

ГИДРАВЛИКА

М. С. ПОХСРАРЯН

ПОПЕРЕЧНЫЕ ПРОФИЛИ ЕСТЕСТВЕННЫХ РУСЕЛ

Известно, что с течением времени поперечное сечение естественного русла принимает форму, при которой оно становится устойчивым и не подвергается дальнейшему размыву. При этом на прямолинейном участке поперечное сечение приобретает симметричную форму, а на закруглении — несимметричную.

В литературе имеются работы, посвященные в основном форме поперечных сечений на прямолинейных участках русел. В частности, в работе Кехлина [1] рассматривается равновесие частицы, лежащей на откосе прямолинейного канала. Для этого случая автором получена связь между глубиной и шириной устойчивого русла. Аналогичную задачу решает Ю. А. Ибад-Заде [3].

Вопросу определения устойчивого профиля на повороте водовода посвящена работа И. Л. Розовского [4]. На прямом участке Розовский получает устойчивый профиль, близкий к параболическому, а на закруглении — профиль несимметричной формы. Полученные результаты верны только в случае широких каналов.

В этой статье рассматривается поперечный профиль русла в несвязанных грунтах на прямолинейном участке водовода и на закруглении.

§ 1. Поперечный профиль на прямом участке

Для решения поставленной задачи необходимо и достаточно найти такое сечение водовода, при котором скорости не превосходят или, в крайнем случае, были равны неразмывающим скоростям. Поперечное сечение русла (рис. 1), согласно задаче Н. М. Бернадского [5], разделим на ряд узких вертикальных полосок, пропускающих одинаковые расходы. Одна полоска отличается от другой глубиной потока. Для этих полосок составим условие отсутствия размыва. Формула для неразмывающей скорости для произвольной полоски при глубине h , в общем случае циркуляционного

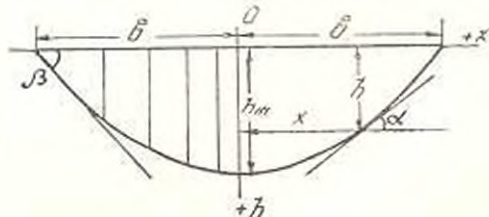


Рис. 1. Расчетная схема

потока, получена автором [6]. В частном случае прямого участка (при отсутствии циркуляции) эта формула приобретает вид:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2g}{3c_x} d \left(\frac{\gamma_1}{\gamma} - 1 \right) \left(\frac{h}{d} \right)^{1/6}} \times \\ \times \sqrt{-\frac{c_y}{c_x m_0^2} \cos \alpha \pm \sqrt{\left(\frac{c_y}{c_x m_0^2} \cos \alpha \right)^2 - \left(1 - \frac{c_y^2}{c_x^2 m_0^2} \right) \left(\sin^2 \alpha - \frac{1}{m_0^2} \cos^2 \alpha \right)}} \\ 1 - \frac{c_y^2}{c_x^2 m_0^2} \quad (1.1)$$

где h — глубина в пределах полосы, d — диаметр частиц, составляющих русло потока, g — ускорение силы тяжести, c_x — коэффициент лобового сопротивления, c_y — коэффициент подъемной силы, γ — удельный вес воды, γ_1 — удельный вес частиц, α — переменный угол откоса, $m = ctg \beta$ — коэффициент естественного откоса, β — угол естественного откоса грунта в стоячей воде. Отметим что для несвязных грунтов коэффициент естественного откоса всегда больше единицы, ($\beta < 45^\circ$).

Напишем формулу (1.1) для средней вертикали глубина h_m в случае, когда $\alpha = 0$:

$$v_0^1 = \sqrt{\frac{2g}{3c_x} d \left(\frac{\gamma_1}{\gamma} - 1 \right) \left(\frac{h_m}{d} \right)^{1/6}} \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{c_y}{c_x m_0} \right) m_0}} \quad (1.2)$$

Как показано в [6], формула (1.2) справедлива для неразмыняющей скорости в случае широкого прямоугольного канала. Выразив (1.1) через (1.2), получим:

$$v_0 = v_0^1 \left(\frac{h}{h_m} \right)^{1/6} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{c_y}{m_0 c_x}}} \times \\ \times \sqrt{-\frac{c_y}{c_x m_0} \cos \alpha \pm \sqrt{\left(\frac{c_y}{c_x m_0} \cos \alpha \right)^2 - \left(1 - \frac{c_y^2}{c_x^2 m_0^2} \right) \left(m_0^2 \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \right)}} \quad (1.3)$$

