

А. К. АНАНИ

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ РУСЛОВОГО ПРОЦЕССА

Из многочисленных вопросов руслообразования остановимся на частной задаче получения расчетных зависимостей для построения продольного профиля реки при изменении по времени высотного положения базиса эрозии. Решение частной практической задачи сводится к установлению продольного профиля русла реки при непрерывном понижении высоты ее базиса эрозии.

На обнаженных из-под вод озера Сепан землях происходят новые процессы руслообразования, которые имеют место и в настоящее время в связи с продолжающимся спуском уровня озера.

Новые процессы руслообразования выражаются боковой и донной эрозией, которые особенно интенсивно протекают на обнаженной из-под воды территории. На рис. 1 для примера показаны профили

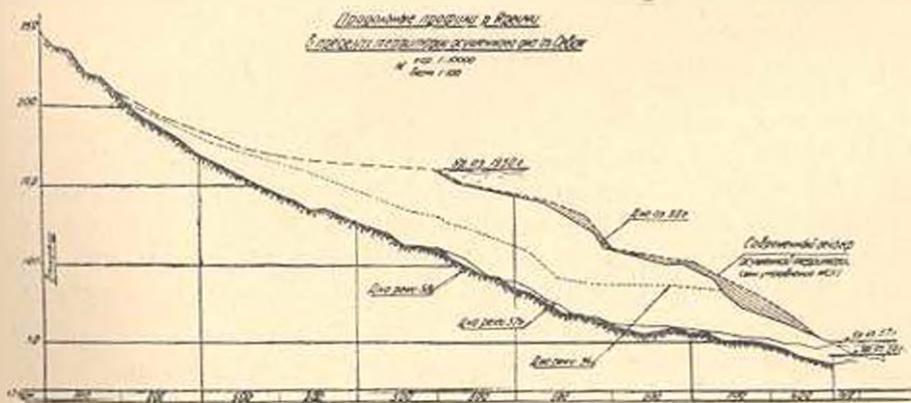


Рис. 1. Продольные профили русла реки в зависимости от высоты базиса эрозии.

одного из притоков озера, снятые инструментальной съемкой в различные периоды времени. На рис. 2 показан план этой же реки в соответствующий период времени. Из рис. 1, 2 видно в каких размерах выражаются новые процессы руслообразования и связи с понижением базиса эрозии. Однако можно отметить, что более интенсивно протекает процесс данной эрозии, а именно, врезание рек в глубь местности и стремление установить равновесное положение в соответствии с данным уровнем озера. Необходимо отметить, что новые процессы

руслообразования распространяются довольно далеко от устья рек и захватывают участки довольно большой длины. Требуется установить картину продольного профиля русла реки, при условии непрерывного (по произвольно заданному закону) подъема или опускания ее устья. Аналогичная картина может иметь место и для рек, на которых построены водохранилища, уровень которых меняется в зависимости от обрабатываемого объема.

В работах [1, 2] изложены решения поставленной выше задачи в предположении, что ширина реки и гранулометрический состав грунтов, из которых сложено русло — постоянные величины. В настоящей

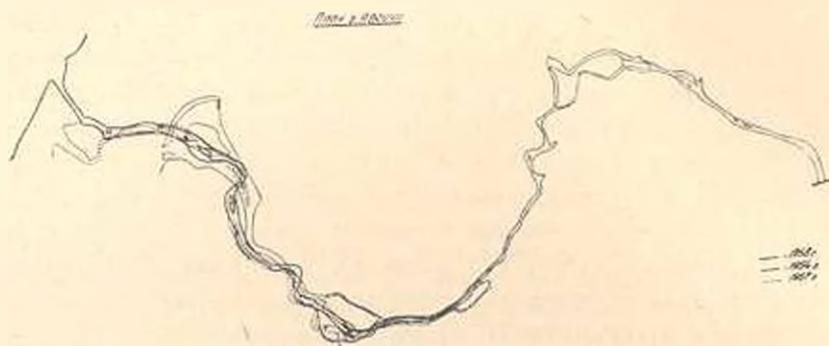


Рис. 2. План русла реки в зависимости от перемещения базиса эрозии

работе мы исследуем продольный профиль русла без указанных выше ограничений. Поставленная задача приближенно решается при совместном использовании следующих уравнений:

- 1) Уравнение неразрывности твердого стока

$$\frac{\partial(Gb)}{\partial x} + \frac{\partial(bz)}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

где $G(x, t)$ — расход твердых частиц (взвешенных и донных наносов) на единицу ширины русла, $b(x, t)$ — ширина реки, $z(x, t)$ — высота расположения русла реки над условно взятой горизонтальной плоскостью. Ось x -ов принимается направленной по течению потока, t — время.

