ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XII, № 5, 1959 Серия технических наук

**НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ**

А. Г. НАЗАРОВ

# ПРЕДПОЧТИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ТЕХНИКА ВЫЧИСЛЕНИЯ

С 1 января 1957 г. введен в действие ГОСТ 8032—56 „Стандарт на предпочтительные числа и ряды предпочтительных чисел". Мы не будем останавливаться на исключительной важности этого мероприятия, роль которого в стандартизации промышленной продукции нашей страны будет неуклонно возрастать [1, 2, 3]. Нас заинтересовало, в частности, упрощение в подсчетах различных параметров стандартных изделий, основанное на применении предпочтительных чисел, являющихся по существу антилогарифмами. Простой анализ показывает возможность осуществления любых арифметических операций на основе предпочтительных чисел. Для этого при заданной системе предпочтительных чисел следует исключить из рассмотрения все другие числа (т. е. запретить их применение). При *арифметических действиях следует неизменно пользоваться предпочтительным числом, ближайшим к данному числу*. Таким образом сами числа должны быть стандартизованы.

В табл. 1 приведены для примера предпочтительные числа, отвечающие ряду $q^N = x$ при условии $q^{100} = 10$, при $O < N \leqslant 99$. Любое предпочтительное число $y$ может быть представлено как

$$y = 10^{\pm n} \cdot x. \tag{1}$$

Поэтому, если $y = q^{N'}$, то должно быть

$$N' = N \pm 100n. \tag{2}$$

*Таблица 1*

| $N$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1,00 | 1,02 | 1,05 | 1,07 | 1,10 | 1,12 | 1,15 | 1,17 | 1,20 | 1,23 |
| 1 | 1,26 | 1,29 | 1,32 | 1,35 | 1,38 | 1,41 | 1,45 | 1,48 | 1,51 | 1,55 |
| 2 | 1,58 | 1,62 | 1,66 | 1,70 | 1,74 | 1,78 | 1,82 | 1,86 | 1,91 | 1,95 |
| 3 | 2,00 | 2,04 | 2,09 | 2,14 | 2,19 | 2,24 | 2,29 | 2,34 | 2,40 | 2,45 |
| 4 | 2,51 | 2,57 | 2,63 | 2,69 | 2,75 | 2,82 | 2,88 | 2,95 | 3,02 | 3,09 |
| 5 | 3,16 | 3,24 | 3,11 | 3,39 | 3,47 | 3,55 | 3,63 | 3,72 | 3,30 | 3,89 |
| 6 | 3,98 | 4,07 | 4,17 | 4,27 | 4,37 | 4,47 | 4,57 | 4,68 | 4,79 | 4,90 |
| 7 | 5,01 | 5,13 | 5,25 | 5,37 | 5,50 | 5,62 | 5,75 | 5,89 | 6,03 | 6,17 |
| 8 | 6,31 | 6,46 | 6,61 | 6,76 | 6,92 | 7,08 | 7,24 | 7,41 | 7,59 | 7,76 |
| 9 | 7,94 | 8,13 | 8,32 | 8,51 | 8,71 | 8,91 | 9,12 | 9,33 | 9,55 | 9,77 |

Таким образом, $N'$ образует натуральный ряд от $-\infty$ до $+\infty$. Члены этого ряда удобно рассматривать как *номера* соответствующих предпочтительных чисел.

Так, например, предпочтительному числу $x = 2{,}57$ отвечает $N = 41$ (табл. 1). Следовательно, предпочтительным числом $x = 25{,}7$; $x = 257$; $x = 0{,}257$; $x = 0{,}0257$ соответственно отвечают номера: $N = 41 + 100 = 141$; $N = 41 + 200 = 241$; $N = 41 - 100 = -59$; $N = 41 - 200 = -159$. Здесь под $N$ подразумевается и $N'$ (2). При принятом условии $q^{100} = 10$ или $q \sim 1{,}023$, два любых соседних предпочтительных числа отличаются на $2{,}3\%$.

Таким образом, для данного случая всякое число может быть заменено предпочтительным числом с точностью $\sim 1.15\%$. Если в основу счета принять $q^{1000} = 10$, т. е. $q \sim 1{,}0023$, то всякое число может быть заменено предпочтительным числом с точностью $\sim 0{,}115\%$, что достаточно для подавляющего большинства вычислений.

