

А. О. ГАМБАРЯН, Н. Н. МАИЛЯН

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КАТЯЩИХСЯ ВОЛН В СВЕРХБУРНОМ ПОТОКЕ

В в е д е н и е

Проблема исследования катящихся волн в сверхбурном потоке имеет важное теоретическое и практическое значение. Об этом свидетельствует хотя бы тот факт, что за последнее время опубликовано довольно много работ, посвященных этому вопросу.

Многие исследователи [1—4] ставят себе задачей определить условия потери устойчивости установившегося движения и крутых открытых каналах, т. е. условия перехода потока в сверхбурное состояние и образование в нем катящихся волн.

Работа Дресслера [4] посвящена вопросу построения непрерывной цепи („поезда“) катящихся волн в потоке с большими числами Рейнольдса (в сильно турбулентном потоке). Применяя уравнения движения и неразрывности, Дресслер получает связь между длиной волны и ее максимальной высотой, т. е. одно уравнение с двумя неизвестными. Для замыкания задачи не хватает одного условия. Таким образом, решение задачи ~~еще~~ доведено до конца.

Работа [9] содержит теоретическое решение проблемы катящихся волн в ламинарном потоке с применением метода Дресслера. Авторы получают непрерывную цепь волн. Имеется экспериментальная проверка, показывающая хорошее совпадение с теоретическими расчетами.

Работы [5—8] посвящены экспериментальным исследованиям катящихся волн.

Как было сказано выше, задача построения непрерывной цепи волн Дресслером до конца не доводится. С этой точки зрения большое значение могло иметь экспериментальное исследование, могущее дать эмпирические связи между параметрами волн (высота, длина и т. д.) и гидравлическими и геометрическими характеристиками русла (уклон, длина канала, шероховатость дна, расход и др.).

Прежде чем приступить к изложению материала, укажем на одну, далеко немаловажную сторону изучаемой проблемы. Дело в

том, что Дресслер [4], Томас [2] и др. предполагают существование непрерывной цепи одинаковых по своим размерам волн,двигающихся с одинаковой скоростью. Между тем, как показывают натурные и лабораторные исследования, такой цепи („поезда“) волн не наблюдается. Начиная с момента своего возникновения, волны имеют различные размеры, и это различие возрастает по мере движения вниз по течению. Это обстоятельство наряду с тем, что в решении Дресслера не хватает одного условия, приводит к мысли, что возникновение и движение катящихся волн в сверхбурном потоке суть стохастическое явление.

Обработка опытного материала, имеющегося в нашем распоряжении, как будет видно из дальнейшего, подтверждает вероятность такого предположения.

§ 1. О моделируемости явления, методика экспериментов

При экспериментировании очень важным является вопрос о моделировании изучаемых явлений.

При исследовании бурных потоков, где решающую роль играют силы тяжести, критерием моделируемости является число Фруда. При моделировании же сверхбурного потока, как показывают многие теоретические работы [1—4], критерия Фруда оказывается недостаточно и требуется соблюдение следующего критерия:

$$\frac{g}{i} = \frac{g}{i} = idem, \quad (1)$$

где C — коэффициент Шези, g — ускорение силы тяжести, $i = \operatorname{tg} \alpha$ — уклон дна канала.

Опыты произведены при следующих характеристиках русла и потока: сечение прямоугольное $i = \operatorname{tg} \alpha = 0,15$; коэффициенты шероховатости $n_1 = 0,012$, $n_2 = 0,015$; длина модели $s = 38$ м; ширина сечения $b = 0,25$ м; расходы обычно от 1 до 5 л/сек, а при некоторых опытах 8—12 л/сек.