- 2) Уравнения неравномерного движения жидкости

$$\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{2g m^2} \right) - \frac{U^2}{C^2 h}, \quad (2)$$

где h — глубина потока, Q — руслоформирующий расход, который для упрощения задачи принимается постоянным, m — площадь живого сечения потока, U — средняя скорость потока, C — коэффициент сопротивления подвижного русла.

Таким образом, мы имеем два уравнения с четырьмя неизвестными, если принимать, что C — не меняется по длине русла. Дополнительные уравнения мы устанавливаем используя методы теории подобия и размерностей [3, 4].

3. Уравнения транспортирующей способности потока [3]

$$Gb = Qs_{sp} \frac{Q \varphi \left(\frac{d}{h} \right) i V \sqrt{g h i}}{\kappa \omega} = A h^2 \left[- \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} \right) \right]^{0,21} \quad (3)$$

$i = - \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} \right)$ — уклон свободной поверхности потока, $z = \frac{\rho_s - \rho}{\rho}$ — относительная плотность частиц наносов, ω — гидравлическая крупность, κ — постоянная Кармана, $\varphi \left(\frac{d}{h} \right)$ — поправочный коэффициент.

Пропорциональность транспортирующей способности потока четвертой степени средней скорости потока экспериментально доказана многочисленными исследованиями. Поэтому структуру формулы по транспортирующей способности потока, приведенную в работах [3—4], можно считать близкой к истине.

4) Морфометрическая зависимость для ширины русла [3]:

$$b = \beta Q^x i_0^y d^z, \quad (4)$$

где Q — руслоформирующий расход, $i_0 = - \frac{\partial z}{\partial x}$ — уклон дна русла, d — средний диаметр фракций тех донных наносов, которые принимают активное участие в деформациях русла.

Согласно анализу размерностей будем иметь

$$\frac{b}{d} = \beta \left(\frac{Q}{d^2 V \sqrt{g d i}} \right)^x. \quad (5)$$

На рис. 1 приведены результаты многочисленных натуральных и модельных опытов по исследованию руслообразования и обработанные сотрудниками Института энергетики и гидравлики АН Армянской ССР М. Похсрабяном. Как видно, структура уравнения (5) довольно удовлетворительная, так как она одинаково применена как к модельным рекам (микрорекам), так и к большим. Из рис. 1 видно, что $\beta = 2,7$, $x = 0,42$. Необходимо отметить, что численные значения этих коэффициентов почти совпадают с данными М. Великанова [3].

С учетом данных рис. 1 уравнение (5) можно представить в следующем виде:

$$b = 2,7 g^{-0,21} Q^{0,42} d^{-0,84} \left(- \frac{dz}{dx} \right)^{0,21} = k d^{-0,84} \left(\frac{dz}{dx} \right)^{-0,21}. \quad (6)$$

Для общности решения задачи принимаем, что средний размер фракций донных наносов, которые принимают активное участие в процессе руслообразования, меняется по длине реки по некоторому закону.

Примем, например, экспоненциальный закон:

$$d = d_0 e^{-\alpha x}. \quad (7)$$

Система уравнений (1, 2, 3, 6, 7) является замкнутой.

Таким образом, исследование продольного профиля реки сводится к решению указанной выше системе уравнений. Совместное применение этих уравнений очевидно, так как подъем и опускание дна реки может произойти вследствие заиления и размыва ее русла, что определяется транспортирующей способностью потока в данном створе. С другой стороны, деформация русла влияет и на характер движения жидкости и обратно. В общем случае движения жидкости в деформирующихся руслах будет неравномерным (волновое движение исключается, так как паводок на реках Севанского бассейна во времени изменяется довольно медленно).

