

А. О. ГАМБАРЯН

О „НЕВОЛНОВОМ“ ПРОФИЛЕ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ВЫСТРОКА СО СВЕРХБУРНЫМ РЕЖИМОМ ДВИЖЕНИЯ ВОДЫ

Проблеме сверхбурного потока* и катящихся волн на быстротоках посвящено довольно много теоретических и экспериментальных исследований.

По полученным результатам эти исследования можно разделить на следующие две группы:

1. Исследования, посвященные выявлению условий, при которых поток в данном водоводе будет сверхбурным, т. е. при которых установившееся течение неустойчиво, и малые возмущения, развиваясь, в конце концов превращаются в катящиеся (или ударные) волны.

2. Исследования, посвященные выявлению качественных и количественных характеристик движения катящихся волн, если таковые уже возникли. Эта группа в настоящей статье не рассматривается.

На основании исследований, входящих в первую группу, получены критерии потери потоком устойчивости и перехода его в сверхбурное состояние.

Наиболее строгими из этих исследований являются работы В. В. Ведерникова [1, 2], Н. Иваса [3] и Н. А. Картвелишвили [4, 5]. Критерии, полученные этими авторами, являются наиболее общими. Частными случаями являются критерии, полученные другими авторами (Дресслер, Томас, Джеффрис и другие).

Критерий Иваса выведен с учетом неравномерности распределения скоростей в поперечном сечении потока, т. е. принято $\alpha \neq 1$, где α — коэффициент Корнолиса. Критерий Картвелишвили учитывает влияние завихрения потока на его устойчивость через коэффициент A , зависящий от воздухо содержания. При $\alpha = 1$ и $A = 0$ из этих критериев получается критерий Ведерникова.

* Термином „сверхбурный поток“ проф. В. В. Ведерников [1], проводивший много исследований в области неустойчивого движения в открытых руслах, называет потоки, в которых малые возмущения в виде волны помпешения малой амплитуды возрастают вниз по течению, становясь крутыми в области фронта волны, где

производная $\left| \frac{\partial H}{\partial S} \right| \rightarrow \infty$ (H — глубина потока, S — расстояние по оси канала). Потоки, в которых указанные возмущения расплываются и затухают, называются спокойными (при $F_r < 1$) и бурными (при $F_r > 1$), где F_r — число Фруда.

Тесно связаны с указанными работами исследования, посвященные вопросам предотвращения возникновения катящихся волн на быстротоках. В частности, указание на применение продольных разделительных стенок в быстротоке с целью усиления влияния трения и увеличения смоченного периметра имеется у В. В. Ведерникова [1]. У него же имеются соображения относительно выбора поперечного сечения быстротока, способного предотвратить возникновение волн.

С этой точки зрения определенный практический интерес представляют попытки К. И. Арсенишвили [7—9] и Е. П. Федорова [11] найти искомое решение путем соответствующего подбора поперечного сечения канала. В [7—9] на основе модельных исследований в качестве „неволновых“ рекомендуются треугольный, сегментный и параболический профили поперечного сечения. Примерно такие же поперечные сечения предлагает Е. П. Федоров [11] на основе натуральных наблюдений.

Несмотря на определенное практическое значение, предлагаемые эмпирические методы построения „неволнового“ профиля не отвечают определенным требованиям, предъявляемым к ним, а именно:

а) Эти профили получены по наблюдениям на моделях и натуральных каналах ограниченной длины. Нет уверенности в том, что увеличение длины не приведет к возникновению катящихся волн. Ведь известно, что их образование находится в прямой зависимости от длины канала. На такую зависимость указано в работе В. В. Ведерникова [2], где дан критерий перехода потока с установившимся неравномерным движением в сверхбурное состояние, полученный теоретическим путем.

На основании экспериментальных исследований автором настоящей статьи получена эмпирическая зависимость для места образования волн от числа Фруда в виде (рис. 1):

$$\frac{s_0 l}{h_{кр}} = 4,2 F_r^{1/2}, * \quad (1)$$

где s_0 — расстояние от начала быстротока до места образования катящихся волн, $i = \sin \alpha$ — уклон дна канала, $h_{кр}$ — критическая глубина, F_r — число Фруда.

