

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Э. Е ХАЧИЯН

К ИНТЕРПРЕТАЦИИ СЕЙСМИЧЕСКОГО СПЕКТРА  
 И УЧЕТУ ВЛИЯНИЯ ВЫСШИХ ФОРМ КОЛЕБАНИЙ

В последние годы значительно усовершенствовались методы расчета сооружений на сейсмостойкость. В конце 1957 года были утверждены „Нормы и правила строительства в сейсмических районах“ (СН-8-57).

Согласно СН-8-57, расчетная схема сооружения представляет собой невесомый брус жесткозаделанный одним концом к основанию, несущий сосредоточенные массы. Расчетная сейсмическая нагрузка, где сосредоточена масса весом  $Q_k$ , определяется формулой [1]

$$S_k = Q_k K_c \beta \eta_k \tag{1}$$

где  $K_c$  — сейсмический коэффициент;  $\eta_k$  — коэффициент, зависящий от вида деформации при свободных колебаниях и от места расположения грузов;  $\beta$  — спектральный коэффициент зависящий от периода свободных колебаний сооружения, рекомендуемый определить по графику (рис. 1).

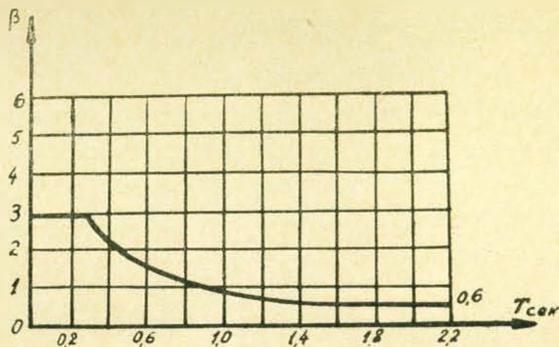


Рис. 1.

Прогрессивность новых норм заключается именно в введении этого коэффициента.

По спектру данного землетрясения возможно довольно точно определить максимальные силы в системе с одной степенью свободы. Действительно, дифференциальное уравнение такой системы при колебаниях основания по произвольному закону  $y_0(t)$  будет:

$$\frac{Q}{g} \frac{d^2(y_0 + y)}{dt^2} + ky = 0, \quad (2)$$

где  $y$  — смещение груза;  $k$  — коэффициент жесткости.

Общее решение уравнения (2) при обычных начальных условиях  $y = 0$ ;  $y' = 0$  при  $t = 0$ , будет

$$y = -\frac{1}{p} \int_0^t y_0''(u) \sin p(u-t) du, \quad (3)$$

где  $p = \sqrt{\frac{k}{m}}$  — круговая частота свободных колебаний. Сейсмическая нагрузка  $S$  (сила инерции при колебаниях) будет

$$S = -\frac{Q}{g} \frac{d^2(y_0 + y)}{dt^2}. \quad (4)$$

На основании (2) и (3) и известных соотношений  $p = \frac{k}{m}$ ,  $T = \frac{2\pi}{p}$ , где  $T$  — период свободных колебаний, получим:

$$S = \frac{2\pi Q}{gT} \int_0^t y_0''(u) \sin \frac{2\pi}{T}(u-t) du. \quad (5)$$

Если теперь примем обозначение:

$$\tau(T) = \frac{2\pi}{Tg} \int_0^t y_0''(u) \sin \frac{2\pi}{T}(u-t) du \quad (6)$$

то для сейсмической нагрузки получим

$$S = Q\tau(T). \quad (7)$$

Полученная формула (7) показывает, что максимальное значение сейсмической нагрузки  $S$  по времени совпадает с максимальным значением  $\tau(T)$ . Поэтому, если инструментально определим точное максимальное значение коэффициента  $\tau(T)$ , то этим сейсмическая нагрузка полностью определяется без предварительного знания закона движения почвы  $y_0(t)$ .

Для системы со многими степенями свободы, не останавливаясь на промежуточных выкладках, приводим окончательное значение сейсмической нагрузки  $S_k$ , действующей в точке  $k$

$$S_k = Q_k \sum_{r=1}^n C_{kr} \frac{\sum_{i=1}^n C_{ir} m_i}{\sum_{i=1}^n C_{ir}^2 m_i} \cdot \frac{2\pi}{gT_r} \int_0^t y_0''(u) \sin \frac{2\pi}{T_r}(t-u) du, \quad (8)$$

где  $C_{ir}$  — амплитуда в точке  $i$  при  $r$ -ом свободном колебании системы. Здесь следует отметить, что в выражение (8) входит один и тот же интервал вида (6)

$$\tau(T_r) = \frac{2\pi}{gT_r} \int_0^t y_0''(u) \sin \frac{2\pi}{T_r} (t - u) du. \quad (6')$$

При расчете обычных зданий и сооружений по СН—8—57 рекомендуется учитывать только основную форму свободных колебаний, т. е. ограничиваются рассмотрением только первого члена ряда (8). Однако, результаты такого расчета не дают удовлетворительного совпадения с наблюдаемыми фактами, а именно повреждениями верхних этажей при землетрясениях даже в малоэтажных зданиях.