Будем считать, что в каждом створе, в каждый момент времени проходит тот твердый расход, который соответствует транспортирующей способности потока в этом створе и в этот момент времени. Очевидно, это будет иметь место в том случае, когда осаждение или подъем частиц со дна реки произойдет в промежуток времени, очень малый по сравнению с общей продолжительностью всего рассматриваемого процесса.

Для облегчения дальнейших преобразований выражение $\left(\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x}\right)^2$ линеаризируем на участке русла реки, уклон которого меняется от минимального i_1 до максимального i_2 . Используя известные интерполяционные формулы [3], будем иметь:

$$i = C_1(i_2 - C_2), \quad C_1 = \frac{i_2 - i_1}{i_2 - i_1}, \quad C_2 = -i_1 + \frac{i_1^2}{C_1} \quad (8)$$

После совместного решения уравнений (1, 2, 3, 6, 7) с учетом (8) и отбрасывая величины второго порядка малости $\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2$ и $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$, получим для $z(x, t)$ следующие уравнения:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + m z \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial t} + p \frac{\partial z}{\partial x} + q \frac{\partial z}{\partial t} + D = 0, \quad (9)$$

где

$$m = - \frac{0,42h^{0,5} (b^{1,2} d^{0,05} k^{-1})^{4,75}}{AC_1 \Delta} \left(1 - \frac{Q^2}{gb^2 h^3}\right); \quad (10)$$

$$p = - \frac{-C_2 \frac{Q^2}{C^2 b^2 h^3} + \frac{0,05 Q^2 z}{gb^2 h^2} + \left(\frac{k}{bd_{cp}^{0,05}}\right)^{4,75}}{\Delta}; \quad (12)$$

$$q = - \frac{2 \left(bh^{0,5} - \frac{Q^2}{gbh^{2,5}}\right)}{AC_1 \Delta}; \quad (11)$$

$$D = \frac{C_2 \left(\frac{Q}{Cb^2h^3} \right) - \left(\frac{0,05Q\alpha}{gb^2h^3} \right)}{\Delta}; \quad (13)$$

$$\Delta = 2h - \frac{2,2Q^2}{gh^2b^3} - \frac{0,2C_2Q^{2,75}d_{cp}^{2,75}}{gh^2b^{2,75}}. \quad (14)$$

Уравнение (9) решаем при следующих граничных и начальных условиях:

$$z(0, t) = z_n - v_n t, \quad z(l, t) = z_k - v_k t, \quad z(0, x) = z(x). \quad (15)$$

z_n и z_k — отметки начального и конечного участков реки в момент времени $t = 0$, v_n и v_k — скорости опускания или поднятия дна в этих же створах $\varphi(x)$ — уравнение продольного профиля русла в начальный момент времени.

Для линеаризации уравнения (9) примем следующие обозначения:

$$z(x, t) = z_0 + y(x, t). \quad (16)$$

z_0 — превышение конечного створа реки под произвольно взятой горизонтальной плоскостью, $y(x, t)$ — переменная величина z_0 всегда можно выбрать так, чтобы $\frac{y}{z_0} \ll 1$. С учетом (16) уравнение (9) можно представить в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + m z_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + p \frac{\partial y}{\partial x} + q \frac{\partial y}{\partial t} + D = 0. \quad (17)$$

Коэффициенты m , p , q и D мало отклоняются от своих средних значений, поэтому в первом приближении считаем их постоянной величиной.

Уравнение (17) решаем методами операционного исчисления. Окончательный результат решения уравнения (9) при граничных и начальных условиях (15) получается очень громоздкий. Ниже приводится приближенное выражение этого решения.

$$\begin{aligned} z(x, t) = & Ax^2 + Bx + E - \frac{2Ap}{q} tx + \\ & + \frac{2Apmz_0}{q^2} t + \frac{Ap^2}{q^2} t^2 - \frac{2A + Bp + D}{q} t - \\ & - \left(v_n t + \frac{Ap^2}{q^2} t^2 + \frac{2Apmz_0}{q^2} t - \frac{2A + Bp + D}{q} t \right) e^{-\rho x} \frac{\text{sh} \frac{l-x}{2} \rho}{\text{sh} \frac{lp}{2}} - \\ & - \left(v_k t - \frac{2Apl}{q} t + \frac{Ap^2}{q^2} t^2 + \frac{2Apmz_0}{q^2} t - \right. \\ & \left. - \frac{2A + Bp + D}{q} t \right) e^{-\frac{l-x}{2} \rho} \frac{\text{sh} \frac{px}{2}}{\text{sh} \frac{pl}{2}} + 0(\delta), \quad (18) \end{aligned}$$

