

ГИДРОТЕХНИКА

А. А. ГАЛФАЯН

АНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ РАСЧЕТА ТРАНСФОРМАЦИИ
 МАКСИМАЛЬНЫХ РАСХОДОВ ВОДОХРАНИЛИЩЕМ

Постановка задачи

Настоящая работа посвящена расчету трансформации паводковых вод при данной форме гидрографа притока и данном типе водосбросного сооружения; при этом нормальный подпертый горизонт (НПГ) воды принимается известным.

Выбор формы гидрографа притока (криволинейная, треугольная, трапециoidalная) и типа водосброса (глухой водослив, водослив с затворами, донный спуск и т. д.) нас не интересует; мы рассмотрим вопрос трансформации с точки зрения чисто водохозяйственного расчета.

Принимаем водослив глухим с порогом на уровне НПГ, при водохранилище, наполненном к началу паводка до этой отметки, а гидрограф притока, имеющий криволинейную форму, характеризуемый следующим уравнением [1]:

$$Q = Q_m \left(\frac{t}{T_m} e^{1 - \frac{t}{T_m}} \right)^n; \quad (1)$$

где Q и t — текущие координаты (приток и время) Q измеряется в $м^3/сек$, t — в сутках,

Q_m — максимальная величина притока,

T_m — продолжительность периода волны в сутках,

n — параметр, характеризующий форму гидрографа; определяется из уравнения (1)

$$\frac{V}{Q_m \cdot T_m} = \frac{e^n \Gamma(n+1)}{n^{n+1}}, \quad (2)$$

где V — объем волны;

Q_m , T_m и V являются известными величинами.

Из расчета трансформации нам известно, что чем больше V_m регулирующей призмы водохранилища, расположенный выше НПГ, тем максимальный сбросной расход q_m и длина водослива B меньше, и наоборот, увеличение q_m или B приводит к уменьшению V_m .

При известных гидрографе и типе сбросных сооружений, должна существовать некоторая оптимальная длина водослива B , которой соответствует указанный выше регулирующий объем водохранилища V_m . До того, как приступить к экономическим расчетам, необходимо иметь картину изменения величин B и V_m .

Нужно отметить, что существующие сравнительно точные методы расчета трансформации максимальных расходов: табличные или графо-аналитические [2], [3], основаны на разделении всего периода наводка на интервалы времени и на арифметическом интегрировании притока и сброса.

С целью уточнения и ускорения построения кривой $B = B(V_m)$ здесь предлагается аналитический способ расчета трансформации максимальных расходов.

Сущность способа расчета

Известен гидрограф притока в функции времени; для аналитического расчета трансформации вполне достаточно выразить сбросные расходы q в функции времени.

Учитывая особенности действительной кривой сбросных расходов, подбираем такое уравнение $q = q(t)$, которое как можно лучше выражало бы эту кривую. Затем, исходя из специфических условий явления трансформации, определяем параметры этого уравнения.

Наконец, имея уравнения притока Q и сбросного расхода q , не трудно установить зависимость между V_m и B или V_m и q_m .

Особенности кривой сбросных расходов

Расход воды через водослив выражается формулой

$$q = m_1 B h^{3/2}, \quad (3)$$

где $m_1 = m \sqrt{2g}$ — коэффициент расхода.

B — длина водослива;

h — высота слоя сливающейся воды.

1. В начальный момент $t = 0$ уровень воды находится на НПГ, т. е. на пороге водослива. При этом $h = 0$ и $q = 0$.

Баланс воды в водохранилище за элементарный промежуток времени

$$Q dt = q dt + \Omega dh, \quad (4)$$

где dh — приращение горизонта воды в течение интервала dt ,

Ω — площадь зеркала.

С другой стороны имеем:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{dh}{dq} \frac{dq}{dt}. \quad (5)$$

Подставляя в (5) выражение $\frac{dh}{dq}$ из (3) и $\frac{dq}{dt}$ из (4), получим [2]:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{(Q - q) \cdot T^n q}{3 (m_1 B)^n} \quad (6)$$

2. Так как при $t = 0, q = 0$, то из (6) вытекает, что и $\frac{dq}{dt} = 0$.

С другой стороны, в начале паводка $q < Q, \frac{dq}{dt} > 0$, то есть сбросной расход возрастает до своего максимального значения q_m , которое равняется притоку воды в данный момент (точка M на рис. 1), после чего он убывает.