При попытке учесть высшие формы по спектральной кривой возникает ряд затруднений относительно наложения различных форм колебаний, как это видно из выражения (8), так как отдельные слагаемые достигают своих максимальных значений в различное время. Способы оценки сейсмической нагрузки, предложенные А. Г. Назаровым [2] и И. Л. Корчинским [3] не всегда приводят к приемлемым результатам [5]. Поэтому дать точную оценку сейсмической нагрузки возможно только при заданном законе движения почвы.

Покажем, что в пределах сейсмического спектра можно дать точную оценку сейсмической нагрузке с учетом высших форм, если иметь физическое толкование спектра. Первое такое толкование дано А. Г. Назаровым [2], указывающим, что при сейсмическом ударе график приведенных сейсмических ускорений должен быть гиперболой. В дальнейшем А. Г. Назаров [4] отметил, что при  $\beta_0 = \text{const}$  сейсмические силы могут отвечать сейсмическому толчку, т. е. внезапному приложению ускорения в основании сооружения.

Этим выводам А. Г. Назарова можно дать иное доказательство без предварительного введения понятия о приведенном сейсмическом ускорении. В самом деле, единственной неизвестной величиной в (6'), при заданном  $T_r$ , является  $y_0''(t)$ . Попытаемся выяснить при каких значениях  $y_0''(t)$  зависимость  $\tau = \tau(T_r)$  будет иметь вид, показанный на рис. 1. Пусть в момент  $t = 0$  частицы основания получают постоянное ускорение  $y_0'' = a_0$ , которое в дальнейшем остается постоянным (сейсмический толчок). Выражение (6') при этом примет вид:

$$\tau(T_r) = \frac{2\pi a_0}{gT_r} \int_0^t \sin \frac{2\pi}{T_r} (u - t) du = \frac{a_0}{g} \left( 1 - \cos \frac{2\pi}{T_r} t \right)$$

отсюда

$$\max \tau(T_r) = \frac{2a_0}{g} = 2K_c = \text{const}. \quad (9)$$

Следовательно, при таком частном случае движения почвы, мы получаем горизонтальную часть спектра, лишь с той разницей, что в нормах вместо динамического коэффициента 2 взят 3.

Теперь допустим, что в основании сооружения имеет место сейсмический удар, т. е. когда основанию сооружения за время  $\Delta t$  сообщается скорость, равная  $v$ . Считая  $y_0^*(u) = \frac{v}{\Delta t}$  при  $0 \leq u \leq \Delta t$  и  $y_0^*(u) = 0$  при  $u > \Delta t$  из выражения (6') получим:

$$\tau(T_r) = \frac{2\pi v}{g T_r} \sin \frac{2\pi}{T_r} t, \quad \tau_{\max}(T_r) = \frac{2\pi v}{g} \cdot \frac{1}{T_r}. \quad (10)$$

Выражение (10) показывает, что при сейсмическом ударе динамический коэффициент обратно пропорционален периоду свободных колебаний  $T_r$ , т. е. соответствует гиперболическому участку спектра. Таким образом принятая в СН-8-57 зависимость динамического коэффициента от периода свободных колебаний с достаточной точностью соответствует динамическому коэффициенту при сейсмическом ударе и толчке.

Поэтому для точной оценки влияния высших форм при спектральном расчете сооружений их можно рассчитать на сейсмические удары и толчки с учетом желательного числа высших форм (причем, для отдельных форм будет иметь место явление удара или толчка в зависимости от того на какой участок спектра попадает данная форма колебаний), а параметры удара и толчка, согласно формулам (9) и (10), выбирать таким образом, чтобы расчетные значения  $\tau(T_r)$  совпадали со значениями, приведенными на рис. 1.

Анализ расчета на сейсмические удары и толчки сооружений, расчетная схема которых в первом приближении можно считать как брус постоянного или переменного сечения с учетом трех или пяти форм колебаний, проведенных нами [5], а также другими исследователями, показывает, что результаты этих расчетов совпадают с наблюдаемыми фактами при разрушительных землетрясениях.

Поступило 10 II 1959

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Нормы и правила строительства в сейсмических районах (СН—8—57), М., 1957.
2. Назаров А. Г., Метод инженерного анализа сейсмических сил. Ереван, 1956.
3. Корчинский И. Л., Расчет сооружений на сейсмическое воздействие. М., 1954.
4. Назаров А. Г., «Известия АН АрмССР», т. IX, № 10, 1956 (серия физ.-мат., естеств. и техн. наук).
5. Хачиян Э. Е., «ДАН АрмССР», т. XXVII, № 5, 1958.