Ввиду скоротечности явления и его нестационарного характера, для регистрации волн был применен 8-шлейфовый осциллограф типа МПО-2, датчиками для которого служили ножевые электроды. Источником их питания служили карманные и аккумуляторные батареи. Схема установки приведена на рис. 1. Электрод-

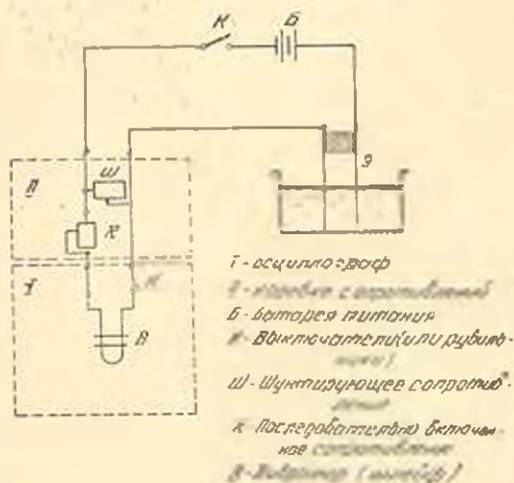


Рис. 1. Электрическая схема измерительной аппаратуры.

ные датчики Э устанавливались в пяти створах по длине модели. Расстояние между соседними створами — 2,5 м. Такой метод экспериментирования позволяет производить синхронную запись волн в 5 точках по длине канала, а это в свою очередь дает возможность следить за эволюцией отдельных волн по длине модели, а также определить период, скорость и длину волн.

Образец осциллограммы показан на рис. 2, причем записанные датчиками № 2 и № 4 перевернуты с целью удобства записи и обработки.

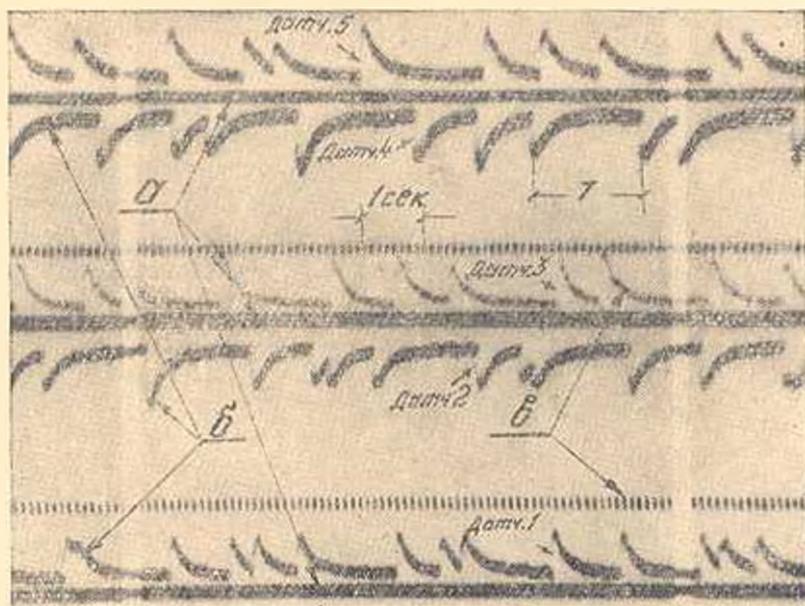


Рис. 2. Образец осциллограммы. а — линия условного нуля*; б — линия профиля волн; в — шкала времени. Расстояние между соседними черточками — 0,125 сек.

На осциллограмме изображена шкала времени в виде прерывистой штриховой линии, расстояние между отдельными штрихами которой равно $1/8$ секунды. Для определения масштаба записи, до и после каждого опыта производилась тарировка датчиков путем постепенного погружения их в воду. Получается ступенчатая линия. Расстояние между отдельными ступенями по вертикали соответствует очередному погружению датчика. По этой осциллограмме строится тарировочная кривая, которой и пользуются при обработке опытов для определения глубин.

Представляет интерес получение зависимости периодов волн T и их длин λ от характеристик канала и потока.

По рис. 2 видно, что периоды волн можно брать непосредственным отсчетом времени между двумя соседними пиками, что же касается определения длины волны, то здесь дело обстоит несколько сложнее. Для этого необходимо определить скорость движения фрон-

та волны, и путем умножения ее на период той же волны, получить ее длину.

Если обозначить расстояние между соседними створами — l , время пробега волны от одного створа до другого — t , то средняя скорость волны между двумя соседними створами выразится зависимостью:

$$c = \frac{l}{t}, \quad (2)$$

а длина волны:

$$\lambda = cT = l \frac{T}{t},$$

где T — период волны.