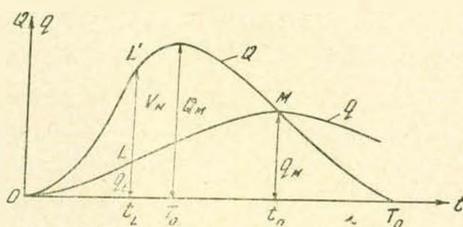


Рис. 1. Кривые притока и сбросного расхода в зависимости от времени.

3. Так как $\frac{dq}{dt} = 0$ при

$q = 0$ и $q = q_m$, то между этими точками кривая сбросных расходов должна иметь точку перегиба.

Площадь между кривыми Q и q , от точки O до M (рис. 1) соответствует максимальному объему V_m воды в водохранилище, расположенному выше НПГ.

Выбор уравнения кривой сбросного расхода

Приводимое ниже уравнение (7) действительной кривой сбросного расхода удовлетворяет указанным выше условиям:

$$q = at^b e^{-ct}, \quad (7)$$

где a, b, c — параметры, зависящие от B , причем

$$a > 0, b > 1, c > 0.$$

Для обеспечения дальнейших расчетов, уравнение притока (1) приведем к такому же виду, как и уравнение сбросного расхода, а именно:

$$Q = At^n e^{-\frac{nt}{T_m}}, \quad (8)$$

где

$$A = \frac{Q_m e^n}{T_m^n}. \quad (9)$$

Определение параметров a, b, c

Воспользуемся следующими условиями трансформации: 1) В точке пересечения M двух кривых (рис. 1) приток и сброс равны, т. е.

$$At_m^{n-b} e^{-\frac{n}{T_m} t_m} = a e^{-ct_m}, \quad (10)$$

где t_m — абсцисса точки M .

2) Каждому значению V_m соответствует определенное значение q_m , при данной длине водослива B и максимальной высоте переливающегося слоя h_m .

Так как продолжительность паводка исчисляется сутками, то

$$V_m = 86400 \left[\int_0^{t_m} Q dt - \int_0^{t_m} q dt \right] M^3. \quad (11)$$

При целых n и b , после постановки (11) значений интегралов, имея в виду (7) и (8), получим:

$$V_m = \left[-Ae^{-\frac{n}{T_m} t_m} \left(\frac{t_m^n}{n/T_m} + \frac{n \cdot t_m^{n-1}}{n^2/T_m^2} + \frac{n(n-1) \cdot t_m^{n-2}}{n^3/T_m^3} + \dots + \frac{n! t_m}{n^n/T_m^n} + \frac{n!}{n^{n-1}/T_m^{n-1}} \right) + \frac{AT_m^{n+1} \cdot n!}{n^{n+1}} + ae^{-ct_m} \left(\frac{t_m^b}{c} + \frac{bt_m^{b-1}}{c^2} + \frac{b(b-1) t_m^{b-2}}{c^3} + \dots + \frac{bt_m}{c^b} + \frac{b!}{c^{b+1}} \right) - \frac{a \cdot b!}{c^{b+1}} \right] 86400. \quad (12)$$

Для кривой зависимости объема водохранилища от его наполнения воспользуется формулой

$$V_0 = C_1 h_0^m, \quad V_{полн} = C_1 H^m, \quad V_{полн, M} = C_1 H_m^m, \quad (13)$$

где C_1 и m — постоянные величины, зависящие от топографических условий водохранилища,

$V_{полн}$ — общий объем воды,

H — полная глубина водохранилища,

V_0 и h_0 — объем и высота наполнения водохранилища, считая до НПГ.

Индекс M соответствует максимальным значениям величин.

$$V_m = V_{полн, M} - V_0 \quad (14)$$

$$H = h_0 + h, \quad H_m = h_0 + h_m. \quad (15)$$

Уравнение (14), с учетом (13) и (15), дает

$$V_m = C_1 h_m^m \left(1 + \frac{h_0}{h_m} \right)^m - V_0. \quad (16)$$

Из уравнений (3) и (7) определяем h_m и q_m . Подставляя найденное значение h_m в (16), получим:

$$V_m = \frac{C_1}{K^{2m/3}} (a t_m^b e^{-ct_m})^{2m/3} \left(1 + \frac{h_0}{h_m} \right) - V_0, \quad (17)$$