Умножение, деление и возведение в степень предпочтительных чисел опять-таки приводят к предпочтительному числу. Номер произведения равен сумме номеров слагаемых, номер частного равен разности номеров делимого и делителя, номер степени числа равен номеру числа, помноженному на степень. При извлечении корня из предпочтительного числа следует разделить его номер на показатель радикала. Если номер делится без остатка, то при извлечении корня мы получаем опять-таки предпочтительное число. Если номер не делится, то за частное принимается ближайшее целое число. Следовательно результат извлечения корня приближенно представляется ближайшим предпочтительным числом.

Условимся за номер отрицательного числа принимать номер положительного числа с чертой поверху. Например, для

$$x = -2{,}57;\quad N = \overline{41};\quad x = -0{,}257;\quad N = -\overline{59}.$$

Операция сложения осуществляется с помощью табл. 2. Она составлена следующим образом.

*Таблица 2*

(Сложение)

| $\alpha$ | $\beta$ | $\alpha$ | $\beta$ | $\alpha$ | $\beta$ | $\alpha$ | $\beta$ | $\alpha$ | $\beta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0—1 | 30 | 15—16 | 23 | 34—36 | 16 | 62—66 | 9 | 123—146 | 2 |
| 2—3 | 29 | 17—18 | 22 | 37—39 | 15 | 67—72 | 8 | 147—194 | 1 |
| 4—5 | 28 | 19—21 | 21 | 40—43 | 14 | 73—79 | 7 | >194 | 0 |
| 6—7 | 27 | 22—24 | 20 | 44—47 | 13 | 80—87 | 6 | | |
| 8—9 | 26 | 25—27 | 19 | 48—51 | 12 | 88—96 | 5 | | |
| 10—12 | 25 | 28—30 | 18 | 52—56 | 11 | 97—107 | 4 | | |
| 13—14 | 24 | 31—33 | 17 | 57—61 | 10 | 108—122 | 3 | | |

Рассмотрим суммирование двух предпочтительных чисел

$$x = q^m + q^n,$$

где, конечно, $m$ и $n$ целые числа, причем для определенности $m > n$. Тогда

$$x = q^m (1 + q^{n-m}) = q^m (1 + q^{-\alpha}), \quad \alpha = m - n.$$

Значение $1 + q^{-\alpha}$ заменяем ближайшим предпочтительным числом $q^{\beta}$. Таким образом,

$$x \approx q^m q^{\beta} = q^{m+\beta}, \text{ т. е. } N = m + \beta.$$

В табл. 2 приведены значения $\beta$ в зависимости от $\alpha$.

Таким образом, *чтобы найти номер суммы двух предпочтительных чисел, нужно из номера большего слагаемого вычесть номер меньшего слагаемого, по полученному значению $\alpha$ найти значение $\beta$ и добавить его к номеру большего числа.*

Операция вычитания осуществляется с помощью табл. 3. Она составлена следующим образом.

*Таблица 3*

(Вычитание)

| $\alpha$ | $\gamma$ | $\alpha$ | $\gamma$ | $\alpha$ | $\gamma$ | $\alpha$ | $\gamma$ | $\alpha$ | $\gamma$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 77 | 19 | 45 | 30 | 30 | 45—46 | 19 | 76—79 | 8 |
| 9 | 73 | 20 | 43 | 31 | 29 | 47 | 18 | 80—85 | 7 |
| 10 | 69 | 21 | 42 | 32 | 28 | 48—49 | 17 | 86—92 | 6 |
| 11 | 65 | 22 | 40 | 33—34 | 27 | 50—52 | 16 | 93—100 | 5 |
| 12 | 62 | 23 | 38 | 35 | 26 | 53—54 | 15 | 101—111 | 4 |
| 13 | 59 | 24 | 37 | 36 | 25 | 55—57 | 14 | 112—124 | 3 |
| 14 | 56 | 25 | 36 | 37 | 24 | 58—60 | 13 | 125—146 | 2 |
| 15 | 53 | 26 | 35 | 38—39 | 23 | 51—63 | 12 | 147—194 | 1 |
| 16 | 51 | 27 | 33 | 40 | 22 | 64—66 | 11 | $>194$ | 0 |
| 17 | 49 | 28 | 32 | 41—42 | 21 | 67—70 | 10 | | |
| 18 | 47 | 29 | 31 | 43—44 | 20 | 71—75 | 9 | | |

