

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64

НОЯБРЬ, 2021

ВЫПУСК 4

О ЗАВИСЯЩИХ ОТ ВРЕМЕНИ ЗАДАЧАХ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ В ОДНОМЕРНОЙ СРЕДЕ

А.Г.НИКОГОСЯН

Поступила 14 октября 2021

В работе приводится решение нескольких одномерных задач нестационарного переноса излучения в частотах спектральной линии. Применяется подход, основанный на поиске искомых величин в виде разложений в ряды Неймана. Изучается эволюция профиля линии, образуемой при отражении от полубесконечной атмосферы как при когерентном, так и полностью некогерентном рассеянии в среде. Рассматривается также зависимость от времени профилей линий, формирующихся на границах конечной атмосферы. В обоих задачах предполагается, что атмосферы освещаются излучением либо в виде $\delta(t)$ - образного импульса, либо излучением с интенсивностью формы единичного скачка. При решении учитываются обе возможные причинытраты времени фотонами при диффузии в среде: времени пребывания атома в возбужденном состоянии и времени, теряемого фотонами на прохождение пути между двумя последовательными актами рассеяния. Показывается, что при такой общей постановке задачи результирующая функция распределения плотности вероятности выходящего излучения задается в виде свертки распределений, соответствующих двум компонентам расхода времени фотонами.

Ключевые слова: *нестационарный перенос излучения: Erlang- n распределение: распределение плотности вероятности: кумулятивное распределение: профили спектральных линий*

1. Введение. Различные явления изучаемые в астрофизике показывают временные изменения, что является дополнительным и весьма важным подспорьем при интерпретации данных наблюдений. Природа таких изменений отличается большим разнообразием, с точки зрения как физики явления, так и скорости его протекания. Яркими примерами могут служить явления вспышек звезд различных масштабов от небольших выбросов звездной материи до грандиозных явлений, связанных с потерей верхних слоев звезды, сопровождающихся выделением огромной энергии (Новые, Сверхновые). Вместе с тем можно указать на явления релаксационного типа, когда равновесное состояние в излучающей среде устанавливается в течение более или менее продолжительного времени. Строго говоря, все наблюдаемые явления в большей или меньшей степени подвержены изменениям во времени, поэтому возникает необходимость в развитии теории переноса лучистой энергии зависящей от времени.

В рамках данной теории рассматриваются задачи, учитывающие

нестационарность различных характеристик как падающего на среду излучения, так и возможные изменения тех или иных параметров самой излучающей среды таких, как ее оптическая толщина и способность поглощать и рассеивать падающее на нее лучистую энергию. Для нас здесь представляет интерес класс задач, в которых зависящей от времени является интенсивность падающего на среду излучения и принимается в расчет время, проводимое фотонами в процессе многократного рассеяния в ней. Последнее, как известно, состоит из двух компонентов - времени пребывания атома в возбужденном состоянии и времени, расходуемого фотонами на пробег между двумя последовательными актами рассеяния. Обе они являются случайными величинами, распределенными по экспоненциальному закону со средними значениями, обозначаемыми обычно через t_1 и t_2 , соответственно. Значение величины t_2 определяется плотностью поглощающих атомов и ионов n и самим атомным коэффициентом поглощения k : $t_2 = 1/nkc$, где c - скорость света. Заметим, что данная величина существенно зависит от физических условий в среде. Например, в высокоионизованной среде, в которой приходится принимать во внимание процессы рассеяния на свободных электронах, в двухуровневом приближении будем иметь $t_2 = 1/(1 + n^+/n_1)n_1kc$, где n^+ - число ионизированных атомов и n_1 - количество атомов на основном уровне в единице объема [1]. Что касается интенсивности излучения падающего на среду, то наибольший интерес представляют случаи $\delta(t)$ - образного импульса и интенсивности формы, задающейся функцией единичного скачка $H(t)$, известной как функция Хевисайда.

Начало развития теории в данном направлении было положено в работах Милна [1] и Чандрасекара [2,3], в которых принималось в расчет лишь время пребывания атома в возбужденном состоянии. Если в первой из указанных работ в качестве характерного времени данного состояния бралось среднее время жизни атома на данном энергетическом уровне, то во второй была дана более точная формулировка задачи. Большой вклад в развитии теории нестационарного переноса излучения был внесен в работах ленинградской школы астрофизиков. Соболевым [4,5] задачи нестационарного свечения среды рассматривались как на основе уравнений переноса излучения, так и применением разработанного им вероятностного подхода. Мининым [6,7] развивался метод, позволяющий путем преобразования Лапласа свести рассматриваемые задачи к решению их стационарных аналогов. Численное решение нестационарной задачи путем обращения преобразования Лапласа было дано в работе [8]. В работах [9,10] для решения задачи диффузного отражения и пропускания среды конечной оптической толщины впервые был применен принцип инвариантности Амбарцумяна. Аналогичной задаче для неоднородной среды и изотропного рассеяния посвящена серия работ Мацумото (см.,

например, [11,12], в которых рассматривались оба упомянутых выше случая освещения среды.

