0—1—1 (рис. 1). При составлении уравнения моментов количества движения сделаны следующие допущения:

Движение потока установившееся; силы трения на стенках в пределах отсека 0—0—1—1 малы и поэтому ими можно пренебречь; в граничных сечениях, взятых перед водосливом и за прыжком, движение является медленно изменяющимся, а следовательно, распределение гидродинамического давления в указанных сечениях подчиняется гидростатическому закону и направление средних скоростей совпадает с направлением течения.

Дно до и после водосливного профиля имеет уклон  $i=0$ ; гидродинамическое давление на дне верхнего бьефа распределяется равномерно и соответствует глубине воды в верхнем бьефе, в сечении, где имеет место медленно изменяющееся движение: при наличии донного режима в нижнем бьефе, кривая распределения осредненного давления по дну в области прыжка совпадает с профилем свободной поверхности прыжка.

Дно до и после водосливного профиля имеет уклон  $i=0$ ; гидродинамическое давление на дне верхнего бьефа распределяется равномерно и соответствует глубине воды в верхнем бьефе, в сечении, где имеет место медленно изменяющееся движение: при наличии донного режима в нижнем бьефе, кривая распределения осредненного давления по дну в области прыжка совпадает с профилем свободной поверхности прыжка.

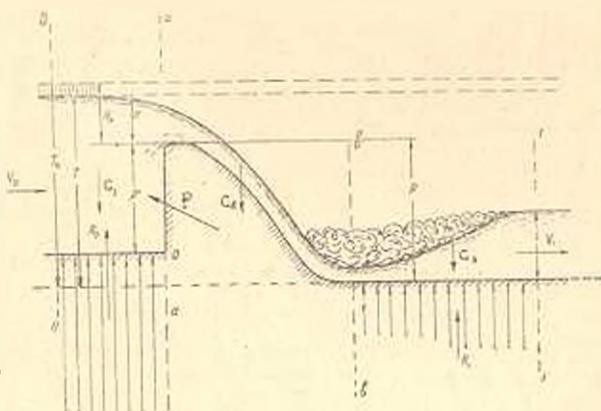


Рис. 1.

Применяя теорему моментов количества движения получим

$$\frac{dK_z}{dt} = M_z,$$

где  $K_z$  — главный момент количества движения системы относительно оси  $z$ , проходящей через точку „ $O$ “ (рис. 1);  $M_z$  — главный момент внешних сил относительно этой оси.

Момент количества движения массы жидкости, поступившей в отсек 0—0—1—1 через живое сечение  $\omega_0$  (сечение 0—0), в промежуток времени  $dt$  относительно оси  $z$  будет:

$$K_0 = \frac{\gamma}{g} \left[ \int_{\omega_0} u_0^2 y d\omega \right] dt = \frac{\gamma}{g} \int_0^{H+p'} u_0^2 y dy \left] dt, \quad (1)$$

где  $\gamma$  — вес единицы объема жидкости;

$g$  — ускорение силы тяжести;

$u_0$  — локальная скорость;

$y$  — высота точки над дном, где скорость  $u_0$ ;

$H$  — напор на водосливе;

$p'$  — высота водосливной стенки в верхнем бьефе, равная разности отметок водосливного отверстия и дна верхнего бьефа.

В выражении (1) скорость  $u_0$  является функцией от координат точки  $u_0 = f(y)$ .

Показательная формула распределения в потоке осредненных скоростей достаточно хорошо отвечает наблюдениям в реальных условиях [1]

$$u = a \left( \frac{y}{\delta} \right)^{1/2}, \quad (2)$$

где  $a$  — опытный коэффициент;

$\delta$  — высота бугорков шероховатости.