Следуя задаче Бернадского, напишем выражение для средней скорости потока в пределах вертикальных полосок при глубинах h и h_m , в случае равномерно установившегося движения:

$$v = CV \sqrt{h i}, \quad (1.4)$$

$$v^1 = C_m \sqrt{h_m i}. \quad (1.5)$$

Коэффициент Шези принимаем по формуле Маннинга. Одновременно принимаем, что шероховатость по периметру канала не меняется. Исключая из (1.4) и (1.5) уклон i , получим:

$$v = v^1 \left(\frac{h}{h_m} \right)^{3/2}. \quad (1.6)$$

Чтобы для полосок, содержащих разные глубины, удовлетворялось условие неразрывности дна, необходимо и достаточно, чтобы средние скорости v и v^1 были соответственно равны неразрывающим скоростям v_1 и v_1^1 . Исходя из этого положения, на основании формул (1.3) и (1.6), будем иметь:

$$\left(1 - \frac{c_y}{c_x m_0}\right) \frac{h}{h_m} + \frac{c_y}{c_x m_0} \cos \alpha = \sqrt{\left(\frac{c_y}{c_x m_0} \cos \alpha\right)^2 - \left(1 - \frac{c_y}{c_x m_0}\right) \left(m_0^2 \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha\right)} \quad (1.7)$$

Отсюда, после преобразований, получим следующее выражение для переменного угла откоса:

$$\alpha = \arccos \sqrt{\frac{m_0^2 + \left(\frac{h}{h_m}\right)^2}{1 - m_0^2 - 2 \frac{c_y}{c_x m_0} \cdot \frac{1}{1 - \frac{c_y}{c_x m_0}} \frac{h}{h_m}}} \quad (1.8)$$

Задаваясь значениями отношения $\frac{h}{h_m}$ в пределах от 0 до 1, получим выражения для углов откоса по всему периметру устойчивого русла. Как видно из (1.8), устойчивая форма поперечного сечения канала на прямолинейном участке зависит от максимальной глубины, угла естественного откоса грунта и от отношения коэффициента лобового сопротивления к коэффициенту подъемной силы. При подсчете необходимо задаваться этими параметрами.

В частном случае, если отношение $\frac{c_y}{c_x m_0} \ll 1$, то формуле (1.8) можно придать следующий вид:

$$\alpha = \arccos \sqrt{\frac{m_0^2 + \left(\frac{h}{h_m}\right)^2}{1 + m_0^2}} \quad (1.9)$$

Однако для получения такой морфометрической зависимости для устойчивых русел, как отношение ширины по урезу к средней глубине потока, нужно установить функцию $x = x(h)$. Поэтому воспользуемся условием:

$$\text{tg} \alpha = \frac{dh}{dx} = \frac{h_m}{b} \frac{dh_1}{dx_1} \quad (1.10)$$

где x_1 и h_1 — относительные координаты, b — полуширина русла по урезу, h_m — максимальная глубина в русле.

Выражая косинус через тангенс и подставляя в (1.9), получим обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка, общим интегралом которого является:

$$\frac{b}{h_m} x_1 = m_0 \int_{h_1}^1 \frac{\sqrt{1 + \frac{h_1^2}{m_0^2}}}{\sqrt{1 - h_1^2}} dh_1. \quad (1.11)$$

Далее, учитывая, что коэффициент m_0 для несвязных грунтов всегда больше единицы, двучлен в числителе можно представить в виде биномиального ряда и ограничиться первыми тремя членами. После интегрирования получим:

$$x = m_0 h_m \left[\operatorname{arc} \cosh h_1 + \frac{1}{4m_0^2} (\operatorname{arc} \cos h_1 + h_1 \sqrt{1 - h_1^2}) - \right. \\ \left. - \frac{1}{64m_0^4} (2 \operatorname{arccos} h_1 + 3h_1 \sqrt{1 - h_1^2} + 2h_1^3 \sqrt{1 - h_1^2}) \right]. \quad (1.12)$$

Это и есть функция поперечного сечения устойчивого русла.