Методы, основанные на преобразовании Лапласа сталкиваются с большими трудностями при обращении получаемых результатов. Поэтому в работах [13,14] был предложен альтернативный подход к решению зависящих от времени задач переноса излучения. Развиваемая авторами идея основывалась на одинаковости конструкции ряда Неймана в нестационарной и соответствующей ей стационарной задачах. Указанный метод был применен в предыдущей нашей работе [15] для одномерной среды с использованием рекуррентного соотношения полученного нами в [16]. Ввиду математической сложности нестационарных задач переноса излучения чаще рассматривались одномерные модели, или ограничивались решением задач при одном из двух взаимно противоположных предположениях $t_1 \ll t_2$, $t_1 \gg t_2$.

В настоящей работе рассматриваются в одномерном приближении три задачи при произвольных значениях параметров t_1 и t_2 для обоих упомянутых выше случаях освещения среды. Цель ее показать, что при правильной постановке решение данной общей задачи не встречает принципиальных трудностей по сравнению с часто встречающимися частными моделями.

2. Эволюция профилей спектральных линий, образуемых при диффузном отражении от полубесконечной атмосферы. Для наглядности в одномерном приближении рассмотрим простейшую задачу о диффузном отражении света от полубесконечной поглощающей и когерентно рассеивающей однородной атмосферы, освещенной в момент $t=0$ излучением в непрерывном спектре единичной интенсивности либо в виде импульса $\delta(t)$, либо в виде единичного скачка $H(t)$. Профиль коэффициента поглощения в спектральной линии считается доплеровским $\alpha(x) = (1/\sqrt{\pi})\exp(-x^2)$, где x - безразмерная частота, измеряемая смещением от центра линии в доплеровских ширинах. Влияние поглощения в непрерывном спектре задается величиной β , представляющей собой отношение коэффициентов поглощения в континууме и в центре линии. Для вероятности переизлучения кванта при элементарном акте рассеяния будем пользоваться общепринятым обозначением λ . В стационарной задаче применение принципа инвариантности Амбарцумяна для определения коэффициента отражения $\rho(x)$ (имеющего вероятностный смысл) дает [17]

$$\rho(x) = \frac{1}{\lambda} (2 - \lambda - 2\sqrt{1 - \lambda}). \quad (1)$$

Если учитывается роль рассеяния в континууме, то в согласии с [15,17] достаточно в (1) вместо λ подставить

$$\tilde{\lambda}(x) = \frac{\lambda\alpha(x)+\gamma}{\alpha(x)+\beta+\gamma}, \quad (2)$$

где γ - отношение коэффициента рассеяния в континууме к коэффициенту поглощения в центре спектральной линии. Разложение функции $\rho(x)$ в ряд Неймана записывается в виде

$$\rho(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n \tilde{\lambda}^n(x). \quad (3)$$

Коэффициенты ρ_1 и ρ_2 в разложении (3) легко находятся при добавлении к среде бесконечно тонкого слоя с последующим предельным переходом и равны соответственно 0.25 и 0.125. В данных двух случаях от самой среды квант отражается однажды. Остальные коэффициенты, связанные с двухкратным отражением от среды, определяются рекуррентным образом по формуле, полученной в [15] применением принципа инвариантности

$$\rho_n = \frac{1}{2} \left(\rho_{n-1} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-1} \rho_k \rho_{n-k-1} \right). \quad (4)$$

Приведенная формула допускает простую интерпретацию: первое слагаемое в скобках описывает процессы, связанные с однократным отражением света от среды, в то время как второе слагаемое - двухкратное отражение. События при двухкратном отражении являются статистически независимыми и потому задаются суммой, являющейся дискретным аналогом свертки. В работе автора [18] приводятся значения первых 40 коэффициентов в разложении (4). Заметим, что при $n > 4$, значения ρ_n асимптотически достаточно хорошо описываются трехпараметрической экспонентой $\rho_n \sim \exp(a + bn + cn^2)$, где $a = -1.90267$, $b = -0.25674$, $c = 0.0036$.

Временная картина диффузного отражения света от полубесконечной когерентно рассеивающей атмосферы была рассмотрена нами в упомянутой выше работе [18] в связи с изучением роли рассеяния в континууме. Впервые в ней был описан способ определения суммарного времени, затрачиваемого фотонами при диффузии в среде. Поскольку здесь этот способ будет использоваться при решении также других задач, коротко остановимся на нем.