Для средней скорости  $V_0$  в сечении 0—0 имеем

$$V_0 = \frac{\int_0^{H+p'} u_0 dy}{(H+p')} = \frac{7}{8} a \left( \frac{H+p'}{\delta} \right)^{1/2}.$$

Откуда

$$a = \frac{8}{7} V_0 \left( \frac{\delta}{H+p'} \right)^{1/2},$$

и, следовательно,

$$u_0 = \frac{8}{7} V_0 \left( \frac{y}{H+p'} \right)^{1/2}.$$

Подставляя значения  $u_0$  в (1), получим

— Ширина водотока принята равной единице.

$$K_0 = \frac{\gamma}{g} \left[ \int_0^{H+p'} u_x y dy \right] d\tau = \frac{4}{7} \frac{\gamma}{g} q^2 d\tau, \quad (3)$$

где  $q = V_0(H + p')$  — удельный расход.

Аналогично определяем момент количества движения массы жидкости, вытекшей из отсека 0—0—1—1 через живое сечение  $\omega_1$ :

$$K_1 = \frac{\gamma}{g} \left[ \int_0^t u_x (\rho' - \rho + y) dy \right] d\tau = \frac{4}{7} \frac{\gamma}{g} q^2 \left( 1 + \frac{16}{9} \frac{\rho' - \rho}{t} \right) d\tau, \quad (4)$$

где  $\rho$  — высота водосливной стенки в нижнем бьефе, равная разности отметок нижней точки водосливногo отверстия и дна нижнего бьефа;  
 $t$  — глубина воды в нижнем бьефе.

Приращение  $dK_2$  момента количества движения за промежуток времени  $d\tau$  будет:

$$dK_2 = K_1 - K_0 = \frac{64}{63} \frac{\gamma}{g} \frac{\rho' - \rho}{t} q^2 d\tau;$$

отсюда найдем:

$$\frac{dK_2}{d\tau} = \frac{64}{63} \frac{\gamma}{g} \frac{\rho' - \rho}{t} q^2. \quad (5)$$

Главный момент относительно оси  $z$  внешних сил, приложенных к рассматриваемому объему жидкости, будет

$$M_z = m_2' - m_2'' + m_{z_0} - m_{z_1} - m_2''' - M. \quad (6)$$

Моменты гидродинамических давлений сечений 0—0 и 1—1 относительно оси  $z$  соответственно будут

$$m_2' = \frac{\gamma}{6} (H + p')^3,$$

и

$$m_2'' = \frac{\gamma t^3}{6} \left[ 1 + \frac{3(\rho' - \rho)}{t} \right]. \quad (7)$$

Момент от веса отсека 0—0—1—1 будет

$$m_2''' = -G_1 r_1 + G_2 r_2 + G_3 r_3, \quad (8)$$

где  $G_1$  — вес жидкости, находящейся между сечениями 0—0 и  $a$ — $a$ , совмещающейся с вертикальной напорной гранью подослива;

$G_2$  — вес жидкости, находящейся между сечениями  $a$ — $a$  и  $b$ — $b$ , причем  $b$ — $b$  находится в начале подбоя;

$G_3$  — вес жидкости, находящейся между сечениями  $b$ — $b$  и 1—1;  
 $r_1, r_2, r_3$  — соответственно плечи весов  $G_1, G_2, G_3$ .

Момент сил реакций гидродинамического давления воды на дно подводящего и отводящего русла соответственно будет:

$$\begin{aligned} m_{0z} &= R_0 r_0, \\ m_{1z} &= R_1 r_1', \end{aligned} \quad (9)$$

где  $r_0$  и  $r_1'$  — соответственно плечи сил  $R_0$  и  $R_1$ .

Момент  $M$  реакции тела плотины  $P$  относительно оси  $z$  равен по величине и противоположен по знаку искомому моменту гидродинамического давления на водосливную плотину.

