

ГИДРАВЛИКА

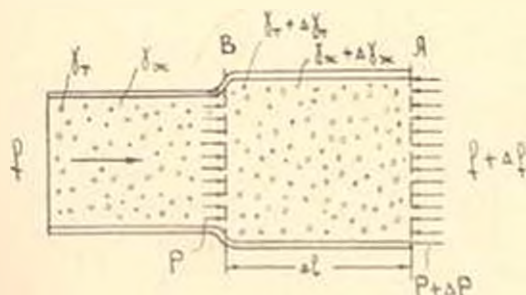
В. О. ТОКМАДЖЯН

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ УДАР В ТРУБАХ ПРИ ДВИЖЕНИИ
 ДВУХФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ

В последние годы, в связи с широким применением случаев движения двухфазной жидкости с большей концентрацией твердых частиц (гидротранспорт и т. д.), выявилась необходимость исследования гидравлического удара в трубах для двухфазной жидкости. Обычно гидравлический удар в трубах при гидротранспорте получается в случае закупорки трубопровода.

Попытаемся определить расчетные параметры гидравлического удара в трубах при движении двухфазной жидкости, используя метод исследования Н. Е. Жуковского для однофазной жидкости [1].

Рассмотрим двухфазную жидкость (жидкость и твердые частицы). Объемная доля твердых частиц в смеси обозначим s , тогда $1-s$ будет доля жидкости. Вблизи образованной пробки концентрация сильно увеличивается, но это происходит на очень коротком расстоянии, и нам кажется, что за расчетную можно принять первоначальную концентрацию. Принимаем, что все частицы второй фазы увлекаются потоком, т. е. в трубе нет осадка. Для определения повышения давления, которое возникает при ударе в случае мгновенного перекрытия трубы, рассмотрим явления у закрытого конца трубопровода (см. рисунок). За время Δt , после возникновения удара, прекратится движение дисперсона, повысится давление на длине $\Delta l = C_x \cdot \Delta t$ (где C_x — скорость распространения удара в дисперсоне). В отсеке AB давление будет повышено на величину Δp , скорость движения будет нуль, стенки трубы будут деформированы, жидкость и твердые частицы также будут деформированы. На границе B еще будет нормальное давление p и скорость V .



Воспользуемся законом количества движения. Сумма проекции импульсов внешних сил на ось трубы будет:

$$[f(p + \Delta p) - fp] \Delta t = \Delta p \cdot f \cdot \Delta t, \quad (1)$$

где f — площадь поперечного сечения трубы.

Приращение количества движения будет равно количеству движения той движущейся массы дисперсоида, которая оказалась в отсеке AB до удара, и количеству движения поступающей массы за время Δt , т. е.

$$\frac{\gamma_r s + (1-s) \gamma_m}{g} [fV \cdot C_s \Delta t + fV^2 \Delta t]. \quad (2)$$

Индекс (ж) относится к жидкой — первой фазе, индекс (т) к твердой — второй фазе. γ — объемный вес. V — скорость движения дисперсоида. $[\gamma_r s + (1-s) \gamma_m]$ — объемный вес дисперсоида.

Вторым членом в ур. (2) (в скобке) можно пренебречь как сравнительно малой величиной. Приравнявая (1) и (2) получим:

$$\Delta p = \frac{[\gamma_r s + (1-s) \gamma_m]}{g} \frac{VC_s}{f}$$

или

$$\frac{\Delta p}{[\gamma_r s + (1-s) \gamma_m]} = \frac{V \cdot C_s}{g}, \quad (3)$$

т. е. повышение давления, выраженное высотой столба дисперсоида, определяется по формуле Н. Е. Жуковского, как для однофазной жидкости.