Итак, пусть рассеивающая и поглощающая полубесконечная атмосфера освещается снаружи изменяющимся во времени излучением. Вместо времени t введем в рассмотрение две безразмерные величины $u = t/t_1$ и $\omega = t/t_2$. Время, расходуемое фотонами в процессе диффузии в среде, как было сказано, складывается от времени пребывания в поглощенном состоянии и времени пробега между двумя последовательными актами рассеяния. Каждый из этих двух компонентов, в свою очередь, представляет собой сумму некоторого количества независимых экспоненциально распределенных

случайных величин, реализуемых при многократном рассеянии в среде. Функция распределения суммы некоторого числа n таких величин задается распределением Эрланга - n (частный случай гамма распределения)

$$Er(\omega, k, \Lambda) = e^{-\Lambda\omega} \frac{\Lambda^k \omega^{n-1}}{(k-1)!}, \quad (5)$$

зависящем от двух параметров: формы (shape) k , и масштаба (rate) Λ [19]. Распределение является устойчивым, так что сумма и произведение таких распределений вновь является распределением указанного типа с соответствующими значениями параметров. В нашей задаче параметр Λ приобретает смысл величины, обратной к среднему времени того или иного из рассмотренных элементарных процессов. С учетом сказанного функция распределения плотности вероятности (РПВ) времени, теряемого фотоном на пребывание в поглощенном состоянии при n - кратном рассеянии, будет иметь вид

$$f_1(u, n) = \frac{u^{n-1}}{(n-1)!} e^{-u}. \quad (6)$$

Аналогичная функция для времени, расходуемого фотоном на свободный пробег между актами рассеяния, задается формулой

$$f_2(\omega, n+1) = \frac{\omega^n}{n!} e^{-\omega}, \quad (7)$$

где принято во внимание, что количество таких пробегов превосходит число рассеяний на единицу ввиду того, что принимается в расчет и путь, проходимый фотоном при его падении на среду. Приведенные две функции в отдельности вместе с формулами (3) и (4) позволяют определить эволюцию отраженной от среды интенсивности для каждого из двух случаев потери времени. Однако здесь нас интересует общий случай, когда принимаются в расчет обе причины потери времени. Случайные величины, соответствующие двум рассматриваемым процессам затрат времени, очевидно, являются статистически независимыми, поэтому РПВ для суммарного количества времени, теряемого фотоном на пребывание в среде, будет определяться сверткой приведенных выше двух распределений

$$F_n(z) = \int_0^z f_2(\omega, n+1) f_1(z-\omega, n) d\omega. \quad (8)$$

Данный интеграл вычисляется явным образом и имеет вид

$$F_n(z) = \frac{e^{-z}}{n!(n-1)!} \int_0^z \omega^n (z-\omega)^{n-1} d\omega = \frac{z^{2n-1}}{(2n-1)!} e^{-z}. \quad (9)$$

Введем теперь в рассмотрение функцию $\bar{p}(x, z)$ так, что $\bar{p}(x, z) dz$ представляет собой вероятность отражения от полубесконечной среды кванта частоты x в

интервале времени $(z, z+dz)$. По аналогии с (3), ряд Неймана для функции отражения запишется в виде

$$\bar{\rho}(x, z) = e^{-z} \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n \tilde{\lambda}^n(x) \frac{z^n}{(2n-1)!}. \quad (10)$$

Полученный результат описывает эволюцию профиля линии, образуемой при отражении от атмосферы, освещенной излучением формы $\delta(t)$ - образного импульса. На основе соотношения (8) нетрудно определить так называемую функцию кумулятивного распределения (ФКР), описывающую процесс установления стационарного режима в среде до какого-то момента времени z_0 при ее освещении излучением формы единичного скачка $H(t)$

$$P(x, z_0) = e^{-z_0} \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n \tilde{\lambda}^n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^{2n+k}}{(2n+k)!}. \quad (11)$$

Из физического смысла временных переменных $z = t/\bar{t}$ и $z_0 = t_0/\bar{t}$ вытекает соотношение, связывающее \bar{t} с t_1 и t_2 : $\bar{t} = t_1 t_2 / (t_1 + t_2)$. Численные расчеты на основе формул (10) и (11) были приведены нами в [18] в связи с исследованием влияния рассеяния в континууме на эволюцию профиля линии, образуемой при отражении от полубесконечной атмосферы. Поэтому для иллюстрации и дальнейшего изложения мы ограничимся лишь одним типичным случаем, относящимся к сравнительно сильной линии.