Таким образом, главный момент внешних сил будет

$$\begin{aligned} M_z &= -\frac{\gamma}{6} \left[ (H + p') - t^3 \left( 1 + 3 \frac{p' - p}{t} \right) \right] - G_1 r_1 + \\ &+ G_2 r_2 + G_3 r_3 + R_0 r_0 - R_1 r_1' - M. \end{aligned} \quad (10)$$

Согласно теореме моментов количества движения получим

$$\begin{aligned} \frac{64}{63} \frac{\gamma}{g} \frac{p' - p}{t} q^2 &= \frac{\gamma}{6} \left[ (H + p')^3 - t^3 \left( 1 + 3 \frac{p' - p}{t} \right) \right] - \\ &- G_1 r_1 + G_2 r_2 + G_3 r_3 + R_0 r_0 - R_1 r_1' - M. \end{aligned} \quad (11)$$

Согласно принятым допущениям

$$G_3 r_3 - R_1 r_1' = 0. \quad (12)$$

Способ определения  $G_2$  и  $r_2$  приводится в работе [2]\*. На основании опытных данных

$$R_0 r_0 - G_1 r_1 = \tau \gamma H^3, \quad (13)$$

где  $\tau = 0,115$  при  $0,11 < \frac{H}{p'} < 0,56$

и  $\tau = 0,043$  при  $0,56 < \frac{H}{p'} < 1,46$ .

Так как  $\frac{64}{63} \approx 1,0$  с учетом зависимостей (12) и (13), формула (11) переписывается так

$$\begin{aligned} M &= \frac{\gamma}{6} \left[ (H + p')^3 - t^3 \left( 1 + 3 \frac{p' - p}{t} \right) \right] + \\ &+ G_2 r_2 + \tau \gamma H^3 - \frac{\gamma}{g} \frac{p' - p}{t} q^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Когда  $p = p'$  формула (14) принимает следующий вид

$$M = \frac{\gamma}{6} \left[ (H + p')^3 - t^3 \right] + G_2 r_2 + \tau \gamma H^3. \quad (15)$$

Экспериментальные исследования проводились для случая сопряжения бьефов, при котором в нижнем бьефе сооружения наблюдался

\* Для определения веса жидкости  $G_2$ , необходимо определить профиль свободной поверхности в пределах водосливного профиля; это приводится в работе [2]. Имея указанный профиль можно определить как  $G_2$ , так и  $r_2$ .

донный режим\*. Опыты проводились на моделях водосливных плотин, очерченных по приведенным координатам Кригера-Офицера. Модели отличались друг от друга высотой и величиной профилирующего напора ( $H_{\text{прф}} = 10$  и  $12$  см).

Сопоставление опытных значений момента гидродинамического давления воды, действующего на тело водосливной плотины со значениями, вычисленными по схемам I, II и III [2] показало значительную в ряде случаев разницу между ними. Из этих данных некоторые приводятся в следующей таблице.

Вычисленных и опытных величин моментов гидродинамического давления воды

Исходные параметры:  $H=7,95$  см;  $q=488,4$  см<sup>3</sup>/сек;  $p'=30,04$  см;  $p=24,76$  см;

$$\frac{H}{p} = 0,26$$

t, см	M (по опыту), гсм	По первой расчетной схеме [2]		По второй расчетной схеме [2]		По третьей расчетной схеме расч. [2]		По формуле (14)	
		M, гсм	отклонение в %	M, гсм	отклонение в %	M, гсм	отклонение в %	M, гсм	отклонение в %
14,3	11489	8304	-28	14870	29	9336	-19	11185	-2,9
15,0	12656	8304	-34	15229	20	10790	-15	12329	-2,8
15,7	13526	8304	-39	15606	15	11771	-13	13347	-1,3
16,4	13974	8304	-41	15955	14	12468	-11	13764	-1,4
17,1	14804	8304	-44	16310	10	13247	-10	14408	-2,7

Значения  $M$ , вычисленные по схеме I, во всех случаях получились меньше, чем опытные значения (рис. 2).

Особенно это заметно при больших отношениях  $H/p'$  и больших степенях затопления прыжка в нижнем бьефе. Например, при напоре  $H=12,00$  см (отношение  $H/p'=0,40$ ) и большой степени затопления прыжка в нижнем бьефе ( $t=24,04$  см) имеется отклонение вычисленного значения  $M$  от опытного на  $-52\%$ .