Согласно теории подобия зависимость той или иной измеряемой величины от различных действующих факторов может быть представлена в виде соотношения безразмерных комплексов, обычно представляющих из себя различные критерии механического подобия.

Средняя длина* волны, ее высота, период и т. п. могут быть представлены в виде следующей зависимости:

$$A = f(q, gi, C, s, \rho, \mu, \dots), \quad (3)$$

где A — символ измеряемой величины (длина, высота, период волны и т. д.),

q — погонный расход воды,

gi — тангенциальная составляющая ускорения силы тяжести, причем $i = \sin \theta$, где θ — угол наклона оси канала к горизонту,

s — расстояние от начала быстроготока,

ρ — плотность воды,

μ — коэффициент динамической вязкости.

Выбирая в качестве величин с независимыми размерностями q , gi и ρ , соотношение (3) для длины волны можно привести к виду:

$$\lambda (gi)^{-1} q^{-2/3} = \lambda l^{2/3} h_{kp}^{-2/3} = f[C(gi)^{-1/3}, si^{1/3} h_{kp}^{-1}, R_c^{-1}, \dots]. \quad (4)$$

Ввиду того, что в данном случае мы имеем дело с квадратичной зоной, то в выражении (4) можно пренебречь R_c^{-1} , результате чего получим:

$$\lambda l^{2/3} / h_{kp} = f_1(C) \sqrt{gi} \cdot si^{1/3} / h_{kp}. \quad (5)$$

Аналогичным путем получим выражения для высоты воли и периодов:

$$h_{kp}^{1/3} / h_{kp} = f_1(C) \sqrt{gi} \cdot si^{1/3} / h_{kp}, \quad (6)$$

$$T q^{1/3} / h_{kp} = f_2(C) \sqrt{gi} \cdot si^{1/3} / h_{kp} \quad (7)$$

или

$$T (gi)^{1/3} / q^{1/3} = f_2(C) \sqrt{gi} \cdot si^{1/3} / h_{kp}. \quad (8)$$

* Понятие о средней длине, высоте и т. д. будет разъяснено ниже.

На рис. 3 представлена зависимость (5) для λ_{cp} . Как видно из графиков, опытные точки описываются плавные кривые.

Поскольку опыты были произведены лишь при одном значении уклона и всего при двух значениях шероховатости, полученные результаты не дают возможности выявить влияние всех факторов, входящих в выражения (5)—(7). На графике (рис. 3) сопротивление русла представлено двумя различными коэффициентами шероховатости: 0,012 и 0,015.

§ 2. Определение вероятностей распределения волновых параметров и их зависимостей от показателей русла и потока

Как было сказано выше, образование и движение волн в сверхбурином потоке суть стохастическое явление, при котором величины волновых параметров (λ , h_m и T) при прочих одинаковых условиях (расход, расстояние от начала, уклон, шероховатость и т. п.) с течением времени меняются в довольно широких пределах.

Поэтому при обработке опытного материала оказывается необходимым прибегнуть к методам математической статистики, что дает возможность определить математическое ожидание — a ; дисперсию — σ^2 , а также другие величины (коэффициенты асимметрии, эксцесса и др.), позволяющие установить вид кривой распределения вероятностей волновых параметров, необходимых для определения вероятности появления того или иного значения данной величины, а также его максимально вероятного значения.

Как известно, математическое ожидание определяется по формуле:

$$a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (9)$$

дисперсия:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - a)^2, \quad (10)$$

где x_i — отдельные значения измеряемой величины;

n — общее количество опытных точек.

В таблице 1 приведены значения $a_T q_1^{1/2} / h_{cp}^2$ и $\sigma_T q_1^{1/2} / h_{cp}^2$ ($a_T = T_{cp}$ — математическое ожидание периодов волн) в различных сечениях по длине модели и при двух значениях коэффициента шероховатости.

Как видно из графиков и таблицы, с увеличением длины (при постоянном расходе и коэффициенте шероховатости) величины $a_T q_1^{1/2} / h_{cp}^2$ и $\sigma_T q_1^{1/2} / h_{cp}^2$ плавно возрастают и к концу модели обнаруживается тенденция к установлению некоторого постоянного значения их.