Рассмотрим вычитание

$$x = q^m - q^n,$$

где по-прежнему $m > n$. Тогда

$$x = q^m (1 - q^{n-m}) = q^m (1 - q^{-\alpha}).$$

Значение $1 - q^{-\alpha}$ заменяем ближайшим предпочтительным числом $q^{-\gamma}$. Таким образом,

$$x \sim q^m q^{-\gamma} = q^{m-\gamma}, \text{ т. е } N = m - \gamma.$$

В табл. 3 приведены значения $\gamma$ в зависимости от $\alpha$. Таким образом, *чтобы найти номер разности двух предпочтительных чисел, нужно из большего номера вычесть меньший номер; по полученному значению $\alpha$ найти значение $\gamma$ и вычесть его из большего номера.* Если разность отрицательна, то над полученным номером ставится черта. При малом различии между $n$ и $m$, т. е. при малом $\alpha$, получается разность двух чисел, близких по величине, и ошибка при замене чисел предпочтительными числами может существенно возрастать.

В табл. 3 приведены значения $\gamma$ при $\alpha \geqslant 8$, что отвечает примерно допуску предельной ошибки при вычитании близких чисел порядка $\pm 5\%$. Ясно, что при разности близких по величине чисел следует пользоваться более подробными предпочтительными числами, скажем на основе $q^{1000} = 10$; $q^{10\,000} = 10$, в зависимости от требуемой точности.

Теперь мы можем полностью определить арифметические операции с помощью номеров предпочтительных чисел.

Пусть заданы какие-либо арифметические действия над какими-либо числами. Эти числа заменяются номерами ближайших предпочтительных чисел. При этом операции умножения, деления, возведения в степень и извлечения корня соответственно заменяются операциями сложения, вычитания, умножения и деления по установленным выше правилам. Символы сложения и вычитания над числами заменяются вертикальными чертами. Они означают, что надо пользоваться таблицами 2 и 3. Пример 1. Найти

$$x = [(12{,}4 : 5{,}4)^{2{,}5} + (59 \times 0{,}45^{1{,}4}]^{1/2}.$$

Соответствующие действия над номерами ближайших предпочтительных чисел (см. табл. 1 и формулы (1) и (2)) имеют следующий вид:

$$x = [(9 + 100 - 73) \times 2{,}5 \,|\, (77 + 100 + 65 - 100) \times 1{,}4] : 2 =$$

$$= [36 \times 2{,}5 \,|\, 142 \times 1{,}4] : 2 = [90 \,|\, 199] : 2.$$

Так как над числами 90 и 199 нет черты, то это означает, что соответствующие предпочтительные числа положительны и следовательно имеет место сложение. Если бы над ними обоими были бы черты, то опять-таки мы имели бы сложение, причем над результативным предпочтительным числом также надо поставить черту.

Вычитая из большего числа меньшее, получим:

$$199 - 90 = 109.$$

В соответствии с табл. 2 для $\alpha = 109$ находим $\beta = 3$. Следовательно искомый номер суммы есть

$$199 + 3 = 202.$$

Итак

$$N = [90 \,|\, 199] : 2 = [202] : 2 = 101.$$

Искомое значение находится по табл. 1 и формулам (1), (2):

$$x = 1{,}02 \times 10 = 10{,}2.$$

Значение $x$ с первыми четырьмя точными знаками есть 10,32. Пример 2. Найти

$$x = [(12{,}4 : 5{,}4)^{2{,}5} - (59 \times 0{,}45)^{1{,}4}]^{2}.$$

Соответствующие действия над номерами ближайших предпочтительных чисел имеют следующий вид;

$$N = [(9 + 100 - 73)\ 2{,}5 \,|\, \overline{(77 + 100 + 65 - 100) \times 1{,}4}] \times 2 =$$

$$= [90 \,|\, \overline{199}] \times 2.$$

Здесь мы имеем вычитание. Поэтому по изложенному выше правилу находим разность $\alpha = 199 - 90 = 109$.

Из табл. 3 находим $\gamma = 4$. Стало быть, номер разности $199-4 = 195$. Поскольку большее число при вычитании было отрицательно, то $N = \overline{195}$.

Итак $N = [90 \mid \overline{199}] \times 2 = \overline{195} \times 2 = 390$.

