

ИНЖИНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

Յ. Ե. ԽԱՇԻՅԱՆ

КОЛЕБАНИЕ БРУСА, ПОД ДЕЙСТВИЕМ
 СЕЙСМИЧЕСКИХ УДАРА И ТОЛЧКА С УЧЕТОМ
 РАССЕЯНИЯ ЭНЕРГИИ*

В работе рассматриваются изгибные и сдвиговые колебания консольного бруса постоянного сечения, вызванные перемещением его основания под действием сейсмических удара и толчка.

Сейсмический удар характеризуется значительным сейсмическим ускорением, вызывающим резкое изменение в скорости перемещения почвы за короткий промежуток времени. Сейсмический толчок характеризуется мгновенным возникновением большего ускорения с последующим его сохранением [1].

§ 1. Изгибные колебания

Уравнения свободных колебаний консольного бруса (рис. 1) при учете только изгибов и с учетом рассеяния энергии может быть записано в следующем виде [2]:

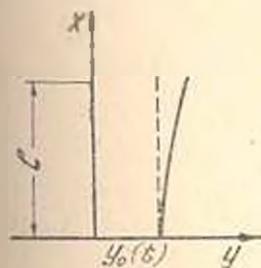


Рис. 1.

$$E I \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + q \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1)$$

где $y(x, t)$ — перемещения точки на оси стержня;

E — модуль упругости материала стержня;

I — момент инерции поперечного сечения;

q — вес стержня на единицу длины;

l — длина стержня;

α — коэффициент внутреннего трения, обычно малая величина. Нами принята $\alpha = 0,08$, что отвечает коэффициенту поглощения энергии $\psi = 0,5024$.

Подстановкой $y_j(x, t) = Y_j(x) q_j(t)$, где $Y_j(x)$ — фундаментальные функции и $q_j(t)$ — нормальные координаты, для фундаментальных функций получим [2]:

* Из материалов к проекту «Положения по строительству в сейсмических районах».

$$Y_1(x) = \frac{\sin \mu_1 x + \operatorname{sh} \mu_2 x}{\cos \mu_1 + \operatorname{ch} \mu_2} (\cos \alpha_1 x - \operatorname{ch} \alpha_2 x) + \sin \alpha_1 x - \operatorname{sh} \alpha_2 x, \quad (1.2)$$

где

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \mu_1 l \\ \alpha_2 &= \sqrt{\frac{qP_1}{gEI}} \end{aligned} \quad (1.3)$$

μ_1 — круговая частота свободных колебаний, которая определяется из характеристического уравнения

$$\cos \mu \operatorname{ch} \mu - 1 = 0, \quad (1.4)$$

первые три корня которого следующие:

$$\mu_1 = 1,875; \quad \mu_2 = 4,694; \quad \mu_3 = 7,855.$$

Нормальные координаты, характеризующие колебания рассматриваемого бруса при колебаниях почвы в направлении оси y (рис. 1), удовлетворяют уравнению

$$q_1'' + p_1^2 q_1 = -\xi_1 y_0'' \quad (1.5)$$

где $y_0(t)$ — закон движения почвы, а

$$\xi_1 = \frac{2}{\mu_1} \frac{(\cos \mu_1 + \operatorname{ch} \mu_2)^2}{\sin \mu_1 + \operatorname{sh} \mu_2} \quad (1.6)$$

Общим решением этого уравнения является

$$\begin{aligned} q_1(t) &= e^{-p_1 t/2} (A_1 \cos p_1 t + B_1 \sin p_1 t) - \\ &- \frac{\xi_1}{p_1} \int_0^t e^{-p_1 \tau/2} \tau^{-1/2} y_0''(\tau) \sin p_1(t-\tau) d\tau \end{aligned} \quad (1.7)$$

Обычно в начальный момент землетрясения, смещение и скорость точек сооружения равны нулю, поэтому при этих начальных условиях выражение (1.7) примет вид:

$$q_1(t) = \frac{\xi_1}{p_1} \int_0^t e^{-p_1 \tau/2} \tau^{-1/2} y_0''(\tau) \sin p_1(t-\tau) d\tau. \quad (1.8)$$

