ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XII, № 1, 1959 Серия технических наук

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

А. Г. НАЗАРОВ

УПРОЩЕННОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ОСНОВНОЙ ТЕОРЕМЫ РАСШИРЕННОГО ПОДОБИЯ ТВЕРДЫХ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ

Здесь мы приводим другое доказательство основной теоремы подобия, рассмотренной в [1]. В соответствии с определением расширенного подобия твердых тел имеем следующие соотношения между напряжением σ и деформацией ε для тела A и, соответственно, между σ' и ε' для подобного тела A':

$$\sigma = F(\varepsilon, x, y, z, t),$$

$$\frac{\sigma'}{\beta} = F\left(\frac{\varepsilon'}{\gamma}, \frac{x'}{\alpha}, \frac{y'}{\alpha}, \frac{z'}{\alpha}, \frac{t'}{\eta}\right).$$

Статическое состояние тела A можно характеризовать условиями равновесия, условиями совместности Сен-Венана, зависимостью между напряжением и деформацией и граничными условиями.

Для краткости будем выписывать по одному уравнению каждого типа:

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z} + K_x = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2\varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2\gamma_{xy}}{\partial x\partial y}, \tag{2}$$

$$2\frac{\partial^2\varepsilon_x}{\partial y\partial z} = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial\gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial\gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial\gamma_{xy}}{\partial z}\right), \tag{3}$$

$$\sigma = F(\varepsilon, x, y, z, t), \tag{4}$$

$$\sigma_x\cos(n, x) + \tau_{xy}\cos(n, y) + \tau_{zx}\cos(n, z) = F_{nx}; \tag{5}$$

Здесь

$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xz}$ — компоненты напряжения σ;

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$ — компоненты деформации ε;

K_x — компонент объемных сил $\bar{K}$ вдоль оси x;

F_{nx} — компонент поверхностных сил $\bar{F}_n$ вдоль оси x;

$\cos(n, x)$, $\cos(n, y)$, $\cos(n, z)$ — косинусы углов между нормалью к поверхности тела A и осями координат x, y, z.

Для тела A', подобного телу A, соответственно имеют место следующие зависимости:

$$\frac{\partial\sigma'_{x'}}{\partial x'} + \frac{\partial\tau'_{x'y'}}{\partial y'} + \frac{\partial\tau'_{x'z'}}{\partial z'} + K'_{x'} = 0, \tag{1'}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon'_{x'}}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon'_{y'}}{\partial x'^2} = \frac{\partial \gamma'_{x'y'}}{\partial x' \partial y'}, \tag{2'}$$

$$2\frac{\partial^2 \varepsilon'_{x'}}{\partial y' \partial z'} = \frac{\partial}{\partial x'}\left(-\frac{\partial \gamma'_{y'z'}}{\partial x'} + \frac{\partial \gamma'_{x'z'}}{\partial y'} + \frac{\partial \gamma'_{x'y'}}{\partial z'}\right), \tag{3'}$$

$$\frac{\sigma'}{\beta} = F\left(\frac{\varepsilon'}{\gamma}, \frac{x'}{\alpha}, \frac{y'}{\alpha}, \frac{z'}{\alpha}, \frac{t'}{\eta}\right), \tag{4'}$$

$$\sigma'_{x'} \cos(n', x') + \tau'_{x'y'} \cos(n', y') + \tau'_{z'x'} \cos(n', z') = F'_{n'x'}. \tag{5'}$$

Принятые здесь обозначения не требуют пояснения.

Попарное сопоставление уравнений (1) и (1'), (2) и (2') и т. д. приводит к следующим условиям инвариантности:

$$\sigma' = \beta\sigma, \; K' = \frac{\beta}{\alpha} K, \; \varepsilon' = \gamma\varepsilon, \; F' = \beta F, \; t' = \eta t \tag{6}$$

поскольку по условию геометрического подобия

$$x' = \alpha x, \; y' = \alpha y, \; z' = \alpha z, \; \cos(n', x') = \cos(n, x),$$

$$\cos(n', y') = \cos(n, y), \; \cos(n', z') = \cos(n, z).$$

Итак, можно сформулировать следующую основную теорему о подобии механических состояний подобных тел A и A':

Подобные тела A и A', при условии малых деформаций, находятся в подобном состоянии в сходственные моменты времен t и $t' = \eta t$, причем напряжения равны соответственно σ и $\sigma' = \beta\sigma$, деформации равны ε и $\varepsilon' = \gamma\varepsilon$ при условии, что в моменты времен t и $t' = \eta t$ напряженности поверхностных сил в сходственных точках равны F и $F' = \beta F$ и интенсивности объемных сил в сходственных точках равны K и $K' = \frac{\beta}{\alpha} K$.

Как следует из приведенного, здесь не дается доказательство взаимной однозначности состояний тел A и A', которое нами было получено в [1] из других соображений.

Институт строиматериалов и сооружений
Министерства строительства Армянской ССР

ЛИТЕРАТУРА

Назаров А. Г. „Известия АН Армянской ССР" (серия технических наук), т. X, 5. 1957.