Номер стал положительным, так как предпочтительное число возведено в квадрат.

По табл. 1 находим искомое число

$$x = 1000 \times 7{,}94 = 7940.$$

Точное значение $x = 8202$.

Приведенные таблицы 1, 2 и 3 примерно обеспечивают точность обыкновенной логарифмической линейки. Поэтому большую ценность, конечно, имеют таблицы на основе $q^{1000} = 10$ и более.

Предлагаемый способ счета имеет следующие достоинства:

1. Относительное различие между двумя смежными значениями двух предпочтительных чисел

$$\frac{q^n - q^{n-1}}{q^{n-1}} \times 100 = (q-1) \times 100\%$$

не зависит от абсолютных величин чисел, т. е. является величиной постоянной. Стало быть, при замене числа предпочтительным числом мы ***автоматически обеспечиваем заданную относительную погрешность в вычислениях, определяемую выбранным значением*** $q$;

2. Логарифмы предпочтительных чисел, т. е. их номера, всегда представляют собою целые числа, что удобно для вычислений.

3. Операции интерполирования при пользовании таблицами устранены. Выгоднее применять таблицы на порядок точнее чем интерполировать.

4. Сложные операции вычисления заменены более простыми (вместо возведения в степень — умножение, умножения — сложение и т. д.);

5. Достаточен весьма малый запас чисел для охвата большого диапазона изменения величин, что также представляет существенное удобство в особенности для запоминающих устройств.

Рассмотрим, например, предельные значения длин, измеренных человеком.

Наименьшая величина — это размер ядра атома, которая является величиной порядка $10^{-13}$ *см*. Наибольшая измеренная длина — это предельное расстояние до наиболее удаленных наблюденных галактик, измеряемой в 10 миллиардов световых лет, чему соответствует $10^{28}$ *см*. Если за знаменатель геометрической прогрессии принять $q^{100} = 10$, то достаточно лишь 4100 различных чисел между этими двумя предельными числами, чтобы определить любую длину с точностью $\sim 1\%$. При знаменателе прогрессии $q^{1000} = 10$, достаточно только 41.000 различных чисел, чтобы любую длину в этом огромном диапазоне определить с точностью $\sim 0{,}1\%$.

Не исключена целесообразность использования рассматриваемого способа счета на вычислительных машинах. Программирование вычислительных операций может быть осуществлено непосредственно для номеров предпочтительных чисел. Тиблицы типа 2 и 3 должны быть занесены в запоминающее устройство.

Поступило 15.III.1959

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Кураков И. Г.* Журн. „Стандартизация“, № 1, 1954.
2. *Ткаченко В. В.* Журн. „Стандартизация“, № 1, 1956.
. ГОСТ 8032—56.

А. Г. НАЗАРЯН, М. С. ПОХСРАРЯН, М. И. ТЕР-АСТВАЦАТРЯН

## МОДЕЛИРОВАНИЕ РУСЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ МОРФОМЕТРИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

В связи с понижением уровня озера Севан происходит опускание базиса эрозии рек, впадающих в озеро, что сопровождается боковой и особенно усиленной донной эрозией.

Целью данного исследования является установление характера изменения продольных профилей рек при дальнейшем спуске уровня озера, что необходимо для проектирования соответствующих руслорегулирующих сооружений. Одним из путей решения этой задачи является лабораторное исследование на русловых моделях. Моделирование процесса руслообразования осуществляется путем применения трех друг от друга независящих соотношений: морфометрическая зависимость, обобщенная формула Маннинга и условие подвижности размываемого русла.

Морфометрическая зависимость, предложенная М. А. Великановым [1], связывает относительную ширину потока $\frac{b}{d}$ с его основными элементами: расходом $q$, средним диаметром частиц грунта — $d$ и уклоном ложа реки $i$.

$$\frac{b}{d} = \alpha \left[ \frac{q}{d^2 \sqrt{gdi}} \right]^x. \tag{1}$$

Численные значения $\alpha$ и $x$ определяли путем анализа натурных данных для рек бассейна озера Севан (рис. 1).

Обобщенная формула Маннинга связывает среднюю скорость потока $u_{ср}$ как с уклоном $i$ и глубиной $h$ так и со средним диаметром частицы грунта $d$

$$u_{ср} = \beta \left( \frac{h}{d} \right)^n \sqrt{ghi}. \tag{2}$$