Приведенные на рис.1 распределения описывают процесс эволюции профиля линии, образуемой в результате отражения от среды излучения единичной интенсивности в непрерывном спектре, меняющейся со временем по законам $\delta(t)$ (слева) и $H(t)$ (справа). Кривые на рисунках позволяют заключить, что распределение РПВ, построенное с учетом совместно двух

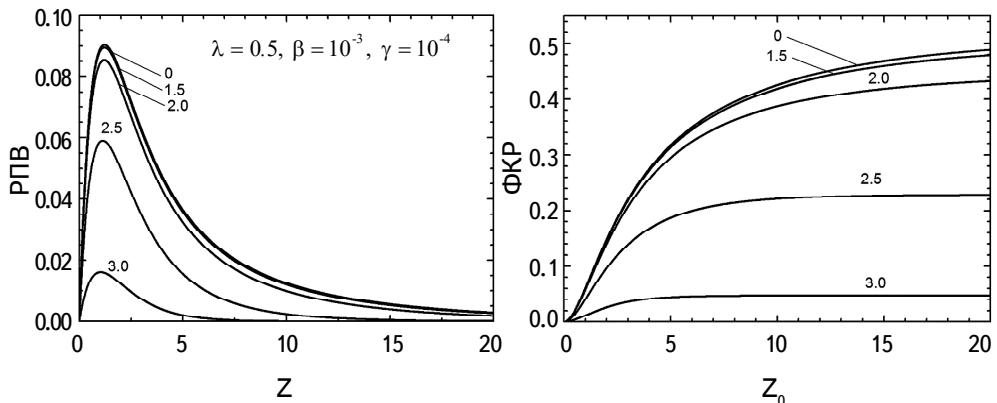


Рис.1. Распределение плотности вероятности и кумулятивная функция распределения для разных частот внутри линии, отмеченных над кривыми, при указанных значениях параметров, описывающих диффузию излучения в полубесконечной атмосфере.

типов потерь времени при актах рассеяния, выражющееся произведением соответствующих распределений, приводит к правильным результатам, которые качественно отличаются от тех, где используется безразмерное время вида $t/(t_1+t_2)$ ([6, 7, 16]). Из рисунка видно, что при заданных значениях параметров рассеяния образуется эмиссионная линия, причем крылья спектральной линии устанавливаются гораздо раньше ее ядра.

3. Конечная среда. Приведенные выше рассуждения нетрудно обобщить на случай среды конечной оптической толщины τ_0 . Интересующие нас интенсивности излучения, выходящие из среды, выражаются через коэффициенты отражения $\rho(x, \tau_0)$ и $q(x, \tau_0)$, имеющие вероятностный смысл. В предположении, что физические свойства такие же, как в предыдущем примере, применение принципа инвариантности в стационарной задаче приводит к следующей системе дифференциальных уравнений

$$\frac{1}{2v(x)} \frac{d\rho}{d\tau_0} + \rho(x, \tau_0) = \frac{\tilde{\lambda}(x)}{4} [1 + \rho(x, \tau_0)]^2, \quad (12)$$

$$\frac{1}{v(x)} \frac{dq}{d\tau_0} = - \left[1 - \frac{\tilde{\lambda}(x)}{2} (1 - \rho(x, \tau_0)) \right] q(x, \tau_0). \quad (13)$$

Уравнения (12), (13) написаны при условии, что освещается лишь граница $\tau = 0$ среды. Ряды Неймана искомых величин записываются в виде

$$\rho(x, \tau_0) = \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n(x, \tau_0) \tilde{\lambda}^n(x), \quad q(x, \tau_0) = \sum_{n=0}^{\infty} q_n(x, \tau_0) \tilde{\lambda}^n(x). \quad (14)$$

Относительная сложность рассматриваемой задачи заключается в том, что определение каждой из пар коэффициентов $\rho_n(x, \tau_0)$ и $q_n(x, \tau_0)$ сводится к вычислению интегралов, которые хотя и вычисляются аналитически в явном виде, тем не менее делают задачу трудоемкой. Как и в предыдущем примере, первые два члена в разложениях (14), не связанные с многократным рассеянием, находятся проще

$$\rho_1(x, \tau_0) = \frac{1}{4} \left(1 - e^{-2v(x)\tau_0} \right), \quad \rho_2(x, \tau_0) = \frac{1}{8} \left(1 - (1 + 2v(x)\tau_0) e^{-2v(x)\tau_0} \right), \quad (15)$$

$$q_0(x, \tau_0) = e^{-v(x)\tau_0} q_1(x, \tau_0) = \frac{\tilde{\lambda}(x)}{2} \tau_0 e^{-v(x)\tau_0}, \quad (16)$$

Остальные коэффициенты определяются последовательным вычислением интегралов

$$\rho_n(x, \tau_0) = 2v(x) \int_0^{\tau_0} \Phi_n(x, t) e^{-2v(x)(\tau-t)} dt, \quad q_n(x, \tau_0) = v(x) \int_0^{\tau_0} \Psi_n(x, t) e^{-2v(x)(\tau-t)} dt, \quad (17)$$

где

$$\Phi_n(x, \tau_0) = \frac{1}{2} \left[\rho_{n-1}(x, \tau_0) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-2} \rho_k(x, \tau_0) \rho_{n-k-1}(x, \tau_0) \right], \quad (18)$$

$$\Psi_n(x, \tau_0) = \frac{1}{2} \left[q_{n-1}(x, \tau_0) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-1} q_k(x, \tau_0) q_{n-k-1}(x, \tau_0) \right]. \quad (19)$$

Рис.2 иллюстрирует поведение коэффициентов $\rho_n(x, \tau_0)$ и $q_n(x, \tau_0)$ в разложении Неймана в зависимости от оптической толщины и частоты в спектральной линии. Обращает на себя внимание относительно более резкое падение коэффициентов $\rho_n(x, \tau_0)$ с ростом n , нежели в разобранном выше случае полубесконечной атмосферы. При $\tau_0 \rightarrow \infty$, очевидно, имеем $\rho(x, \tau_0) \rightarrow \rho(x)$.