где

$$K = m_1 B. \quad (18)$$

Приравнявая выражения для V_m из (12) и (17), получим:

$$\begin{aligned} & \left[-Ae^{-\frac{n}{T_m} t_m} \left(\frac{t_m^n}{n/T_m} + \frac{nt_m^{n-1}}{n^2/T_m^2} + \frac{n(n-1)t_m^{n-2}}{n^3/T_m^3} + \dots + \frac{nt_m}{n^n/T_m^n} + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{n!}{n^{n+1}/T_m^{n+1}} \right) + \frac{AT_m^{n+1} \cdot n!}{n^{n+1}} + ae^{-ct_m} \left(\frac{t_m^b}{c} + \frac{bt_m^{b-1}}{c^2} + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{b(b-1)t_m^{b-2}}{c^3} + \dots + \frac{b!t_m}{c^b} + \frac{b!}{c^{b+1}} \right) - \frac{a \cdot b!}{c^{b+1}} \right] 86400 = \\ & = \frac{c_1}{K^{2m/3}} \left(at_m^b e^{-ct_m} \right)^{2m/3} \left(1 + \frac{h_0}{h_m} \right) - V_0. \end{aligned} \quad (19)$$

3) Каждому значению объема воды в водохранилище выше НПГ соответствует определенная величина сбросного расхода, то ордината q_L должна соответствовать объему V_L водохранилища, расположенному выше НПГ, размер которого на рис. 1 соответствует площади OLL' .

Обозначив через t_L абсциссу точки перегиба и через h_L — соответствующую высоту переливающегося слоя, уравнение (19) для точки перегиба можно будет записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} & 86400 \left[-Ae^{-\frac{n}{T_m} t_L} \left(\frac{t_L^n}{n/T_m} + \frac{nt_L^{n-1}}{n^2/T_m^2} + \dots + \frac{nt_L}{n^n/T_m^n} + \frac{n!}{n^{n+1}/T_m^{n+1}} \right) + \right. \\ & \quad \left. + \frac{AT_m^{n+1} \cdot n!}{n^{n+1}} + ae^{-ct_L} \left(\frac{t_L^b}{c} + \frac{bt_L^{b-1}}{c^2} + \dots + \frac{b!t_L}{c} + \frac{b!}{c^{b+1}} \right) - \frac{a \cdot b!}{c^{b+1}} \right] = \\ & = \frac{c_1}{K^{2m/3}} \left(at_L^b e^{-ct_L} \right)^{2m/3} \left(1 + \frac{h_0}{h_L} \right)^m - V_0. \end{aligned} \quad (20)$$

Уравнения (10), (19) и (20) служат для определения неизвестных a , b , c в зависимости от K или B ;

t_m — определяется из условий максимума функции, выражающий закон изменения сбросных расходов, что по (7) дает

$$t_m = \frac{b}{c}, \quad (21)$$

t_L соответствует точке перегиба и определяется из условия $\frac{d^2q}{dt^2} = 0$,

$$\text{откуда} \quad t_L = \frac{b + \sqrt{b}}{c}. \quad (22)$$

Так как нас интересует только восходящая часть кривой сбросного расхода, соответствующая максимальному значению регулирующего объема V_m , то в выражении (22) надо удержать знак минус; знак плюс соответствует второй точке перегиба кривой q , на ее убывающей ветви:

$$t_L = \frac{b - \sqrt{b}}{c}. \quad (23)$$

Подставляя значение t_m из (21) в (10), получим:

$$a = A \frac{b^{n-b}}{c^{n-b}} \frac{e^b}{e^{nT_m \cdot b/c}}. \quad (24)$$

Используя зависимости (3), (7), (21), (23) и (24), после некоторых преобразований, получим:

$$1 + \frac{h_0}{h_m} = 1 + \frac{h_0 K^{2/3}}{A^{2/3} X^{2/3}(b, c)}, \quad (25)$$

$$1 + \frac{h_0}{h_L} = 1 + \frac{h_0 K^{2/3}}{A^{2/3} X^{2/3}(b, c) \cdot Y(b)}, \quad (26)$$

где
$$X(b, c) = \frac{b^n}{c^n e^{nT_m \cdot b/c}}, \quad Y(b) = \left(\frac{b - \sqrt{b}}{b} \right)^{2b} e^{-\frac{2\sqrt{b}}{3}}. \quad (27)$$