Сейсмический удар. Допустим, что в основании сооружения имеет место сейсмический удар, вызванный большим ускорением почвы за очень короткий промежуток времени. Такое сейсмическое ускорение называется кратковременным сейсмическим ускорением [2]. В работах [1], [2], установлено, что кратковременное сейсмическое ускорение вызывает статический эффект относительно фундаментальной функции $Y_1(x)$, если соответствующий период свободных колебаний T_1 намного меньше длительности этого ускорения. Кратковременное сейсмическое ускорение оказывает импульсное воздействие на сооружение (сейсмический удар), если период свободных колебл-

ний T , по крайней мере в четыре раза превышает его длительность. При этом закон изменения кратковременного сейсмического ускорения не имеет значения. Значение имеет лишь скорость, которую приобретает почва в конце действия кратковременного сейсмического ускорения.

Рассмотрим предельный случай, когда имеет место математический точный импульс характеризуемый мгновенным ускорением $\frac{v}{\Delta t}$ за промежуток времени $\Delta t \rightarrow 0$, т. е. когда основанию сооружения за время Δt сообщается скорость равная v . В этом случае для всех обертонов колебаний $Y_j(x)$ имеет место импульсивное действие, вынуждающее свободное колебание системы.

В данном случае

$$\text{при } 0 < \xi < \Delta t \quad y_0(\xi) = \frac{v}{\Delta t},$$

$$\text{при } \xi > \Delta t \quad y_0(\xi) = 0.$$

Применив в (1.8) теорему о среднем и переходя к пределу при условии $\Delta t \rightarrow 0$, получим:

$$q_j(t) = -\frac{3v}{p_j} v e^{-p_j t} \frac{1}{2} t \sin p_j t. \quad (1.9)$$

Изгибающий момент, отвечающий j -ой фундаментальной функции бруса запишется так:

$$M_j = EI \frac{d^2 Y_j}{dx^2} q_j. \quad (1.10)$$

Подставляя значения Y_j и q_j из выражений (1.2) и (1.9) и (1.10) после некоторых преобразований получим:

$$M_j = -\frac{q_j l^2}{8} v p_j e^{-p_j t} \frac{1}{2} t \gamma_j(x) \sin p_j t. \quad (1.11)$$

$$\gamma_j(x) = \frac{2}{\mu_j^2} \left(\frac{\cos \mu_j + \operatorname{ch} \mu_j}{\sin \mu_j + \operatorname{sh} \mu_j} \right) \left[\operatorname{ch} \mu_j \frac{x}{l} + \cos \mu_j \frac{x}{e} - \left(\frac{\cos \mu_j - \operatorname{ch} \mu_j}{\sin \mu_j + \operatorname{sh} \mu_j} \right) \left(\sin \mu_j \frac{x}{l} + \operatorname{sh} \mu_j \frac{x}{l} \right) \right] \quad (1.12)$$

Значения γ_j для первой, второй и третьей формы свободных колебаний для каждой двадцатой доли длины бруса приведены в табл. 1.

Полное значение изгибающего момента будет:

$$M = -\frac{q l^2}{8} v \sum p_j e^{-p_j t} \frac{1}{2} t \sin p_j t. \quad (1.13)$$

На основании (1.3) вычислим периоды свободных колебаний

$$p_j = \frac{B_j^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{g}}. \quad (1.14)$$

Таблица 1

x/l	γ_1	γ_2	γ_3	x/l	γ_1	γ_2	γ_3
0	0,446	0,0394	0,00625	0,50	0,151	-0,0291	0,000153
0,05	0,415	0,0300	0,00502	0,55	0,126	-0,0282	0,000239
0,10	0,384	0,0206	0,00458	0,60	0,102	-0,0269	0,000332
0,15	0,354	0,0115	-0,000935	0,65	0,0805	-0,0247	0,000561
0,20	0,323	0,00275	-0,00326	0,70	0,0605	-0,0207	0,000715
0,25	0,293	-0,00510	-0,00450	0,75	0,0432	-0,0164	0,000590
0,30	0,263	-0,0105	-0,00542	0,80	0,0285	-0,0119	0,000489
0,35	0,234	-0,0155	-0,00510	0,85	0,0149	-0,00744	0,000336
0,40	0,205	-0,0233	-0,00391	0,90	0,00718	-0,00360	0,000167
0,45	0,178	-0,0361	-0,00205	0,95	0,00194	-0,000999	0,0000243
				1,00	0	0	0