где через $O(\delta)$ обозначены те члены решения уравнения (9), которые здесь не приведены ввиду их громоздкости. Необходимо отметить, что эти члены выражаются в виде быстро сходящихся рядов. Расчеты показали, что если на модели время, в течение которого происходит опускание базиса эрозии реки, взять равным нескольким часам, то

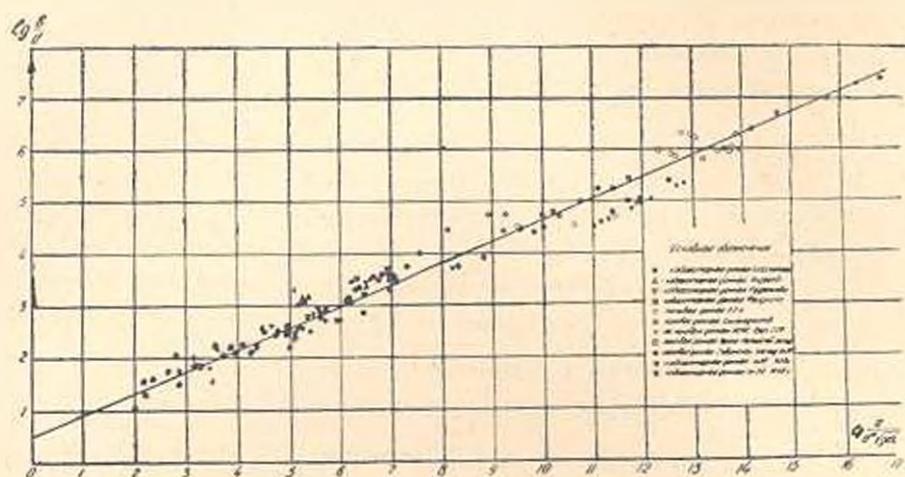


Рис. 3. Морфометрическая зависимость для ширины русла реки (М. Похсарьян).

слагаемое $O(\delta)$ составляет лишь 1—3% от той суммы, общее выражение которой дается формулой (18). На рис. 4 приведены продольные русла реки, полученные в лабораторных условиях при понижении базиса эрозии.

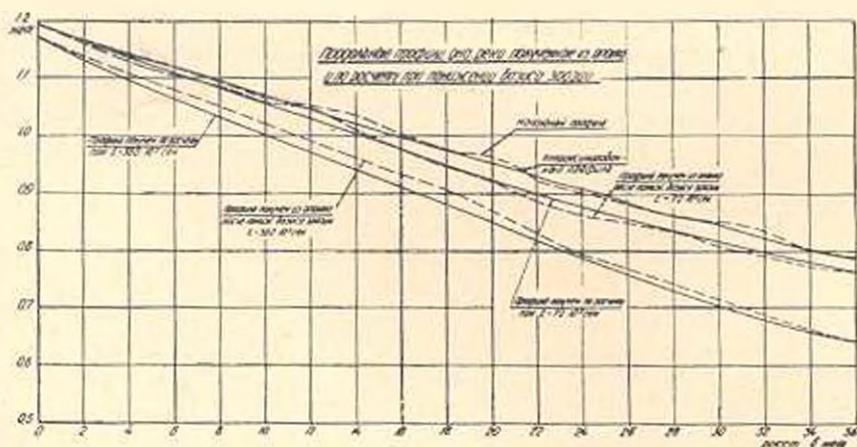


Рис. 4. Сопоставление продольных профилей полученные из опыта в лабораторных условиях и по расчету.

Для сопоставления результатов теоретических расчетов с данными опытов решим два примера.

На рис. 4 пунктирной линией показаны продольный профиль реки,

полученный в лабораторных условиях. Для начального момента времени ($t=0$) профиль будем считать заданным. Ширина реки меняется от 0,6 до 0,9 м и удовлетворяет на различных элементарных участках морфометрической зависимости (5). Результаты морфометрического анализа приведены на рис. 3.