Ускоряется сходимость коэффициентов и при переходе от центра линии к ее крыльям. Таким образом приходим к заключению, что несмотря на сравнительную сложность определения указанных коэффициентов, на практике для обеспечения удовлетворительной точности получаемых результатов бывает достаточно ограничиться нахождением небольшого их количества, в особенности

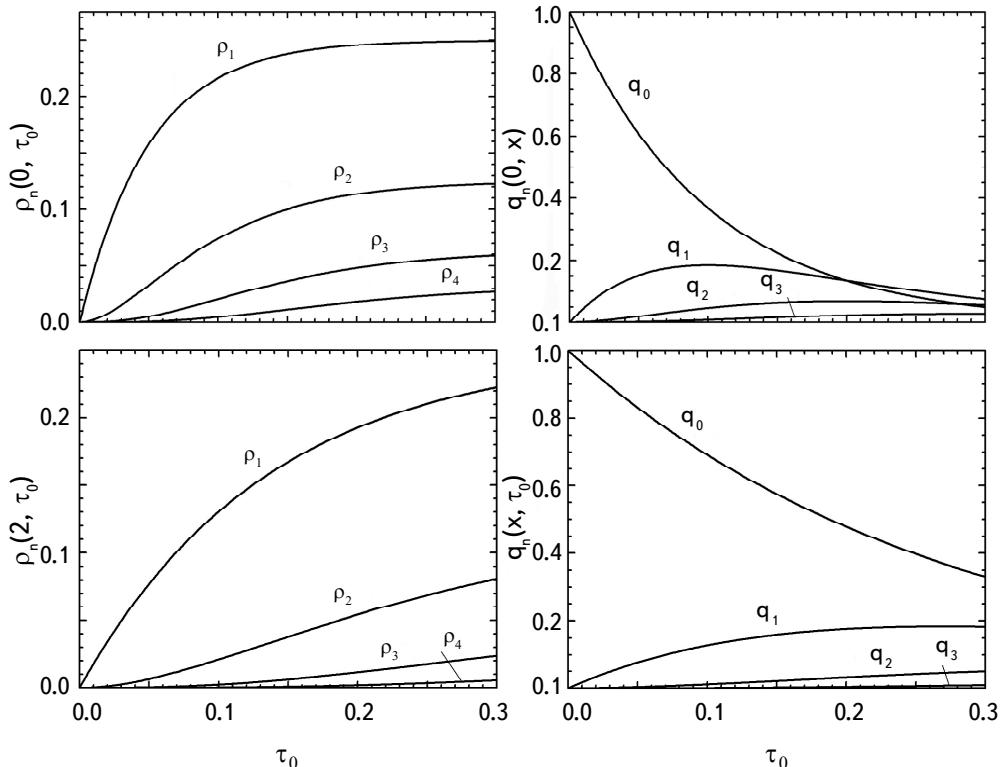


Рис.2. Зависимость коэффициентов $\rho_n(x, \tau_0)$ и $q_n(x, \tau_0)$ от оптической толщины среды в центре линии (верхние панели) и при промежуточной частоте $x = 2$ (нижние панели).

когда речь идет об относительно оптически более тонких линиях, а также крыльев линий.

Переходя к временному описанию процесса переноса излучения в среде конечной оптической толщины, введем рассмотрение функции $\bar{p}(x, \tau_0, z)$ и $\bar{q}(x, \tau_0, z)$, которыми определяются интенсивности излучения отраженного и пропущенного средой в зависимости от времени z . Рассуждения, аналогичные приведенным в предыдущем параграфе, позволяют написать

$$\bar{p}(x, \tau_0, z) = e^{-z} \sum_{n=1}^{\infty} p_n(x, \tau_0) \tilde{\lambda}^n(x) \frac{z^n}{(2n-1)!}, \quad (20)$$

$$\bar{q}(x, \tau_0, z) = \Lambda(z - \bar{z}) \left[q_0(x, \tau_0) \bar{z} + e^{-z} \sum_{n=1}^{\infty} p_n(x, \tau_0) \tilde{\lambda}^n(x) \frac{z^n}{(2n-1)!} \right], \quad (21)$$

где $\bar{z} = \lim_{t_1 \rightarrow \infty} (\tau_0 t_1) = \lim_{t_1 \rightarrow \infty} \tau_0 t_2 / (1 + t_2/t_1) = \tau_0 t_2$ - безразмерное время прохождения излучения через конечную среду без рассеяния.