На рис. 2 дано сопоставление сечений, построенных по формуле (1.12) с сечениями, полученными опытным путем Кехлиным, Алтуни-

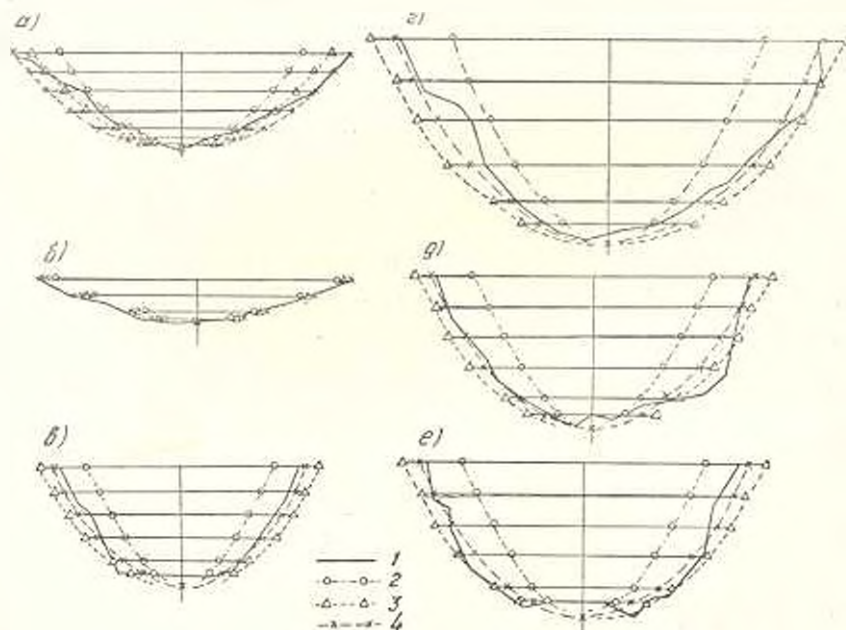


Рис. 2. Сопоставление устойчивых форм сечений на прямом участке канала: а) эксперименты Кехлина, б) Алтуни, в), г), д), е) — Ибад-Зад. 1 — экспериментальные данные, 2 — расчетный профиль по формуле Кехлина, 3 — по формуле Ибад-Зад, 4 — по формуле автора.

ным и Ибад-Зад. Нетрудно заметить, что формула (1.12) дает удовлетворительные результаты.

Из (1.12) можно получить отношение ширины к глубине потока для устойчивого русла. Для этого воспользуемся тем условием, что при $h_1 = 0$, $x_1 = 1$.

Отсюда:

$$\frac{2b}{h_m} = \pi m_0 \left(1 - \frac{1}{4m_0^2} - \frac{3}{64m_0^4} \right) \quad (1.13)$$

Сопоставление данных, полученных по формуле для обычно встречающихся значений коэффициентов естественного откоса при не-

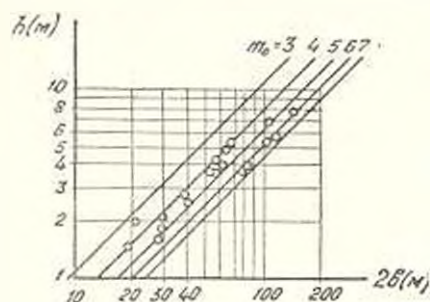


Рис. 3. Сопоставление морфометрической зависимости автора с натурными данными Алтунина.

связных грунтах ($m_0 = 2-8$), с данными натурных измерений С. Т. Алтунина [7] приведено на рис. 3, из которого видно, что опытные точки располагаются в пределах, даваемых формулой.

§ 2. Поперечный профиль русла на закруглении

Все допущения, принятые в предыдущем параграфе, здесь остаются в силе. Изменению подлежит только выражение для неразмывающей скорости, в котором нужно учесть влияние поперечной циркуляции, возникающей на закруглении водовода. Такая формула получена автором [6] и имеет следующий вид:

$$v_s = v_0 \left(\frac{h}{h_m} \right)^{1/2} \sqrt{m_s} \times$$

$$\times \left[\frac{-\cos\psi \sin\tau \sin\alpha + \sqrt{(\cos\psi \sin\tau \sin\alpha)^2 - \cos^2\psi \left(\sin^2\alpha - \frac{1}{m_s^2} \cos^2\alpha \right)}}{\cos^2\psi} \right]^{1/2} \quad (2.1)$$

Принимается, что направление течения в данной точке составляет угол τ с горизонталью откоса, и угол $90^\circ - \psi$ — с вертикалью (рис. 1, [6]). Присутствие этих углов в уравнении (2.1) отражает влияние поперечной циркуляции на разрыв русла.