Как показано в [12—14], при сверхбурном режиме в данном водоводе и при достаточно большом значении безразмерной длины канала $\frac{s_0 l}{h_{кр}}$ в нем обязательно должны возникнуть катящиеся волны.

б) В [7—11] (см. рис. 1 в [8], а также рис. 7 в [9]) даны только геометрические размеры поперечных сечений так называемых неполных профилей поперечного сечения канала: угол раствора бортов (или коэффициент откоса) для треугольного сечения, радиус — для

* Это выражение получено по данным наблюдений на прямоугольных экспериментальных лотках Института энергетики и гидравлики АН Армянской ССР. На графике нанесены данные других авторов, охватывающие самые различные сооружения

подуокружности или сегмента и др., причем эти параметры сечения не связываются с такими гидравлическими и геометрическими характеристиками русла и потока, как уклон, коэффициент шероховатости, расход и др. Между тем, все исследования в области сверхбурного потока, в том числе и исследования авторов [7—11], показывают решающее влияние указанных факторов на волновой режим.

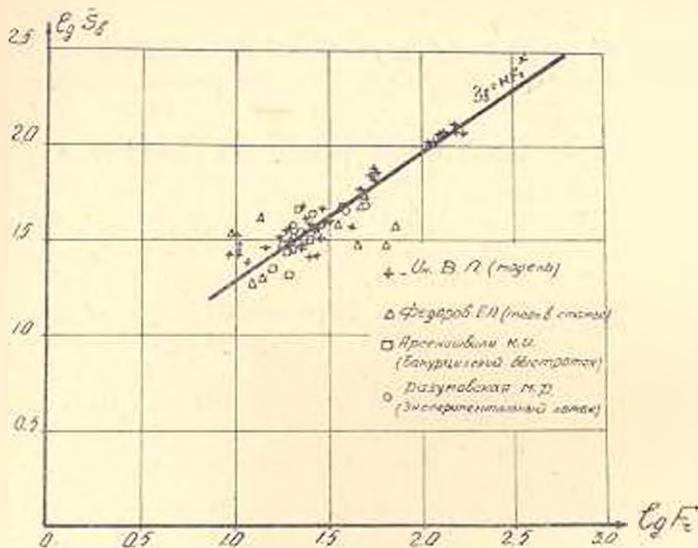


Рис. 1.

Отсюда естественно вытекает отсутствие в рассматриваемых работах указаний относительно моделирования предлагаемых в них профилей поперечного сечения.

В настоящей статье сделана попытка получить неволовое очертание поперечного сечения быстроготока, исходя из критерия В. В. Ведерникова перехода потока в сверхбурное состояние, записанного в виде:

$$V_0 = \frac{U_0 M_0 (1 + \beta)}{\rho \sqrt{g \frac{F_0}{B_0}}} \quad (2)$$

Здесь: U_0 , F_0 , B_0 — средняя скорость, площадь живого сечения и ширина канала по верху при равномерном режиме движения, ρ и β — показатели степени в формуле сопротивления $i_f = \lambda U^{\beta} |R|^{1+\beta}$.

$M_0 = 1 - \frac{F_0}{l_0} \frac{d\gamma}{dF}$ — коэффициент формы поперечного сечения канала.

l_0 — смоченный периметр канала.

При $V_0 < 1$ (2а)
поток спокойный или бурный

$$V_0 > 1 \quad (2б)$$

соответствует сверхбурному состоянию.

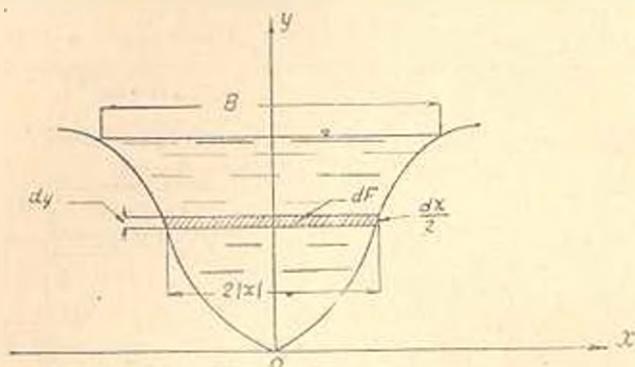
$$V_0 = 1 \quad (2в)$$

означает состояние предельного равновесия.