На рис.3, 4 изображены функция РПВ и ФКР отражения и пропускания средой конечной оптической толщины, позволяющие проследить эволюцию профилей спектральных линий, образуемых при отражении и пропускании средой. На основе приведенного частного примера можно заключить, что в данном частном случае образуемая при пропускании линия поглощения устанавливается в общей сложности быстрее, нежели эмиссионная линия, формирующаяся в результате отражения от среды. Крылья как той, так и другой линии устанавливаются в среднем раньше, чем их ядра. Из рис.2 и 3 видно, что в полубесконечной среде, как и можно было ожидать, линия отражения эволюционирует дольше, чем это происходит в случае конечной среды.

Описанный в двух параграфах метод решения задач позволяет исследовать

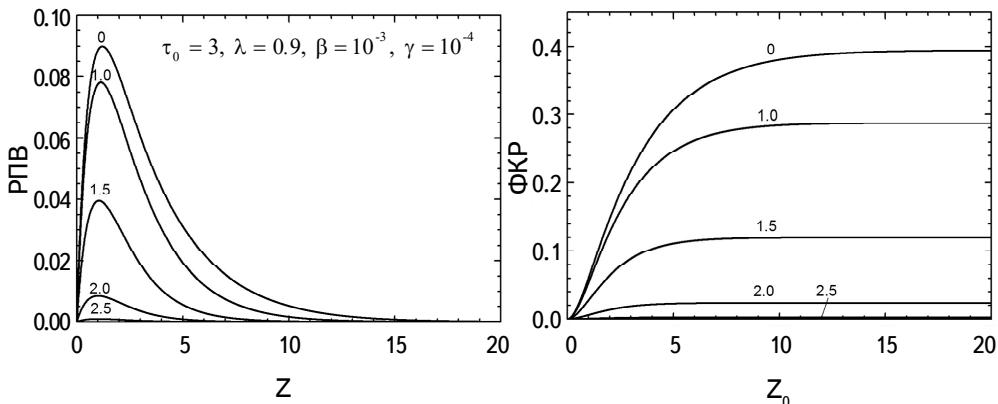


Рис.3. РПВ отражения от среды оптической толщины $\tau_0 = 3$ (слева) и ФКР (справа) при указанных значениях параметров многократного рассеяния для разных частот (отмечаются над кривыми) внутри спектральной линии.

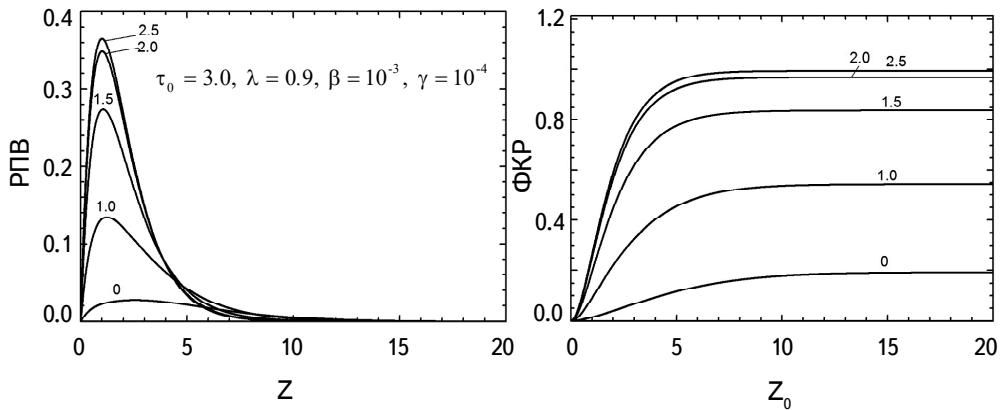


Рис.4. Функции РПВ пропускания излучения средой оптической толщины $\tau_0 = 3$ (слева) и ФКР (справа) при одинаковых с рис.3 значениях параметров и частот. Предполагается, что отсчет времени производится сразу после начала выхода квантов из среды.

влияние тех или иных локальных оптических свойств среды на процесс образования спектральной линии, что весьма важно при изучении различного рода нестационарных явлений в астрофизике.

3. Полностью некогерентное рассеяние. Рассмотрим предыдущую одномерную задачу с учетом перераспределения излучения по частотам, причем, как и выше, начнем со стационарной задачи.

Функциональное уравнение для функции отражения $\rho(x', x)$, которая теперь зависит как от частоты падающего на среду кванта, так и от частоты отраженного от нее кванта, нетрудно получить применением принципа инвариантности (см., например, [20])

$$\frac{2}{\lambda} [v(x) + v(x')] \rho(x', x) = r(x', x) + \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') \rho(x'', x) dx'' + \\ \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x', x'') r(x'', x) dx'' + \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, x'') dx'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x'', x''') \rho(x''', x) dx''' , \quad (22)$$

где $r(x', x)$ - осредненная по направлениям функция перераспределения по частотам и $v(x) = \alpha(x) + \beta$. В данном случае ряд Неймана записывается в виде

$$\rho(x', x) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^n \rho_n(x', x). \quad (23)$$

В настоящем параграфе, для простоты, роль рассеяния в континууме не учитывается, вследствие чего зависимость λ от частоты исчезает.