Для определения скорости распространения ударной волны напишем баланс масс для отсека AB за время Δt . Вследствие увеличения давления в отсеке AB увеличиваются: площадь сечения трубы (на Δf), плотность жидкости (на $\frac{\Delta \gamma_r}{g}$) и плотность твердых частиц (на $\frac{\Delta \gamma_m}{g}$). Таким образом, изменение массы в отсеке AB будет:

$$\Delta M = C_s \Delta t \left\{ (f + \Delta f) \left[\frac{\gamma_r + \Delta \gamma_r}{g} s + \frac{\gamma_m + \Delta \gamma_m}{g} (1-s) \right] - f \left[\frac{\gamma_r}{g} s + \frac{\gamma_m}{g} (1-s) \right] \right\}. \quad (4)$$

Это приращение массы должно равняться поступающей массе в отсек за время Δt , т. е.

$$\left[\frac{\gamma_r}{g} s + \frac{\gamma_m}{g} (1-s) \right] f V \Delta t. \quad (5)$$

Приравнявая (4) и (5), получим:

$$\left[\frac{\gamma_r}{g} s + \frac{\gamma_k}{g} (1-s) \right] f V \Delta t = C_2 \Delta t \left[f \frac{\gamma_r}{g} s + f \frac{\Delta \gamma_r}{g} s + f \frac{\gamma_k}{g} (1-s) + \right. \\ \left. + f \frac{\Delta \gamma_k}{g} (1-s) + \Delta f \frac{\gamma_r}{g} s + \Delta f \frac{\Delta \gamma_r}{g} s + \Delta f \frac{\gamma_k}{g} (1-s) + \right. \\ \left. + \Delta f \frac{\Delta \gamma_k}{g} (1-s) - f \frac{\gamma_r}{g} s - f \frac{\gamma_k}{g} (1-s) \right] \quad (6)$$

Определяя значение V из (3) и подставляя в (6), получим:

$$\frac{\Delta p}{C_2} f = C_1 \left[f \frac{\Delta \gamma_r}{g} s + f \frac{\Delta \gamma_k}{g} (1-s) + \Delta f \frac{\gamma_r}{g} s + \Delta f \frac{\Delta \gamma_r}{g} s + \right. \\ \left. + \Delta f \frac{\gamma_k}{g} (1-s) + \Delta f \frac{\Delta \gamma_k}{g} (1-s) \right] \quad (7)$$

Пренебрегая $s \Delta f \frac{\Delta \gamma_r}{g}$ и $(1-s) \Delta f \frac{\Delta \gamma_k}{g}$, как малыми величинами второго порядка, после некоторых преобразований получим:

$$\frac{\Delta p}{C_2} = \frac{C_1 \gamma_k}{g} \left[\frac{\Delta \gamma_r}{\gamma_r} \frac{\gamma_r}{\gamma_k} s + \frac{\Delta \gamma_k}{\gamma_k} (1-s) + \frac{\Delta f}{f} \frac{\gamma_r}{\gamma_k} s + \frac{\Delta f}{f} (1-s) \right] = \\ = \frac{C_1 \gamma_k}{g} \left[s \frac{\gamma_r}{\gamma_k} \left(\frac{\Delta \gamma_r}{\gamma_r} + \frac{\Delta f}{f} \right) + (1-s) \left(\frac{\Delta \gamma_k}{\gamma_k} + \frac{\Delta f}{f} \right) \right] \quad (8)$$

Учитывая упругие свойства стенки трубопровода, жидкости и твердых частиц, определим относительные изменения площади трубы $\frac{\Delta f}{f}$, плотностей жидкости $\frac{\Delta \gamma_k}{\gamma_k}$ и твердых частиц $\frac{\Delta \gamma_r}{\gamma_r}$.

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\pi D \left(\frac{\Delta D}{2} \right)}{\pi \frac{D^2}{4}} = 2 \frac{\Delta D}{D} \quad (D - \text{диаметр трубы})$$

$\frac{\Delta D}{D} = \frac{\sigma}{E_\sigma}$ — дополнительное относительное удлинение периметра трубы, вызванное ее деформацией, благодаря добавочному повышению давления на Δp .

$\sigma = \frac{\Delta p \cdot D}{2\delta}$ — дополнительное напряжение в стенке трубы. δ — толщина стенки трубы. E_σ — модуль упругости материала трубы.