Пусть поперечное сечение канала (рис. 2а) задано в виде некоторой произвольной кривой $x = f(y)$, симметричной относительно вертикальной оси, т. е. $\varphi(x) = \varphi(-x)$.

Задача сводится к отысканию такого выражения для $x = f(y)$, при котором для любого значения ординаты y , (независимо от наполнения канала), имело бы место одно из условий: (2б) или (2в), при которых была бы исключена возможность перехода потока в сверхбурное состояние.

Преобразуем критерий Ведерникова (2в), подставив в него $p = 2$



а)

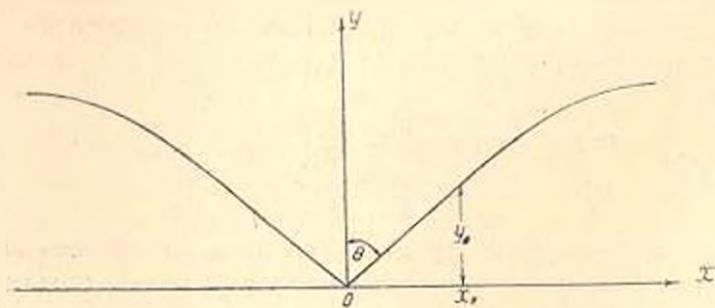


Рис. 2.

«квадратичная область сопротивления), $\beta = 1/3$ (по Маннингу).

$$U = C \sqrt{Rl} = \frac{R^{2/3}}{n} l^{1/3}, \quad R = \frac{F}{\lambda}, \quad B = 2(x):$$

$$\frac{x^{1/2} F^{1/2} \left(1 - \frac{F}{\lambda} \frac{dy}{dF}\right)}{\gamma^{1/2}} = \frac{3}{2^{1/2}} \frac{g^{1/2} n}{l^{1/2}} = A. \quad (3)$$

Как следует из рис. 2а,

$$dF = 2|x| dy, \quad d\chi = 2 \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy. \quad (4)$$

Откуда

$$\frac{dy}{dF} = \frac{1}{2|x|}, \quad \frac{dx}{dF} = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{d\chi}{dF}\right)^2 - \frac{1}{x^2} \right|^{1/2}. \quad (5)$$

Таким образом, из (3) и (5) получаем следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{dy}{dF} = \frac{1}{2|x|}, \quad (6)$$

$$\frac{d\chi}{dF} = \frac{\chi}{F} \left(1 - \frac{A\chi^{1/2}}{x^{1/2}F^{1/2}}\right), \quad (7)$$

$$\frac{dx}{dF} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\chi}{F}\right)^2 \left(1 - \frac{A\chi^{1/2}}{x^{1/2}F^{1/2}}\right)^2 - \frac{1}{x^2} \right]^{1/2}. \quad (8)$$

общее решение которых должно было бы дать аналитическое выражение для зависимости $x = f(y)$. Решение этой системы осуществляется методами численного интегрирования. Для этого граничными условиями являются следующие:

$$x = 0, \quad y = 0, \quad F = 0, \quad \chi = 0. \quad (9)$$

Однако, как показывает анализ (7), удовлетворять этим граничным условиям нет особой надобности, так как легко убедиться, что при некотором значении $x < x_0$ и $y < y_0$ в уравнении (7) левая часть становится больше ее правой части, т. е. автоматически удовлетворяется условие (26) устойчивости равномерного движения, независимо от вида кривой $f(y)$. В этом можно убедиться, рассматривая предел отношения $\frac{\chi}{F}$ при $x \rightarrow 0, y \rightarrow 0$. Легко доказать, что

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\chi}{F} = \pm \infty.$$

Так как $\frac{d\chi}{dF} > 0$, то отсюда вытекает, что в (7) при малых значениях x соблюдается условие (26). В таком случае появляется возможность задания граничных условий в следующем виде:

$$x = x_0, \quad y = y_0, \quad F = F_0, \quad \chi = \chi_0. \quad (9a)$$

где x_0 и y_0 — значения координат поперечного сечения, для которых имеет место (2в). Ввиду вышесказанного, оказывается возможным при $x \leq x_0, y \leq y_0$ задаться кривой $f(y)$ в виде любой функции. Для большей простоты в настоящей статье взята линейная зависимость $x = ky$, где $k = tg\theta$ (рис. 2б).