Расчетные данные для этой реки таковы:

$$\begin{aligned} Q &= 0,007 \text{ м}^3 \text{ сек} & h_{cp} &= 0,03 \text{ м} & i_1 &= 0,0097 \\ i_2 &= 0,0126 & d_n &= 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ м} & \alpha &= 2,15 \\ C &= 18 \text{ м/сек} & v_n &= 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ м/сек} \\ v_k &= 3,6 \cdot 10^{-7} \text{ м/сек} & U &= 0,33 \text{ м/сек} \end{aligned}$$

Задача ставится следующим образом.

Требуется построить продольный профиль реки, который она будет иметь в момент времени t , если известны характеристики потока и русла в начальный момент времени и скорость опускания базиса эрозии реки. Задано также, что гранулометрический состав грунтов по длине реки меняется по экспоненциальному закону.

Решение задачи ведется в следующей последовательности. Начальный профиль реки аппроксимируем соответствующей кривой для получения функции $\varphi(x)$. Этот профиль пунктирной линией показан на рис. 4. В результате аппроксимирования получаются следующие численные значения коэффициентов:

$$A = 0,608 \cdot 10^{-4}, \quad B = -0,136 \cdot 10^{-4}, \quad E = 1,19.$$

Затем, при заданных выше исходных данных, по формулам (10)–(14) определяем коэффициенты $p = -0,058 \text{ м}^{-1}$, $q = -422 \text{ сек/м}$, $m = -6958 \text{ сек/м}^3$ и $D = 0,114 \cdot 10^{-2} / \text{м}^{-1}$.

По этим данным по формуле (18) рассчитан продольный профиль реки для любого момента времени при заданном законе понижения базиса эрозии.

Для примера определим продольный профиль русла для двух последующих моментов времени $t_1 = 72 \cdot 10^3 \text{ сек}$ и $t_2 = 360 \cdot 10^3 \text{ сек}$.

Соответствующие расчетные формулы примут следующий вид:

$$\begin{aligned} z(x, 72 \cdot 10^3) &= 0,608 \cdot 10^{-4} x^2 - 0,0148x + 1,25 - \\ &- 0,061 e^{0,029x} \frac{\text{sh}\left(18 - \frac{x}{2}\right) 0,058}{\text{sh}1,044} - 0,042 e^{-\left(18 - \frac{x}{2}\right)} \frac{\text{sh}0,029x}{\text{sh}1,044}; \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z(x, 360 \cdot 10^3) &= 0,61 \cdot 10^{-4} x^2 - 0,9195x + 1,62 - \\ &- 0,45 e^{0,029x} \frac{\text{sh}\left(18 - \frac{x}{2}\right) 0,058}{\text{sh}1,044} - 0,36 e^{-\left(18 - \frac{x}{2}\right)} \frac{\text{sh}0,029x}{\text{sh}1,044}. \quad (20) \end{aligned}$$

Результаты расчетов, выполненных по формулам (19) и (20), приведены на рис. 4. На этом же рисунке показаны продольные профили реки, полученные из опыта для соответствующих моментов времени t_1 и t_2 . Аналогичные расчеты выполнены и для дру-

гих опытов. Результаты этих расчетов, в том числе и для натуральных продольных профилей, будут опубликованы в других работах автора.

На основании выполненных расчетов можно отметить, что уравнение (9) удовлетворительно выражает главные характеристики процесса руслообразования (продольный профиль). При этом следует учесть, что проблема руслообразования очень сложная, и мы получили решение задачи в первом приближении. Необходимо отметить, что в ранее опубликованных работах [1] и [2] аналогичные расчеты



Рис. 5. р. Дзкнагел. Обнаженная и разрушенная опора моста на шоссеиной дороге.

выполнялись при условии $b = \text{const}$ и $d = \text{const}$. Из этих же опубликованных работ видно, что расчетные продольные профили получаются, в основном, в виде прямых линий.

При условии $b = \text{const}$ и $d \neq \text{const}$ продольные профили получаются в виде кривых линий, что ближе к действительности. Кривизна этих линий зависит от степени изменчивости d и b , а также от других гидравлических характеристик потока.

В заключение считаю своим долгом отметить, что приведенные выше расчеты выполнялись научными сотрудниками Института энергетики и гидравлики АН Армянской ССР Р. Дарбиняном и Р. Аветисяном.