Увеличение расхода и коэффициента шероховатости вызывают уменьшение этих величин в данном фиксированном створе.

Таблица 1

Значения $a_T \frac{q_i^{1/2}}{h_{кр}^2}$ и $a_T \frac{q_i^{1/2}}{h_{кр}^2}$ при $i = 0.15$ и двух значениях коэффициента шероховатости

Коэффициент шероховатости	Расход Q л/сек	Значения $\frac{q_i^{1/2}}{h_{кр}^2}$				Значения $a_T \frac{q_i^{1/2}}{h_{кр}^2}$			
		Расстояние s м				Расстояние s м			
		27,5	32,5	35,0	37,5	27,5	32,5	35,0	37,5
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,012	1,0	6,65	7,36	7,18	8,08	2,36	2,97	3,13	3,17
	2,0	4,65	5,01	5,26	5,38	1,58	1,83	1,99	2,08
	3,0	3,69	4,13	—	4,52	1,27	1,49	—	1,71
	4,0	2,86	3,36	—	3,71	1,00	1,25	—	1,50
0,015	1,0	5,70	7,05	6,97	7,21	2,30	2,38	2,61	2,77
	2,0	4,79	5,29	5,48	5,61	1,51	1,64	1,76	1,83
	3,0	4,07	4,52	4,74	5,01	1,38	1,54	1,60	1,65
	4,0	3,61	3,81	3,86	4,06	1,15	1,25	1,50	1,45

В таблице 2 приводятся значения $a_i i^{1/2}/h_{кр}$ и $a_i i^{1/2}/h_{кр}$ для тех же условий, а на рис. 3 и 4 дано графическое изображение этих зависимостей.

Таблица 2

Значения $a_i \frac{i^{1/2}}{h_{кр}}$ и $a_i \frac{i^{1/2}}{h_{кр}}$ при $i = 0.15$ и двух значениях коэффициента шероховатости

Коэффициент шероховатости	Расход Q л/сек	Значения $\frac{i^{1/2}}{h_{кр}}$				Значения $a_i \frac{i^{1/2}}{h_{кр}}$			
		Значения s м				Значения s м			
		27,5	32,5	35,0	37,5	27,5	32,5	35,0	37,5
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,012	1,0	50,3	65,0	70,5	71,8	19,1	27,6	29,3	29,7
	2,0	39,3	43,0	46,7	48,8	13,7	16,6	18,0	19,0
	3,0	32,5	36,4	38,1	40,3	11,5	13,8	15,6	15,9
	4,0	27,0	29,9	32,0	33,7	8,9	10,8	12,2	13,2
	5,0	22,9	25,8	27,4	28,9	7,9	8,9	10,4	11,0
0,015	1,0	38,3	48,6	46,0	47,7	15,5	18,1	18,9	17,7
	2,0	31,9	36,7	34,6	35,6	10,3	11,4	11,6	11,6
	3,0	28,2	32,4	31,4	32,6	9,6	11,3	10,7	10,9
	4,0	23,4	26,6	24,6	26,1	8,1	9,3	9,3	9,1