Тогда все остальные величины определяются из условий:

$$\begin{aligned} dF &= 2ytg\theta dy, \quad F = y^2 tg\theta, \\ d\chi &= 2 \sec\theta dy, \quad \chi = 2y \sec\theta. \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя эти значения в (3) или (7), что одно и то же, получим:

$$y_0 = 2^{20} \cdot 1^6 \text{ csec}^4\theta. \quad (11)$$

Приведем к безразмерному виду величины, входящие в систему (6)–(8). Для этого обозначим:

$$x = \bar{x} y_0, \quad y = \bar{y} y_0, \quad F = \bar{F} y_0^2, \quad \chi = \bar{\chi} y_0. \quad (12)$$

После подстановки этих значений и соответствующие уравнения и отбрасывания черточек получим:

$$\frac{dy}{dF} = \frac{1}{2|x|}, \quad (6a)$$

$$\frac{d\chi}{dF} = \frac{\chi}{F} \left[1 - \left(\frac{\sin^2\theta}{32} \right)^{1/2} \frac{\chi^{1/2}}{x^{1/2} F^{3/2}} \right], \quad (7a)$$

$$\frac{\partial x}{dF} = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\chi}{F} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{\sin^2\theta}{32} \right)^{1/2} \frac{\chi^{1/2}}{x^{1/2} F^{3/2}} \right]^2 - \frac{1}{x^2} \right\}^{1/2}. \quad (8a)$$

Граничными условиями для решения этих уравнений являются:

$$\begin{aligned} y_0 &= 1, \quad x_0 = y_0^2 g^0 = tg\theta, \\ F_0 &= y_0^2 tg\theta = tg^2\theta, \quad \chi_0 = 2y_0 \sec\theta = 2 \sec\theta. \end{aligned} \quad (13)$$

Начальные приращения искоемых величин определяются также из условия $x = ky$ с учетом (6a)–(8a) и (10):

$$\Delta_1 x = \frac{1}{2} \Delta F tg\theta, \quad \Delta_1 \chi = \Delta F csc\theta, \quad \Delta_1 y = \frac{1}{2} \Delta F ctg\theta. \quad (14)$$

При решении были применены методы Адамса и Рунге. Независимым переменным принята площадь живого сечения канала F , искомыми функциями — x , y , χ . В настоящей статье решение системы дано с учетом (13) и (14) для одного значения угла $\theta = 45^\circ$. Как следует из предыдущего изложения, можно задаваться и другими значениями угла θ , определяя для каждого случая соответствующие граничные условия по (13) и начальные приращения по (14), но в данной работе этого не сделано, так как она преследует цель дать методику данного решения.

По результатам расчетов построены соответствующие графики безразмерных величин $y = \varphi(x)$, $F = F(x)$, $\chi = \chi(x)$ на рис. 3а и б, причем изображена только правая ветвь кривой $\varphi(x)$ и лишь начало ее левой ветви. Рис. 3а соответствует малым значениям x : от 0 до 50, рис. 3б — большим значениям x : от 0 до 50 10^2 . Там же изображены кривые для безразмерных значений гидравлического радиуса

$$R = \frac{F}{\chi} = R(x).$$

Для перевода в размерные величины значений, из графиков рис. 3 необходимо использовать условия (11) и (12), помня, что