Значения  $M$ , вычисленные по схеме II, во всех случаях оказались больше, чем опытные значения (рис. 2).

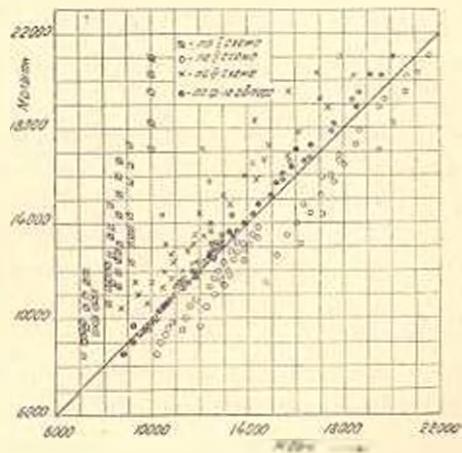


Рис. 2.

\* Экспериментальная часть работы выполнена автором в Ленинградском Политехническом институте им. М. И. Калинина.

Особенно большое расхождение наблюдалось при малых отношениях  $H/p'$  и малых степенях затопления прыжка в нижнем бьефе.

Например, в рассматриваемых случаях при напоре  $H = 7,95$  см ( $H/p' = 0,26$ ) и глубине  $t = 14,28$  см имеется отклонение вычисленного значения  $M$  от опытного на  $29\%$ .

Значения  $M$ , вычисленные по схеме III, по всех случаях получились меньшими, чем опытные значения (рис. 2). Особенно большое расхождение наблюдается при больших соотношениях  $H/p'$  и малых степенях затопления прыжка в нижнем бьефе. Так, при напоре  $H = 12,00$  см ( $H/p' = 0,40$ ) и глубине в нижнем бьефе  $t = 20,03$  см имеется отклонение вычисленного значения  $M$  от опытного на  $29\%$ . Значения  $M$ , вычисленные по предлагаемой зависимости (14), хорошо согласуются с опытными данными. Согласно рис. 2 отклонение не превышает  $5\%$ .

Ереванский государственный  
университет

Поступило 30 XI 1961

Լ. Գ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

## ՃԻՌՈՒԿԱԼՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴՈՒՆՑԸ ԻՌՈՒՆԵՏԸ ԶԻՐՈՒՓՆԵՆ ՊԼՏՎԱԲԻ ՎՐԱ

Ա մ փ ո փ ո ս մ

Հոգվածում որոշվում է հիդրոդինամիկ ճնշման մոմենտը ջրթափային պատվարի վրա, երբ ջուրը արտահեղվում է պատվարի վրայում Գիտվում է բյեֆերի կցորդման պլն դեպքը, երբ ներքին բյեֆում նկատվում է հատակային սեփիմ:

Խնդիրը լուծելու հիմքում զբված է շարժման քանակի մոմենտի համասարումը:

Հոգվածում բերվում են փորձի միջոցով որոշված հիդրոդինամիկ ճնշման մոմենտի մեծությունները, որոնք համեմատվում են՝ ինչպես զոյություն ունեցող սխեմաների, այնպես էլ հեղինակի կողմից ստացված բանաձևերով հաշված համապատասխան արժեքների հետ:

Այդ համեմատությունները ցույց են տալիս անբավարար համապատասխանություն զոյություն ունեցող հաշվային սխեմայով հաշված մեծությունների և փորձի միջև:

Միաժամանակ կատարված հետազոտության արդյունքի շնորհիվ հնարավոր է դառնում երաշխավորելու (14) և (15) ֆորմուլաների օգտագործումը ջրթափային պատվարի վրա հիդրոդինամիկ մոմենտի մեծության որոշման համար:

## Լ Ի Ն Ե Ր Ա Տ Ր Ա

1. И. Н. Леви, Динамика русловых потоков, Госэпергониздат, 1948.
2. Л. Г. Петросян, К вопросу о гидродинамическом давлении на водосливную плотину, Журн. Гидротехническое строительство, № 1, 1962.