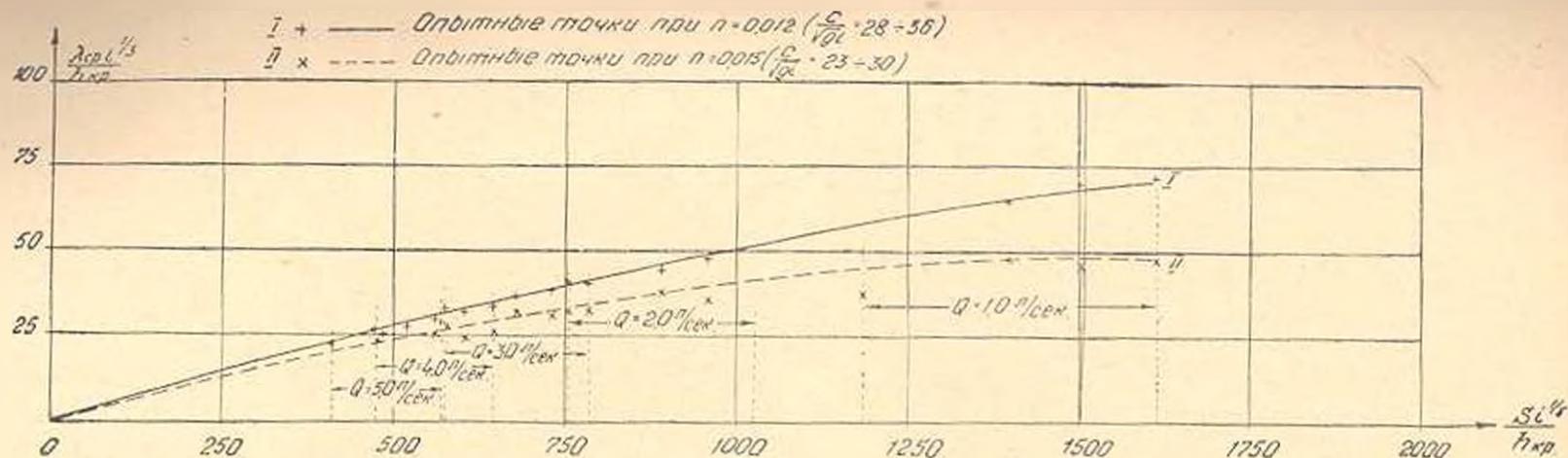


Рис. 3. Графики зависимости средней длины волн от характеристик потока и русла.

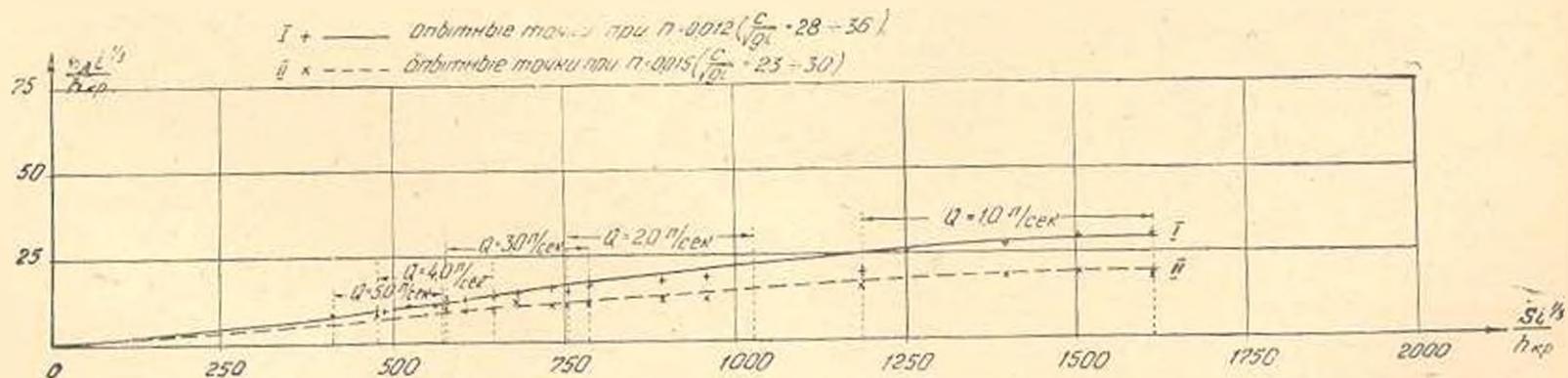


Рис. 4. График зависимости дисперсий длин волн от характеристик потока и русла.

Как видно из таблицы и графиков, значения $\alpha_1 i' / h_{кр}$ и $\alpha_2 i' / h_{кр}$ возрастают вниз по течению и при довольно больших значениях $si' / h_{кр}$ также обнаруживают тенденцию стремления к некоторой постоянной величине.