По аналогии с изложенным в § 1 поставим условие, чтобы средняя скорость потока была равна неразмывающей. Для этого приравняем правые части уравнений (2.1) и (1.6). Получим квадратное уравнение относительно угла откоса α . Далее, учитывая, что в естественных руслах α обычно мало, приближенно можно принять:

$$\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha = \frac{h_m}{b} \frac{dh_1}{dx_1} \quad (2.2)$$

Решив квадратное уравнение относительно $\frac{dh_1}{dx_1}$, получим следующее нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\frac{dh_1}{dx_1} = \frac{b}{h_m m_0} [-h_1 \sin \varphi \cos \psi \pm \sqrt{1 + (\sin^2 \varphi \cos^2 \psi - \cos^2 \psi) h_1^2}]. \quad (2.3)$$

Углы φ и ψ связаны с компонентами скоростей зависимостями:

$$\begin{aligned} v_x &= v \cos \varphi \cos \psi, \\ v_y &= v \sin \varphi \cos \psi, \\ v_h &= v \sin \psi, \\ v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_h^2}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где v — продольная скорость в данной точке, v_x — поперечная — горизонтальная скорость, v_h — вертикальная скорость.

Дифференциальное уравнение (2.3), выраженное через компоненты скоростей (2.4), примет вид:

$$\frac{dh_1}{dx_1} = \frac{b}{m_0 h_m} \left[-\frac{v_x}{v} h_1 \pm \sqrt{1 - \left[1 - \left(\frac{v_x}{v} \right)^2 - \left(\frac{v_h}{v} \right)^2 \right] h_1^2} \right]. \quad (2.5)$$

Разные знаки перед радикалом соответствуют правому и левому откосам. Уравнение (2.5) целесообразно проинтегрировать методом последовательных приближений. При этом необходимо заранее задать распределение продольных и поперечных скоростей, используя один из существующих методов расчета циркуляции.

§ 3. Пример расчета

Покажем на частном примере применение предложенного способа расчета профиля на закруглении. Исходные данные следующие: угол естественного откоса грунта $m_0 = \frac{6}{\pi}$; максимальная глубина на прямом участке $h_m = 6$ м; отношение радиуса кривизны к ширине русла (на поверхности) $\frac{R}{2b} = 6.65$; коэффициент шероховатости $C = 30$; средняя скорость потока $v_{cp} = 0.5$ м/сек.

При выборе поперечных скоростей воспользуемся теорией поперечной циркуляции, разработанной А. К. Ананияном [8]. Согласно этой теории, для наших данных поперечные компоненты скоростей приближенно выражаются формулами:

$$\begin{aligned} v_x &= 0,5 v_c \sin \frac{\pi}{2} (x_1 + 1) \cos \pi h_1, \\ v_x &= 0,25 v_c \cos \frac{\pi}{2} (x_1 + 1) \sin \pi h_1, \end{aligned} \quad (3.1)$$

Подставляем эти значения в дифференциальное уравнение (2.5) и интегрируем его методом последовательных приближений. С этой целью область изменений x_1 разделим на ряд небольших, но равных промежутков (для простоты принимаем $\Delta x_1 = \pm 0,1$). Значения h_1 при разных x_1 , определяются в следующем порядке:

$$\begin{aligned} h_1(\pm 1) &= 0, \\ h_1(\pm 0,9) &= h_1(\pm 1) + \Delta x_1 h'_1(\pm 1,0), \\ h_1(\pm 0,8) &= h_1(\pm 0,9) + \Delta x_1 h'_1(\pm 0,9), \\ &\vdots \end{aligned} \quad (3.2)$$

При этом в качестве начальных условий принято: $x_1 = \pm 1$, $h_1 = 0$. Формулы (3.2) показывают, что пока x_1 находится в промежутке Δx_1 , h_1 мало отличается от его значения в начальной точке промежутка, а производная в этом промежутке постоянная. Однако такой способ определения h_1 является весьма приближенным. Найденные величины требуют уточнения. Взяв среднее значение для двух соседних точек, получим первое уточненное значение h_1 . Аналогичным способом можно получить второе приближение и т. д. В настоящем расчете ограничимся вторым приближением.