Рассуждения, аналогичные проведенным в предыдущем параграфе, позволяют построить необходимые нам коэффициенты $\rho_n(x', x)$. В частности, коэффициенты ρ_1 и ρ_2 , связанные с однократным отражением от самой

среды, определяются проще и имеют вид

$$\rho_1(x', x) = \frac{1}{2} \frac{r(x', x)}{v(x') + v(x)}, \quad (24)$$

$$\rho_2(x', x) = \frac{1}{2[v(x') + v(x)]} \left[\int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') \rho_1(x'', x) dx'' + \int_{-\infty}^{\infty} \rho_1(x', x'') r(x'', x) dx'' \right]. \quad (25)$$

Остальные коэффициенты находятся рекуррентным образом из

$$2[v(x') + v(x)] \rho_n(x', x) = \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') \rho_{n-1}(x'', x) dx'' + \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{n-1}(x', x'') r(x'', x) dx'' + \sum_{k=1}^{n-2} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_k(x, x'') dx'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x'', x''') \bar{\rho}_{n-k-1}(x''', x) dx'''. \quad (26)$$

Описанный путь пригоден для некогерентного рассеяния с произвольной функцией перераспределения по частотам. Расчеты в данной работе проведены для часто применяемого в приложениях приближения полностью некогерентного рассеяния. В этом случае $(x', x) = \alpha_0(x')\alpha_0(x)$, где $\alpha_0(x) = \pi^{-1/4}\alpha(x)$. Тогда вместо (24)-(26) будем иметь

$$\rho_1(x', x) = \frac{1}{2} \frac{\alpha_0(x')\alpha_0(x)}{v(x') + v(x)}, \quad \rho_1(x', x) = \frac{\alpha_0(x')\phi_1(x) + \alpha_0(x)\phi_1(x')}{v(x') + v(x)}, \quad (27)$$

$$\rho_n(x', x) = \frac{1}{2[v(x') + v(x)]} \left[\alpha_0(x')\phi_{n-1}(x) + \alpha_0(x)\phi_{n-1}(x') + \sum_{k=1}^{n-2} \phi_k(x)\phi_{n-k-1}(x') \right], \quad (28)$$

где

$$\phi_n(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_n(x', x)\alpha_0(x') dx'. \quad (29)$$

и учтена симметричность функции отражения относительно своих аргументов.

Переход к обсуждаемой нами зависящей от времени задаче производится, как и выше, введением зависящей от времени функции отражения $\bar{\rho}(x', x, z)$, для которой (10) запишется в виде

$$\bar{\rho}(x', x, z) = e^{-z} \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n(x', x) \lambda^n \frac{z^n}{(2n-1)!}. \quad (30)$$

Рис.5 демонстрирует эволюцию значений профиля линии на различных расстояниях x от ее центра, для случая, когда рассеяние в среде является полностью некогерентным. Далекие крылья линии, примерно при $x \geq 2.5$, меняются во времени незначительно, поэтому на рисунках соответствующие кривые отсутствуют. Сравнивая процесс образования спектральной линии в результате отражения для рассмотренных нами двух типов рассеяния в среде, следует обратить внимание на различное поведение ее ядра и крыльев во

времени. Ядро линии ($x \leq 1.5$), образуемой при когерентном рассеянии, почти плоское и различные ее части эволюционируют практически одинаково. В то же время линия, образуемая при полном перераспределении по частотам, сильнее и шире, по сравнению с предыдущим примером. Что касается крыльев линии, то они меняются во времени незначительно.

4. Заключение. В работе мы ограничились рассмотрением трех простых одномерных задач, с целью продемонстрировать преимущества метода, основанного на разложении искомых величин в ряд Неймана, когда приме-