Здесь необходимо указать на одно важное обстоятельство. Параметр σ является как бы мерилом пологости (или крутости) кривой распределения вероятностей измеряемой величины, а его возрастание (или убывание) может указать на то, насколько каждое отдельное значение измеряемой величины удалится (или приблизится) от среднего значения всех измерений. Следовательно, для установления „поезда волн“, положенного в основу теоретических исследований Дресслера и Томаса [2] и [4], необходимым должно быть условие $\sigma \rightarrow 0$ при s возрастающем.

Между тем, как следует из табл. 1 и 2, а также из графиков рис. 4 дисперсия периодов и длин волн (σ_T и σ_L) возрастает при удалении от начала модели, и к ее концу стремятся к некоторой постоянной величине для данной шероховатости русла. Можно предположить, что мы имеем дело с асимптотическим стремлением этих величин к некоторому постоянному их значению.

Таким образом, проведенные опыты не подтверждают возможности установления „поезда волн“ в сверхбурином потоке. Эти опыты, наоборот, говорят о том, что для периодов и длин волн, по мере удаления от начала быстрого потока, дисперсия монотонно возрастает, т. е. о том, что мы все удаляемся от цепи волн, имеющих одинаковые длины и периоды.

На рис. 3 и 4, для большей наглядности, на общих кривых зависимостей α_1 и α_2 показаны зоны различных расходов. Как видно, по мере увеличения (форсировке) расхода мы двигаемся в зоны меньших значений величины $\alpha_1 i' / h_{кр}$ и $\alpha_2 i' / h_{кр}$. Иными словами, форсировка расхода действует аналогично уменьшению безразмерной длины модели $si' / h_{кр}$. Это строго согласуется со многими фактами натурных и модельных наблюдений [5]—[7].

Для определения типа кривой распределения вероятностей волновых параметров по данным опытов, ввиду наличия непрерывной вариации, строим интервальный вариационный ряд с одинаковыми интервалами.

Вариационный ряд графически изображен в виде гистограммы распределения (рис. 5). Интервалы величины $i' / h_{кр}$ откладываются по оси абсцисс, а относительная плотность распределения $\frac{n_i}{n}$ — по оси ординат.

Здесь:

- n_i — частота измеряемой величины в данном интервале,
- $n = \sum n_i$ — общее число опытных точек,
- $b = 5.31$ — величина интервала.

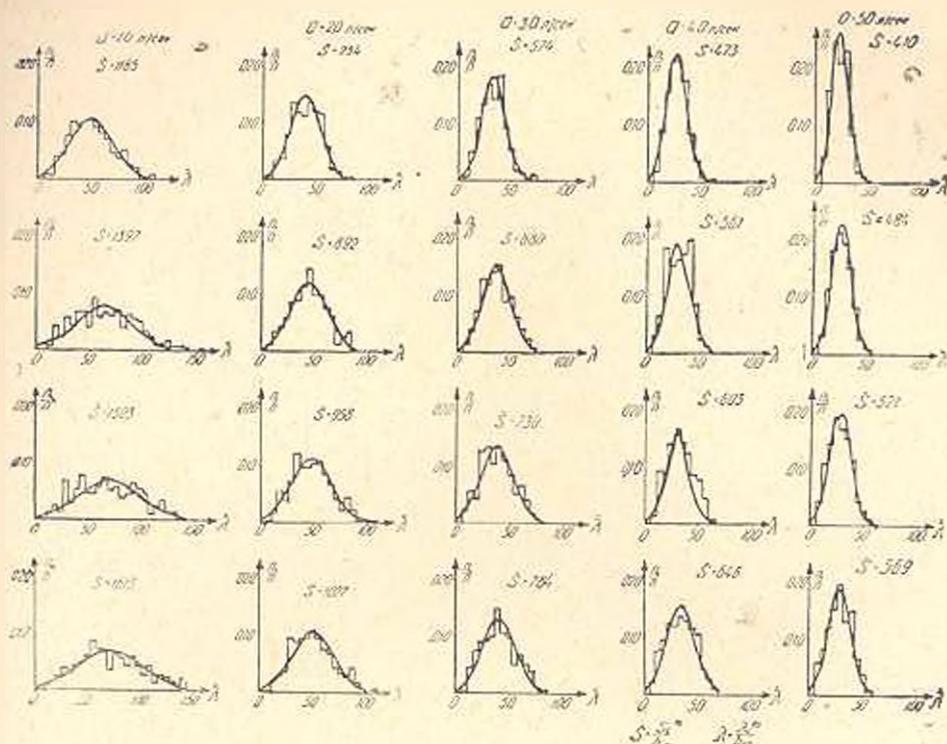


Рис. 5. Гистограммы распределения вероятностей длин волн
| коэффициент шероховатости $\lambda = 0,121$.