Ա. Կ. ԱՆՆՅԱՆ

ՀՈՒՆԱԿԱԿԱՆՄԱՆ ՊՐՈԳՆՈՂՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԻԿԱՆ ԼՈՒ ՔԱՆԻ ՀԱՐՑԵՐ

Ա մ փ ո փ ու մ

Հողվածում տրվում է հունակազմման պրոցեսների անալիզը, որը կապված է գետերի բողբոխի իջնցման հետ: Այդ խնդրի լուծման անհրաժեշտությունը թելադրվում է ներկայումս Մեծնա լիճը թափվող գետերի վրա տարվող շինարարական աշխատանքների հետ:

Ինչպես հայտնի է, լճի հորիզոնը ձառայում է բազիս երոզիտ նրա մեջ թափվող գետերի համար: Ներկայումս լճի հորիզոնը իջել է 12 մետր: Դրա հետևանքով ազատված տեղանքով հոսող գետերը առաջացրել են նոր հուներ, պահանջվում է որոշել ինչ գեոֆորմացիաներ (հատակային երոզիտ) տեղի կունենա ներկայիս գետերի հուններում, եթե լճի հորիզոնը շարունակվի իջնել: Այդ խնդրի լուծումը իրականացվում է հետևյալ հինգ հավասարումների համակցությամբ: 1) հունի գեոֆորմացիայի, 2) հեղուկի անհավասարաչափ շարման, 3) կոշտ լճի տեղափոխման, 4) մորֆոմիտից և 5) հունի հատակը կազմող ավազների հատիկների փոփոխման հավասարումների օգնությամբ: Ելքից հավասարումները որոշ ձևափոխումներից հետո (զեն ևն զգված երկրորդ կարգի փոքր մեծությունները) բերվում են (Ս) հավասարումներ: Այդ հավասարման մեջ մտնող անհայտը հունի ընդերկայնական կտրվածքն է $Z(x, t)$:

Վերոհիշյալ հավասարումը լուծված է որոշ նախնական և սկզբնական պայմանների համար, որոնք ներկայացված են (15) հավասարումների օգնությամբ: (Ս) հավասարման մոտափոր լուծումը բերված է (18) բանաձևում: Առաջված բանաձևերի օգնությամբ կատարված հաշվարկները համեմատված են լաբորատոր պայմաններում կատարված հունակազմման պրոցեսների հետ:

Հունային պրոցեսների հետազոտման համար կորցի լաբորատորիայում կառուցվել է հասուկ մոդել $90 \times 10 \times 1,5$ մետր չափերով: Այդ մոդելի վրա լիճը ներկայացված է ջրամբարի օգնությամբ, որի մաքսիմալ խորությունը հասնում է 1,5 մետրի: Ջրի տակի տեղանքը (հաշված նախկին հորիզոնից մինչև լճի իջնցումը) կառուցվել է տեղում եղած ավազներից բառիմետրիկ բարանդի և երկրաբանական հետազոտությունների ավյախներով:

Հունակազմման նոր պրոցեսները լաբորատորիայում առաջարկվել են այն ձևով, ինչ ձևով որ նրանք տեղի են ունեցել և ունենում են բնական պայմաններում: Ջրի մակարդակը մոդելի վրա տրվել են ամեն մի տարվան համապատասխանող հիդրոգրաֆների համաձայն: Մոդելացումը կատարվել է (1—4) հավասարումների օգնությամբ:

Տեսական հաշվարկներով և փորձնական ճանապարհով դատված հունների ընդերկայնական կտրվածքները համընկել են բախարար շափով:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Анания А. К. Расчет продольного профиля русла реки при непрерывном изменении ее базиса эрозии. «Известия АН Армянской ССР», сер. техн. н., т. XII, № 3, 1959.
2. Анания А. К. Об устойчивом продольном профиле русла реки. «Известия АН Армянской ССР», сер. техн. н., т. XII, № 1, 1959.
3. Валиханов М. К. Русловой процесс. Гос. изд. физ.-мат. литературы, 1958.
4. Егнатаров Н. В. Транспортирующая способность открытых потоков. «Известия АН СССР», ОТН, № 3, 1956.