Представляя зависимости (21), (23), (24), (25) и (26) в уравнении (19) и (20), после преобразований получим соответственно:

$$\frac{A}{Z(b, c)} \left[-\frac{T_m c}{n} \varphi_1(b, c) + \psi_1(b, c) + \eta(b, c) \right] 86400 + V_0 = \frac{\left[1 + \frac{h_0 K^{2/3}}{A^{2/3} X^{2/3}(b, c)} \right]^m}{K^{2m/3} A^{2m/3} X^{2m/3}(b, c)}, \quad (19)$$

$$\frac{86400 \frac{A e^{V/b}}{Z(b, c)} D + V_0}{\left[1 + \frac{h_0 \cdot K^{2/3}}{A^{2/3} X^{2/3}(b, c) Y(b)} \right]} = \frac{C_1 \cdot A}{K^{2m/3}} \cdot X^{2m/3}(b, c), \quad (20')$$

где
$$D = \frac{T_m c}{n} e^{V/b} \left(\frac{n}{T_m c} - 1 \right) \varphi_2(b - \sqrt{b}, c) + b^{n-b} \psi_2(b - \sqrt{b}) + \frac{\eta(b, c)}{e^{V/b}}.$$

$$\varphi_1(b, c) = \left[b^n + n b^{n-1} \left(\frac{T_m c}{n} \right) + n(n-1) b^{n-2} \left(\frac{T_m c}{n} \right)^2 + \dots + n! \left(\frac{T_m c}{n} \right)^n \right],$$

$$\psi_1(b) = [b^n + b^n + (b-1)b^{n-1} + (b-1)(b-2)b^{n-2} + \dots + b!^{n-b+1} + b!b^{n-b}],$$

$$\eta(b, c) = \left(\frac{T_m c}{n} \right) \cdot n! e^{nT_m \cdot \frac{b}{c}} - b^{n-b} \cdot e^b \cdot b!,$$

$$\varphi_2(b - \sqrt{b}, c) = \left[(b - \sqrt{b})^n + n \cdot (b - \sqrt{b})^{n-1} \left(\frac{T_M \cdot c}{n} \right) + n(n-1)(b - \sqrt{b})^{n-2} \left(\frac{T_M \cdot c}{n} \right)^2 + \dots + n! (b - \sqrt{b}) \left(\frac{T_M \cdot c}{n} \right)^{n-1} + n! \left(\frac{T_M \cdot c}{n} \right)^n \right],$$

$$\psi_2(b - \sqrt{b}) = 1 + (b - \sqrt{b})^b + b(b - \sqrt{b})^{b-1} + \dots + b!(b - \sqrt{b}) + b!,$$

$$Z(b, c) = e^{\frac{n}{T_M} \cdot \frac{b}{c}} \cdot c^{n+1}. \quad (28)$$

После введения следующих обозначений

$$\frac{1}{Z(b, c)} \left[\frac{T_M \cdot c}{n} \varphi_1(b, c) + \psi_1(b) + \eta_1(b, c) \right] 86400 = \theta_1(b, c), \quad (29)$$

$$\frac{e^{1/b}}{Z(b, c)} \left[- \frac{T_M \cdot c}{n} e^{Y \sqrt{b}} \left(\frac{n}{T_M \cdot c} \right)^{n-1} \varphi_2(b - \sqrt{b}, c) + b^{n-b} \psi_2(b - \sqrt{b}) + \frac{\eta_2(b, c)}{e^{Y \sqrt{b}}} \right] 86400 = \theta_2(b, c),$$

уравнения (19') и (20') примут вид:

$$\frac{A \theta_1(b, c) + V_0}{\left[1 + \frac{h_0 K^{2.3}}{A^{2.3} X^{2.3}(b, c)} \right]^m} = C_1 \left[\frac{A^{2.3} X^{2.3}(b, c)}{K^{2.3}} \right]^m, \quad (19'')$$

$$\frac{A \theta_2(b, c) + V_0}{\left[1 + \frac{h_0 K^{2.3}}{A^{2.3} X^{2.3}(b, c)} Y(b) \right]^m} \cdot Y^m(b) = C_1 \left[\frac{A^{2.3} X^{2.3}(b, c)}{K^{2.3}} \right]^m. \quad (20'')$$

Таким образом из уравнений (19'') и (20'') можно определить параметры b и c в зависимости от K .

Выражение регулирующего объема V_M с помощью параметров b и c

Подставляя значение a из (24), t_M из (21) и $1 + \frac{h_0}{h_M}$ из (25) в (17), с учетом (19''), получим:

$$V_M = A \theta_1(b, c). \quad (30)$$

Окончательный вид уравнения трансформации максимальных расходов

Параметры b и c должны быть такими, чтобы уравнения (19'') и (20'') дали одно и то же значение ($K = K_1$) для каждой пары значений $b = b_1$, $c = c_1$.