Таким образом, получена эмпирическая кривая распределения величины $\lambda_i / h_{кр}$.

Чтобы найти теоретическую кривую, довольно близко воспроизводящую эмпирическое распределение, подсчитаны некоторые характеристические величины.

Подсчет характеристических величин β_1 и β_2 ($\beta_1 = \mu_1^2 / \sigma^6$ — коэффициент асимметрии, $\beta_2 = \mu_1 / \sigma^4$ — коэффициент эксцесса) показывает, что эмпирическая кривая может быть воспроизведена кривой нормального распределения Гаусса. Для всякой кривой нормального распределения условия $\beta_1 = 0$ и $\beta_2 = 3$ являются необходимыми.

Так как ввиду ограниченного количества опытных точек эмпирические значения β_1 и β_2 обычно расходятся с теоретическими, то становится необходимым оценить это расхождение.

Для этой оценки определяются математическое ожидание и дисперсия величин β_1 и β_2 . Если

$$|\sqrt{\beta_1} - E(\sqrt{\beta_1})| / \sigma_{\sqrt{\beta_1}} < 3 \quad \text{и} \quad |\beta_2 - E(\beta_2)| / \sigma_{\beta_2} < 3, \quad (11)$$

то отклонения β_1 и β_2 можно считать случайными.

Проверка таким способом полученных нами опытных значений β_1 и β_2 показала, что имеющиеся расхождения можно считать случайными.

Эмпирические кривые распределения аппроксимируются кривой Гаусса.

Условия $\beta_1 = 0$ и $\beta_2 = 3$ являются лишь необходимыми. Для подтверждения нормальности распределения, данных опытов были применены критерии соответствия Колмогорова, Ястремского и Пирсона (χ^2), которые подтвердили возможность аппроксимации экспериментальных данных кривой нормального распределения Гаусса.

На рис. 5 опытные точки аппроксимированы теоретической кривой Гаусса, при $n = 0,012$.

Получены также эмпирические кривые для периодов волн, подобные кривым для λ изображенным на рис. 3—5.

Описанные выше опыты охватывают довольно широкий диапазон относительной длины модели ($0 \leq \lambda l_{кр} / h_{кр} \leq 1650$), два значения коэффициента шероховатости и одно значение уклона. Этого, по-видимому, вполне достаточно для проверки моделируемости явления. Что же касается получения новых количественных данных, то в настоящее время ведутся новые исследования при уклоне $i = 0,10$ и при двух значениях коэффициента шероховатости.

Произведенные опыты показывают, что движение катящихся волн в сверхбурном потоке имеет стохастический характер, и к его изучению можно подойти методами математической статистики.

Применение такого метода к обработке опытов для периодов и длин волн выявило вполне закономерное изменение параметров кривой распределения вероятностей измеряемых величин и зависимости от изменения геометрических показателей потока и русла.

Опытами определен тип теоретической кривой распределения вероятностей волновых параметров, а также эмпирическая зависимость между волновыми параметрами: a_T , a_L , σ_T , σ_L и гидравлическими и геометрическими характеристиками потока и русла.