$\frac{\Delta \gamma_k}{\gamma_k} = \frac{\Delta p}{E_k}$ и $\frac{\Delta \gamma_r}{\gamma_r} = \frac{\Delta p}{E_r}$ — относительное изменение плотности жидкости и твердых частиц. E_k и E_r — модули упругостей для жидкости и твердых частиц.

Подставляя найденные величины в уравнение (6), получим:

$$\frac{\Delta p}{C_2} = C_1 \frac{\gamma_k}{g} \left[s \frac{\gamma_r}{\gamma_k} \left(\frac{\Delta p}{E_r} + \frac{D}{\delta} \frac{\Delta p}{E_\sigma} \right) + (1-s) \left(\frac{\Delta p}{E_k} + \frac{D}{\delta} \frac{\Delta p}{E_\sigma} \right) \right]$$

Отсюда и определяется значение C_d .

$$C_d = \sqrt{\frac{1}{\frac{\gamma_r}{g} \left(\frac{1}{E_r} + \frac{D}{\delta} \frac{1}{E_m} \right) s + (1-s) \left(\frac{1}{E_{ж}} + \frac{D}{\delta} \frac{1}{E_m} \right) \frac{\gamma}{g}}} \quad (9)$$

или в несколько ином виде:

$$C_d = \frac{\sqrt{\frac{E_{ж}}{\gamma_{ж}} g}}{\sqrt{\left(1 + \frac{D}{\delta} \frac{E_{ж}}{E_m} \right) + s \left[\frac{\gamma_r}{\gamma_{ж}} \frac{E_{ж}}{E_r} - 1 + \frac{D}{\delta} \frac{E_{ж}}{E_m} \left(\frac{\gamma_r}{\gamma_{ж}} - 1 \right) \right]}} \quad (10)$$

Таким образом, выражение для скорости распространения ударной волны в трубах при движении двухфазной жидкости отличается от формулы Н. Е. Жуковского [для однофазной жидкости] добавочным членом и является более общим случаем.

Рассмотрим следующие частные случаи выражения (10):

1. При $s = 0$ или $\gamma_r = \gamma_{ж}$ и $E_r = E_{ж}$ получим формулу Н. Е. Жуковского

$$C_d = C = \frac{\sqrt{\frac{E_{ж}}{\gamma_{ж}} g}}{\sqrt{1 + \frac{D}{\delta} \frac{E_{ж}}{E_m}}} \quad (11)$$

2. При $\frac{D}{\delta} \frac{1}{E_m} = 0$, т. е. при бесконечно жесткой трубе

$$C_d = C_{од} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\gamma_{ж}}{g} \frac{1}{E_{ж}} (1-s) + \frac{\gamma_r}{g} \cdot \frac{1}{E_r} s}} \quad (12)$$

т. е. скорость распространения звука в двухфазной среде.

3. При $\frac{D}{\delta} \frac{1}{E_m} = 0$ и $s = 0$

$$C_d = C_{ож} = \sqrt{\frac{E_{ж}}{\gamma_{ж}} g}, \quad (13)$$

т. е. скорость распространения звука в жидкости.

4. При $\frac{D}{\delta} \frac{1}{E_m} = 0$ и $s = 1$

$$C_d = C_{от} = \sqrt{\frac{E_r}{\gamma_r} g}, \quad (14)$$

т. е. скорость распространения звука в твердой фазе.

Имея в виду (11–14), выражение (9) можно написать в несколько ином виде, которое более удобно для анализа:

$$C_d = \frac{C}{\sqrt{(1-s) + s \left[\frac{C^2}{C_{от}^2} + \frac{\gamma_T}{\gamma_{ж}} \left(1 - \frac{C^2}{C_{ож}^2} \right) \right]}} \quad (15)$$

Отметим, что скорость C_d в зависимости от параметров твердой фазы изменяется: от увеличения E_T скорость C_d увеличивается, от увеличения γ_T скорость C_d уменьшается, причем отношение $\frac{C_d}{C}$ также зависит от жесткости трубы $\frac{C^2}{C_{ож}^2}$ и может быть больше и меньше единицы.