Определяем K из уравнения (19'')

$$K = \frac{C_1^{2.3} \cdot A \cdot X(b, c)}{[A\theta_1(b, c) + V_0]^{1/m} - V_0^{1/m}} = m \cdot B. \quad (31)$$

Подставляя (31) в (20''), после ряда несложных преобразований, получим:

$$1 - Y(b) + Y(b) \left[1 + \frac{A}{V_0} \theta_1(b, c) \right]^{\frac{1}{m}} = \left[1 + \frac{A}{V_0} \theta_2(b, c) \right]^{\frac{1}{m}}. \quad (32)$$

Уравнение (32) является основным, связывающим между собой параметры b и c .

Можно его представить еще в виде:

$$F_1(b, c) = F_2(b, c). \quad (32')$$

Каждому значению $b = b_1$ по (32) соответствует определенное значение $c = c_1$, а по (30) и (31) -- соответствующие значения V_m и B .

Задаемся значениями параметра b (b_1, b_2, b_3, \dots); им соответствуют значения c_1, c_2, c_3, \dots , определяемые по (32) и точки $I_1(V_{m_1}, B_1), I_2(V_{m_2}, B_2), I_3(V_{m_3}, B_3), \dots$, после соединения которых плавной кривой, получается зависимость $B = B(V_m)$. Имея b, c, V_m и B , определяем по (3) значения q_m для разных B .

Подставляя значение h_m из (25) в (3), получим:

$$q_m = AX(b, c). \quad (33)$$

В уравнении (32) $\frac{A}{V_0}$ и m являются известными величинами. При данном значении b , изменяются только $\theta_1(b, c)$ и $\theta_2(b, c)$.

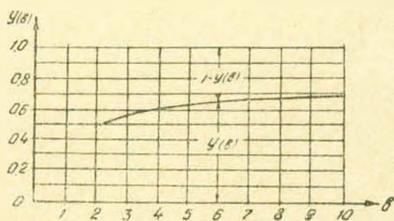


Рис. 2. Значение функции $Y(b)$ в зависимости от параметра b .

Автором построены номограммы для $\theta_1(b, c)$ и $\theta_2(b, c)$ в функции от c , при разных b . Эти номограммы здесь не приведены.

Построена кривая $Y = Y(b)$. Как показано на рис. 2, расстояние от каждой точки кривой до прямой, параллельной оси абсцисс и отстоящей от нее на расстоянии, равной единице, дает величину $1 - Y(b)$ при данном значении b .

Пример. Для иллюстрации предлагаемого аналитического способа расчета приведен числовой пример, рассчитанный предлагаемым способом и существующим методом интервалов.

На основании сравнения полученных результатов, можно судить о степени точности предлагаемого уравнения (32).

Построим кривую $B = B(V_m)$ для глухого водослива с порогом на НПГ $\Delta 30,0$ м.

$$\text{Даны } Q_m = 400 \text{ м}^3/\text{сек}, T_m = 8 \text{ суток}, C_1 = 0,08 \cdot 10^6, m = \frac{2}{5},$$

$$V_0 = 394 \cdot 10^6 \text{ м}^3, \quad m_1 = 0,4 \sqrt{2 \cdot 9,81} = 1,77, \quad n = 4.$$

Продолжительность паводка — 20 суток.

При решении задачи методом интервалов, подсчеты произведены для трех вариантов: $N = 7$, $N = 11$, $N = 20$; N — число интервалов за период первых двадцати дней паводка. Ход расчета здесь не приводится.

Полученные результаты представлены на рис. 3 в форме трех кривых $B = B(V_m)$. Четвертая кривая, расположенная выше остальных, получена с использованием номограмм.

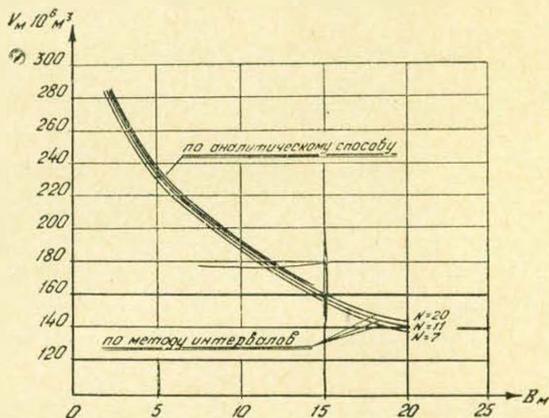


Рис. 3. Сопоставление кривых $B = B(V_m)$ по методу интервалов и аналитическому способу.