Водно-энергетический институт

АН Армянской ССР

Поступило 20 II 1958

Հ. Հ. ԳԱՄԲԱՐՅԱՆ, Ն. Ն. ՄԱՆՅԱՆ

ԳԵՐՐՈՒՄԸ ՀՈՍԱՆՔՈՒՄ ԳՈՐԿՈՂ ԱՎԻՔՆԵՐԻ ՓՈՐՁՆԱԿԱՆ
ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ո. Մ Փ Ո Փ Ո Ս Մ

Գերրումն հասանքում գլորվող ալիքների առաջացման պրոցեսների, ինչպես նաև ալիքների մամանակի և տարածություն մեջ զարգացման առանձնատիրությունը բախականին մեծ դորմնական և տեսական հետաքրքրություն է ներկայացնում:

Մինչև այժմ եղած տեսական և էքսպերիմենտալ հետազոտություններում լուսարանված են բազմ հոսանքի կալուսության, ինչպես նաև գլորվող ալիքների շղթայի նկարագրության հարցերը: Բայց ալիքների շարժմանը վերաբերող քանակական հետազոտությունները դեռևս մինչև վերջ չեն հասցրված, քանի որ գլորվող ալիքների շղթայի համասարամասնիքը և նրանց լուծումը, որոնք ստացված են Ս. Գրեպերի [4] կողմից, փակ չեն և փակելու համար սնհրամեչտ է էքսպերիմենտալ ճանապարհով որոշել այիքի պարամետրերից որևէ մեկը, օրինակ, երկարությունը (1):

Երկա սշխատանքը տալիս է փորձնական ճանապարհով ալիքների պարամետրերից երկուսի՝ երկարության և պարբերության (T) կապը հոսանքի և հունի հիդրամիլիական ու երկրաչափական ցուցանիշների հետ:

Փորձերի մշակումը կատարված է մաթեմատիկական ստատիստիկայի մեթոդներով, որոշված են նշված պարամետրերի մաթեմատիկական սպասողականությունը և դիսպերսիայի կապը հոսանքի և հունի պարամետրերի հետ:

Փորձերի տվյալները բնդհանրացնելու նպատակով փորձնական տվյալների նկատմամբ կիրառված է նմանության ու չափումների տեսությունը, որը հնարավորություն է տվել ստանալու ալիքի երկարության և պարբերության, ինչպես նաև նրանց դիսպերսիայի համար չափադուրկ կոմպլեքսների կապը: Ինչպես երևում է փորձերի արդյունքներից, մոդելի սահմաններում նկատվում է վերոնշխյալ չափադուրկ մեծությունների մոնոտոն անը մոդելի չափադուրկ երկարության աճի հետ միասին, և մոդելի վերջում նկատվում է այդ մեծությունների՝ հաստատուն արժեքի ձգտելու տենդենց:

Ստացված է որոշելի մեծությունների համանականությունների բաշխման կորի տեսքը, դա Գաուսի կամ նորմալ բաշխման կորն է:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ведерников В. В., Мацицкий И. В., Помапов М. В. Неустановившееся движение потока в открытом русле. Изв. АН СССР, 1947.
2. Thomas H. A. The Propagation of Waves in Steep Prismatic Conduits. University of Iowa. Proceedings of Hydraulic Conference, March, 1910.
3. Jeffreys H. The Flow of Water in an Inclined Channel of Rectangular Section. Philos. Mag. ser. 6, vol. 49, № 293, 1925.
4. Dressler R. F. Mathematical Solution of the Problem of Roll-Waves in Inclined Open Channels. Communication on Pure and Applied Mathematics, vol. 11 № 2—3, 1943.
5. Арсенишвили К. И. Изучение воздействия набегавших волн на гидротехнические сооружения. Журн. «Гидротехническое строительство», № 1, 1955.
6. Арсенишвили К. И. Критерии впадообразования в каналах с большим уклоном. Журн. «Гидротехническое строительство», № 3, 1956.
7. Федорова Е. И. Об образовании волн из быстотока. Журн. «Гидротехническое строительство», № 4, 1954.
8. Федорова Е. И. Причины павлообразования на быстотоках и мероприятия по его предупреждению. Журн. «Гидротехническое строительство», № 6, 1956.
9. Исизара Т., Ивасаки Ю., Ивасака И. Теория движущейся системы волн в ламинарном потоке под на сильно наклоненной поверхности. Журн. «Доброку гаккай ринбунсью», № 19, 1954.
10. Мисский Е. М. Турбулентность руслового потока. М., 1952.
11. Сивельев С. Ф. Исследование вертикальной составляющей скорости потока. Известия ИИИГ, № 22, 1938.