Ниже даются некоторые цифровые величины, полученные с помощью выведенных выше формул.

Наименование второй фазы	γ_T кг/м ³	E_T кг/м ²	$C_{от}$ м/сек	s	$\frac{C_d}{C}$	C_d	$\frac{\Delta P_d}{\Delta P}$
Кварцевый песок . . .	2650	$4 \cdot 10^9$	3850	0,151	1,032	1320	1,29
Стальные стружки . . .	7850	$2,1 \cdot 10^{10}$	5130	0,051	0,99	1290	1,33
Сосновые стружки . . .	800	$1 \cdot 10^9$	3510	0,5	1,25	1620	1,12

$$\gamma_{ж} = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$E_{ж} = 2,07 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^2$$

$$E_m = 2,1 \cdot 10^{10} \text{ кг/м}^2$$

$$C_{ож} = 1425 \text{ м/сек}$$

$$C = 1296 \text{ м/сек}$$

Во всех трех случаях весовая концентрация принята равной 0,4.

В заключение отметим следующее:

1. Случаи гидравлического удара двухфазной жидкости (неполное закрытие, не прямой удар, отрицательный удар и т. д.) будут аналогичны удару однофазной жидкости.

2. Многочисленные числовые примеры (с возможными большими концентрациями, с разными материалами твердых частиц и жесткости труб) показали, что в большинстве случаев отношение $\frac{C_d}{C}$ довольно

близко к единице, и лишь в редких случаях отклонение превышает 10%. Это обстоятельство дает право считать, что в грубых расчетах можно принять ориентировочно $C_d = C$.

3. При выводе формул принимаются почти те допущения, которые приняты в формулах Н. Е. Жуковского (добавочно принимается линейный закон деформации твердых частиц). Несмотря на это, желательно было бы сравнить полученные нами выражения с результатами хорошо поставленных экспериментов.

4. В статье рассматривалась задача, когда твердая фаза взвешена и в трубе нет осадка. При наличии осадка необходимо совместное

рассмотрение условий взвешивания, донного влечения и их влияния на гидравлический удар, что чрезвычайно осложняет задачу. Однако, при допущении, что осадок остается неподвижным, аналогичным образом можно установить влияние осадка на параметры гидравлического удара.

Ереванский политехнический институт
им. Карла Маркса

Поступило 8.I 1960

Վ. Ն. ԹՈՒԿՄԱԶՅԱՆ

ՀԻԴՐԱՎԼԻԿԱԿԱՆ ՀԱՐՎԱԾԸ ԵՈՂՈՎԱԿՆԵՐՈՒՄ, ԵՐԿԵԱՁ
ՀԵՂՈՒԿԻ ՇԱՐՃՄԱՆ ԴԵՊՐՈՒՄ

Ա. Վ. Ի. Ո. Վ. Ն. Վ.

Հոդվածում ստացված են բանաձևեր հիդրավիկ հարվածի ալիքի տարածման արագության և ճնշման բարձրացման համար, երբ խողովակում ջարժվում է երկֆազ հեղուկ. բանաձևերի արտածումը կատարված է Ն. Ն. Ժուկովսկու մեթոդով և համարյա նույն բնդունելությունների համար, ինչ որ Ժուկովսկին կատարում է միաֆազ հեղուկի դեպքում:

Ճնշման բարձրացումը արտահայտված երկֆազ հեղուկի բարձրությունից որոշվում է միաֆազ հեղուկի ժամանակ ճնշման բարձրացման բանաձևով: Հարվածի ալիքի տարածման արագությունը կախված ֆազաների առաջնայինության մոդուլներից, ծավալային կշիռներից և խողովակի կշիռ-ստությունից կարող է մեծանալ կամ փոքրանալ, սակայն այս փոփոխությունը հիմնականում մեծ չափերի չի հասնում:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Жуковский Н. Е. Собрание сочинений. Т. III, Гос.издат. тех.-теоретич. лит. М.—Л., 1949.