Из рис. 3 видно, что с увеличением N кривая $B = B(V_m)$ занимает все более и более высокое положение. С другой стороны ясно, что с увеличением N точность кривой увеличивается. Расчет по предлагаемому аналитическому способу даст самое высокое расположение кривой, что логично, принимая во внимание более высокую точность, даваемую аналитическим решением. Из этого мы делаем вывод о преимуществе данного способа по сравнению с „методом интервалов“.

Если сравнить предлагаемый нами способ с современными упрощенными расчетами трансформации максимальных расходов [4], [5], [6], [7], то можно убедиться в том, что некоторые из них дают простое решение задачи, но очень приближенное, так как кривая сбросных расходов грубо схематизируется в виде прямой линии [4], [6], или параболы [5], [6]. Сравнительно более точные результаты получаются в работе [6], где кривая сброса схематизируется в виде сопрягающихся квадратных парабол или ассиметричной кривой распределения, но здесь осложняется само решение при заданных значениях Q_m и T_m .

При произвольных значениях Q_m и T_m могут получиться существенные погрешности.

Հ. Ա. ԳԱԼՖԱՅԱՆ

ՄԱՔՍԻՄԱԼ ԵՒՔԵՐԻ ՋՐԱՄԲԱՐԻ ՄԻՋՈՅՈՎ ԿԱՏԱՐՎՈՂ ՏՐԱՆՍՖՈՐՄԱՅԻԱՅԻ
ՀԱՇՎՈՒՄԸ ԱՆԱԼԻՏԻԿ ԵՂԱՆԱԿՈՎ

Ա մ փ ո փ ու մ

Ի տարրերու թյուն գոյություն ունեցող, ամենից ավելի սարածված գրաֆիկական և աղյուսակային մեթոդներից, հոգվածում արվում է անալիտիկ բանաձև (32), որը (30) և (31) հավասարումների օգնությամբ, արտահայտում է ջրամբարի կարգավորիչ V_M ծավալի և ջրթափի B երկարության միջև եղած կապը:

Վերջինիս միջոցով կարելի է հեշտությամբ հաշվել տրանսֆորմացիայի ենթարկված ամենամեծ q_M ելքերը, կախված կարգավորիչ ծավալի մեծությունից:

Ենթադրվում է, որ մուտք գործող Q ելքերի հիդրոդրաֆը և ջրի նորմալ հորիզոնը ջրամբարում հայտնի են. ջրթափի շեմքը գտնվում է ջրի նորմալ հորիզոնի վրա:

Նկատի ունենալով թափվող q ելքերի կորի տեսքը (նկար 1), այն ներկայացված է մի հավասարումով (7), որի պարամետրերը (a , b , c) որոշվում են, ելնելով այն հիմնական պայմաններից, որոնց պեսք է բավարարի վերահիշյալ կորը:

Այսպիսով, ունենալով $Q=Q(t)$ և ընդունելով $q=q(t)$ ֆունկցիաները (որտեղ t -ն ժամանակն է), ստացված է անալիտիկ կապ ջրամբարի կարգավորիչ ծավալի և ջրթափի երկարության միջև (32), (30), (31):

Հոգվածում թվալին օրինակի լուծումը ակնհայտ կերպով ցույց է տալիս մաքսիմալ ելքերի ջրամբարի միջոցով կատարվող տրանսֆորմացիայի հաշվման համար ստաշարիվող անալիտիկ եղանակի առավելությունը, գոյություն ունեցող մեթոդների համեմատությամբ, որը կայանում է հաշիվների արագացման և ճշտության մեծացման մեջ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Менке в М. Ф., Крицкий С. И. Водохозяйственные расчеты, Л., 1952.
2. Потанов М. В. Сочинения 1, III, М., 1950.
3. Огиевский А. В. Гидрология суши, М., 1952.
4. Железняк И. А. Определение максимальных расходов с учетом регулирующей емкости водохранилища. Гидротехническое строительство, М., 1953, № 9.
5. Цингер В. Н. Трансформация максимальных расходов водохранилищами. Тр. Государственного Гидрологического института, Л., 1956, вып. 52 (106).
6. Алексеев Г. А. Приближенные методы расчета трансформации паводка водохранилищем на основе схематизации гидрографов притока и сброса. Тр. Государственного Гидрологического института, Л., 1956, вып. 52 (106).
7. Цингер В. Н. Расчеты снижения максимальных расходов водохранилищами. Гидротехника и Мелиорация, М., 1957, № 9.