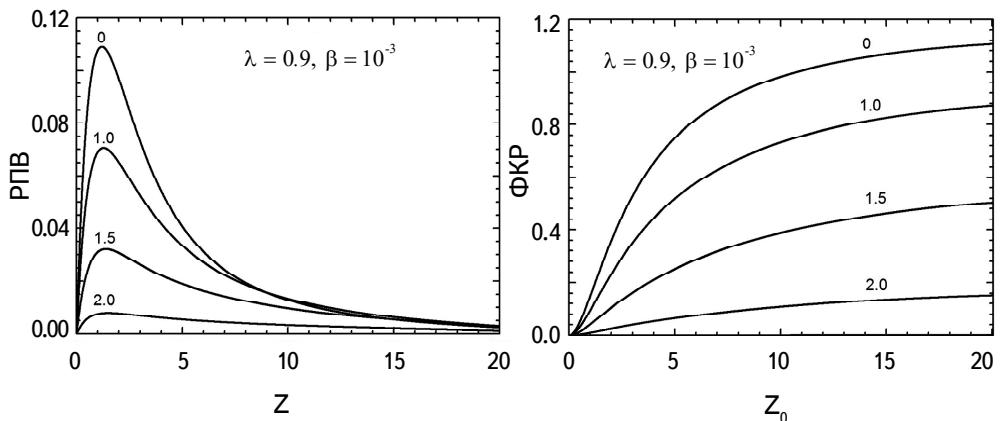


Рис.5. Те же распределения, что на рис.1 для случая, когда спектральная линия образуется в результате отражения от полубесконечной атмосферы, в которой рассеяние происходит с полным перераспределением по частотам.

няются легко реализуемые рекуррентные соотношения, полученные нами в [16]. При этом принимались в расчет обе возможности потери времени фотоном в процессе блуждания в среде: время пребывания атома в возбужденном состоянии и время расходуемое фотоном на прохождение пути между актами рассеяния. Показывается, что правильный учет обоих типов потерь производится сверткой соответствующих двух распределений Эрланга. РПВ и ФКР, получаемые в результате корректной постановки задачи, обеспечивают физически легко трактуемое описание эволюции профилей образуемых линий. Важно также отметить, что применяемый в работе подход несложно реализовать для решения задач при их более общей постановке.

Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна,
Армения, e-mail: nikoghoss@bao.sci.am

ON TIME-DEPENDENT RADIATIVE TRANSFER PROBLEMS IN ONE-DIMENSIONAL MEDIUM

A.G.NIKOGHOSSIAN

This paper provides a solution to several one-dimensional problems of nonstationary radiation transfer in spectral line frequencies. An approach based on the search for the required quantities in the form of Neumann series expansions is applied. The evolution of the line profile formed by the reflection from the semi-infinite atmosphere both in the case of coherent and fully incoherent scattering in the medium is studied. The time dependence of the line profiles formed at the boundaries of the finite atmosphere is also considered. In both problems, it is assumed that atmospheres are illuminated by radiation either in the form of a $\delta(t)$ -shaped pulse or by radiation with an intensity of the form of a unit jump. The solution takes into account both possible causes of time wasted by photons during diffusion in the medium: the time an atom stays in an excited state and the time lost by photons to travel the path between two consecutive acts of scattering. It is shown that in such a general statement of the problem the resulting distribution function of the probability density function of the outgoing radiation is given as a convolution of the distributions corresponding to the two components of the photon time expenditure.

Keywords: *time-dependent radiative transfer: Erlang-n distribution: probability density distribution: cumulative distribution: spectral line profiles*

ЛИТЕРАТУРА

1. *E.A.Milne*, J. London Math. Soc., **1**, 40, 1926.
2. *S.Chandrasekhar*, Proc. Roy. Soc. London, A, **192**, 508, 1948.
3. *S.Chandrasekhar*, Radiative Transfer, Oxford: Clarendon press, 1950, p.354.
4. *B.B.Соболев*, Астрон. ж., **27**, 81, 1950.
5. *B.B.Соболев*, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, М., Гостехиздат, 1956.
6. *И.Н.Минин*, Вестник ЛГУ, **13**, 137, 1959.
7. *И.Н.Минин*, ДАН СССР, **154**, 1059, 1964.
8. *R.Bellman, H.Kagivada, S.Ueno*, J. Math. Anal. Appl., **9**, 424, 1964.
9. *S.Ueno*, J. Math. Anal. Appl., **4**, 1, 1962.
10. *R.Bellman, H.Kagivada, S.Ueno*, J. Math. Anal. Appl., **15**, 171, 1966.

11. *M.Matsumoto*, Publ. Astron. Soc. Japan, **19**, 163, 1967.
12. *M.Matsumoto*, Publ. Astron. Soc. Japan, **19**, 434, 1967.
13. *M.Matsumoto*, J. Math. Anal. Appl., **51**, 403, 1976.
14. *B.D.Ganapol*, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, **25**, 159, 1981.
15. *А.Г.Никогосян*, Астрофизика, **64**, 389, 2021, (Astrophysics, **64**, 345, 2021).
16. *А.Г.Никогосян*, Астрофизика, **21**, 323, 1984, (Astrophysics, **21**, 527, 1984).
17. *G.L.Israelian*, *A.G.Nikoghossian*, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, **56**, 509, 1996.
18. *A.G.Nikoghossian*, ComBAO, **68**, Iss.1, 2, 2021.
19. *P.G.Moschopoulos*, Ann. Inst. Stat. Math., **37**, 541, 1985.
20. *А.Г.Никогосян*, *Г.А.Арутюнян*, ДАН СССР, **229**, 583, 1976.