$$A = \frac{3}{2^{1/2}} \frac{g^{1/2} n}{i^{1/2}}$$

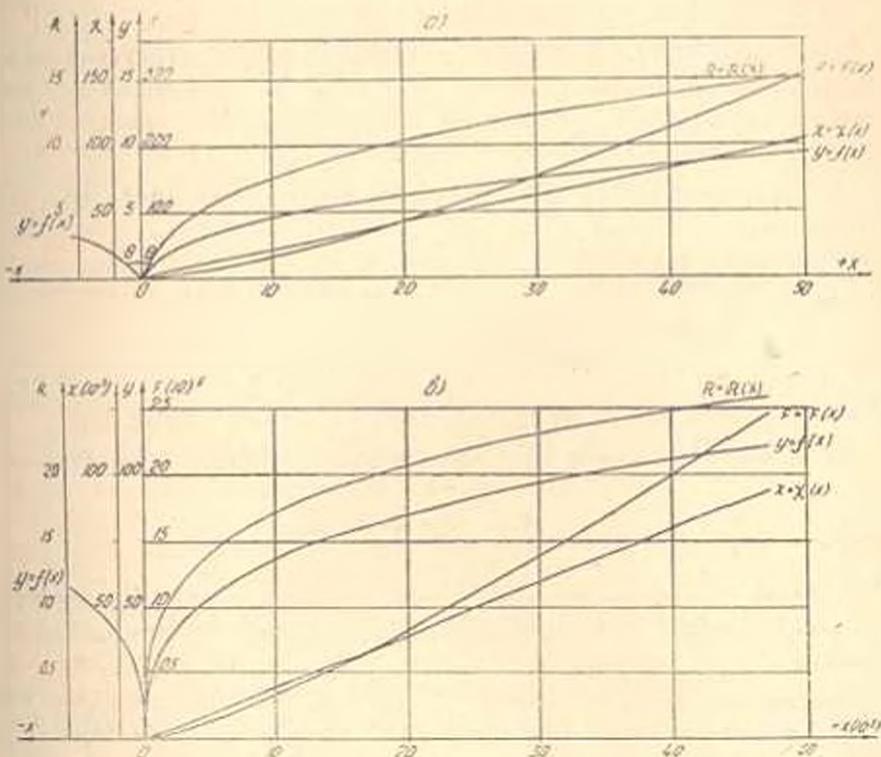


Рис. 3.

Пример расчета. Пусть даны: $i = 0,05$, $n = 0,013$, $Q = 15,0 \text{ м}^3/\text{сек}$, $l = 45$.

Тогда

$$A = \frac{3}{2^{1/2}} \frac{g^{1/2} n}{i^{1/2}} = 0,193 \text{ м}^2, \quad A^2 = 0,52 \cdot 10^{-4} \text{ м}^4$$

$$y_0 = 2^{10} A^2 \csc^4 l = 0,214 \text{ м}, \quad y_0^2 = 0,046 \text{ м}^2$$

Методом подбора из графиков рис. 3 определяются соответствующие безразмерные значения:

$$x = 12, \quad y = 5, \quad \bar{F} = 40, \quad \bar{\gamma} = 26,7, \quad \bar{R} = \frac{\bar{F}}{\bar{\gamma}} = 1,5,$$

которым соответствуют размерные величины:

$$l = xy_0 = 2,57 \text{ м}, \quad y = 1,07 \text{ м}, \quad F = 1,84 \text{ м}^2, \quad \gamma = 5,71 \text{ м}, \quad R = 0,325 \text{ м}.$$

Этот профиль может пропускать расход

$$Q = 14,9 \text{ м}^3/\text{сек} \approx 15,0 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

Графики рис. 3 составлены для ограниченных значений x , y , F , χ и R .

В случае надобности их можно продолжить до желаемых пределов, но нет необходимости делать это в настоящей статье.

Что касается „неволюновых“ профилей в виде треугольника, полукруга или параболы, то нетрудно получить выражения для них из критерия (2в), помня, что для $x \leq x_0$, $y \leq y_0$ этот критерий всегда удовлетворяется.

Автор выражает признательность Л. А. Оганесяну за ценные советы.

Институт водных проблем
АН Армянской ССР

Поступило 6.IV 1961 г.

2. 2. ՂԱՐԱՐԱՅԱՆ

ՋՐԻ ՇԱՐՔՈՒՄԱՆ ԳԵՐՐՈՒՄԻՆ ՌԵՄԻՄ ՈՒՆԵՅՈՂ ԱՐԱԳԱՀՈՍԻ
«ԱՌԱՆՅ ԱՒԻՔԻ» ԼԱՅՆԱԿԱՆ ԿՏՐԼԱՅՔԻ ՊՐՈՅԵԿՏԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ու լ մ

Վերջին ժամանակներս տեխնիկական գրականության մեջ բավականին լայն լուսարանում է զտել զլորվող ալիքների և ղերբուռն հոսանքների հետազոտումը:

Հիշյալ պրոբլեմների կարևորագույն և ամենարագ հարցերից մեկն է զլորվող ալիքների առաջացման կանխման ինդիքը արագահոսանքում, քանի որ այդ ալիքները մեծ մասամբ բուցասական աղղեցություն են ունենում կառուցվածքների նորմալ աշխատանքի ռեժիմի վրա:

Այս տեսակետից նախանալի է այն հետաքրքրությունը, որ հանդես են բերում հետազոտողները այսպես կոչված «առանց ալիքի» կամ «անալիք» լայնական կտրվածք ունեցող արագահոսանքի նախադժման և իրագործման ինդիքի նկատմամբ:

Ներկա աշխատանքը իրենից ներկայացնում է մի փորձ՝ ստանալ արագահոսի «անալիք» լայնական կտրվածքի պրոֆիլ, ելնելով հոսանքի կալուսությունից՝ պրոֆ. Վ. Վեդերնիկովի կողմից ստացված կրիտերիալից (2); Վերջընելով ծայրագույն հավասարակշռության դեպքը (2ա), որոշ ձևափոխումներից հետո ստացվում է (3) զիֆեկուլենցիալ հավասարումը, որը լայնական կտրվածքի երկրաչափությունից ստացվող (5) պլանանների հետ միասին բերում է զիֆեկուլենցիալ հավասարումների (6), (7), (8) սխեմներին:

Հիշյալ սխեմների լուծումը կատարված է թվային նաշվարկի մեթոդով: Համապատասխան պարամետրերի սկզբնական արժեքները որոշելու համար ապացուցվում և օդապարծվում է (9ա) պլաններ, ըստ որի սկզբնական արևույթում՝ x , y , F և χ մեծությունների փոքր արժեքների դեպքում $x = f(y)$ կորը կարող է տրվել կամավոր ֆունկցիայի տեսքով, որը միջոց կրավարարի (2ա) պլաննին:

ჭყალიწიად ზე არათბიწაჲს რეობიწს უკაშიწს ზე ბიწიწაჲს მბწიწ-
 ლბიწიწ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Водерников В. В., Мостицкий Н. В., Потапов М. В. Неустойчившееся движение водного потока в открытом русле. Изд. АН СССР, М.—Л., 1947.
2. Водерников В. В. Особенности движения жидкости в открытом русле. ДАН СССР, т. 52, № 3, 1946
3. Ywasa Y. The Criterion for Instability of Steady Uniform Flow in Open Channels. Memoirs of the Faculty of Engineering Kyoto University, Vol. XVI, № IV, okt. 1954, Kyoto, Japan.
4. Картавелишвили Н. А. Волнообразование на быстротоках. Известия АН СССР. ОИИ, № 1, 1955.
5. Картавелишвили Н. А. Об уточнении критерия устойчивости установившегося течения на быстротоках. Известия АН СССР. ОИИ, № 8, 1958.
6. Картавелишвили Н. А. О безволновом течении на быстротоках. Труды Всесоюзного научно-технического совещания по водозаборным сооружениям и русловым процессам, т. II, Тбилиси, 1960.
7. Арсенишвили К. И. Изучение воздействия набегающих волн на гидротехнические сооружения. Журн. „Гидротехническое строительство“, № 1, 1955.
8. Арсенишвили К. И. Критерии волнообразования в каналах с большими уклонами. Журн. „Гидротехническое строительство“, № 3, 1956.
9. Арсенишвили К. И. Воздействие набегающих волн на гидротехнические сооружения. Автореферат докторской диссертации, Тбилиси, 1957.
10. Федоров Е. П. Об образовании волн на быстротоках. Журн. „Гидротехническое строительство“ № 3, 1954.
11. Федоров Е. П. Причины волнообразования на быстротоках и мероприятия по его предупреждению. Журнал „Гидротехническое строительство“. № 6, 1956.
12. Гамбарян А. О., Маилян Н. Н. Экспериментальное исследование катищихся волн в сверхбурном потоке. Известия АН Армянской ССР, сер. ТН, т. XI, № 4, 1958
13. Гамбарян А. О., Маилян Н. Н. Экспериментальное исследование катищихся волн в сверхбурном потоке. Известия АН Армянской ССР, сер. ТН, т. XII, № 2, 1959.
14. Гамбарян А. О., Маилян Н. Н. Экспериментальное исследование катищихся волн на быстротоках. ВНИИГ, „Аннотации законченных в 1958 г. научно-исследовательских работ по гидротехнике“, Госэнергоиздат, М.—Л., 1959.