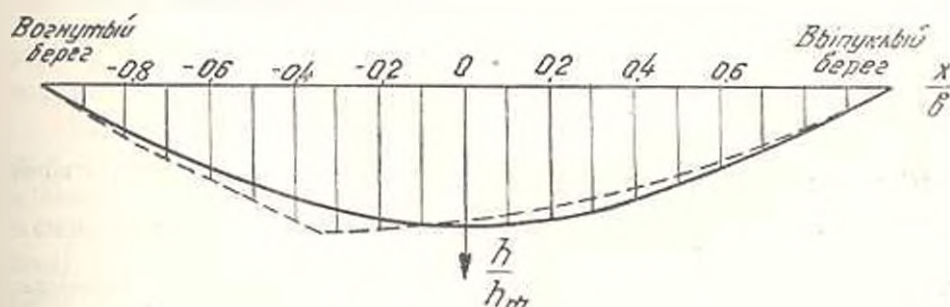


Рис. 4. Устойчивая форма поперечного сечения канала на прямом участке (сплошная линия) и на закруглении (пунктирная линия).

На рис. 4 представлена устойчивая форма русла на повороте водовода и на прямом участке. Полученный профиль имеет несимметричную форму. Максимальная глубина находится у вогнутого берега и больше таковой на прямом участке. Это объясняется тем, что скорости поперечной циркуляции, имея у вогнутого берега направление вниз по откосу, вызывают его размыв. У выпуклого берега наблюдается обратная картина. Здесь скорости циркуляции направлены вверх по откосу и вызывают большую его крутизну.

Водно-энергетический институт

Академии наук АриССР

Поступило 26 IV 58

Մ. Ս. ՓՈՔՍՐԱՐՅԱՆ

ՔԱԿԱՆ ՀՈՒՆՆԵՐԻ ԸՆԴՀԱՅՆԱԿԱՆ ՊՐՈՑԵՍՆԵՐԸ

Ա մ փ ո փ ու մ

Հոգվածում դիտվում է բաց ջրատարի ընդլայնական կտրվածքի հարցը ինչպես հունի ոլորանում, այնպես էլ ուղղագիծ մասում, երբ հատակն ու ափերը բաղկացած են միաստոր, չկապված մասնիկներից:

Հենվելով [6] զրականության վրա, որտեղ գուրա է քերված չլվացող արագությունների կապը ափերի լինության անկյան հետ, փնտրվում է հունի ալնպիսի ընդլայնական կտրվածք, որի դեպքում հոսանքի միջին արագությունը չգերազանցի չլվացող արագությանը: Այդ նպատակով միջին արագության արտահայտությունը հալոսարկեցնելով չլվացող արագությանը, դուրս է բերված ընդլայնական կտրվածքի կալուն ձևը հունի ուղղագիծ մասում: Վերջինից որպես մասնավոր դեպք ստացված է կալուն հունի լայնության և խորության հարաբերությունը: Աստացված արդյունքները համեմատված են տարբեր հեղինակների փորձնական տվյալների հետ, որը ավել է բախարար արդյունքներ:

Այնուհետև նույն սխեման դիտվում է ջրատարի ոլորանում՝ ցիրկալացիոն բաղադրիչների առկայությամբ: Այդպիսի պրոֆիլի անուղիղ լուծումը արտահայտվում է (2.5) տառչին կարգի, ոչ դժարին զիֆերենցիալ հալոսարկումով, որը նպատակահարմար է լուծել հաջորդական մոտեցումների մեթոդով: Վերջում բերվում է ընդլայնական պրոֆիլի մեկ մասնավոր դեպքի հաշվարկում հունի ոլորանում:

ЛИТЕРАТУРА

1. Koechlin R. Mecanisme de l'eau et principes generaux pour l'etablissement d'usines hydroelectriques. Paris, 1924.
2. Шаухин В. А. Нечные основы орошения и оросительных сооружений. ОГПЗ — Сельхозгиз, 1948.
3. Ибай-Заво Ю. А. Построение устойчивого профиля русла. «Гидротехническое строительство», № 12, 1952.
4. Розовский И. Л. К вопросу об устойчивой форме русла на изогнутости канала. «ДАН УССР», № 1, 1955.
5. Бернадский Н. М. Теория турбулентного потока и ее применение к построению течений в открытых водоемах. Материалы по гидрологии, гидрографии и подним силам СССР, вып. XXX, Госэнергиздат, 1943.
6. Похсрарян М. С. О неразрывных скоростях потока. «Известия АН Армянской ССР» (серия техн. наук), т. X, № 6, 1957.
7. Алтунин С. Т. Регулирование русел рек при подзоборе. Сельхозгиз, 1950.
8. Анян А. К. Поперечная циркуляция на порогах возовоза. Ереван, 1957.