Следовательно

$$T_j = \frac{2\pi}{p_j} = \frac{2\pi}{p_j} \sqrt{\frac{q}{gEJ}} \quad (1.15)$$

или можно написать

$$T_j p_j^2 = \text{const}$$

откуда считая T_1 заданным, находим

$$T_j = \left(\frac{p_1}{p_j}\right)^2 T_1.$$

На основании (1.14) имеем

$$p_j = \frac{2\pi}{T_1} \left(\frac{p_j}{p_1}\right)^2 \quad (1.16)$$

Подставляя значения (1.16) в (1.13) для изгибающего момента, получим:

$$M = -\frac{ql^3}{g} \frac{2\pi}{T_1} \sum \left(\frac{p_j}{p_1}\right)^2 \varphi_j(x) e^{-\frac{2\pi}{T_1} \left(\frac{p_j}{p_1}\right)^2 t} \sin \frac{2\pi}{T_1} \left(\frac{p_j}{p_1}\right)^2 t \quad (1.17)$$

или

$$M = -\frac{ql^3 2\pi}{g T_1} \varphi_2(x, t),$$

где

$$\varphi_2(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{p_j}{p_1}\right)^2 \varphi_j(x) e^{-\frac{2\pi}{T_1} \left(\frac{p_j}{p_1}\right)^2 t} \sin \frac{2\pi}{T_1} \left(\frac{p_j}{p_1}\right)^2 t. \quad (1.18)$$

Коэффициенты ряда (1.17) достигают максимальных значений последовательно, начиная с самых высших при значениях $t = \frac{T_j}{4}$. Первая форма колебаний, соответствующая наибольшему периоду T_1 достигает максимального значения в последнюю очередь.

Таким образом, за время, равное одной четверти периода первой формы $t = \frac{T_1}{4}$ процесс колебаний проходит через все свои харак-

терные стадии в смысле распределения инерционных нагрузок. Конечно, процесс колебаний не является периодическим и во все последующие отрезки времени, равные $\frac{T_1}{4}$, не повторяется в точности те состояния, которые имели место за время $0 < t < \frac{T_1}{4}$. Но, если принять во внимание затухание колебаний, в силу которого амплитуды всех, особенно, высших форм в последующие промежутки времени должны убывать, то можно считать, что для практических целей состояние системы при $t > \frac{T_1}{4}$ не будет представлять большего интереса, чем за первую четверть первого периода.

На этом основании можно принять, что для изучения максимальных напряженных состояний стержня достаточно ограничиться рассмотрением окрестности первой четверти первого периода. Нами исследован промежуток времени от $0,18 T_1$ до $0,30 T_1$. В результате для различных сечений в различные время получены следующие значения для коэффициента $\alpha(x, t)$, приведенные в табл. 2.

Таблица 2

l	t T_1	$\alpha(x, t)$	$t = 0,19 T_1$	$t = \frac{T_1}{4}$	$t = \frac{T_1}{4}$	Положительные формы
			$\alpha(x, t)$	$\alpha(x, t)$	$\alpha(x, t)$	
0,00	0,19	0,61955	0,61955	0,35215	0,22576	0,4150
0,05	0,19	0,53057	0,53057	0,35702	0,20520	0,3900
0,10	0,19	0,44156	0,44156	0,33223	0,18936	0,3605
0,15	0,21	0,37870	0,35722	0,30903	0,16924	0,3324
0,20	0,21	0,32591	0,27659	0,28629	0,14149	0,3033
0,25	0,27	0,31669	0,20624	0,26551	0,10956	0,2750
0,30	0,27	0,31285	0,15221	0,24160	0,07909	0,2470
0,35	0,27	0,31490	0,09397	0,23236	0,02039	0,2197
0,40	0,27	0,29967	0,05571	0,21772	-0,02113	0,1924
0,45	0,27	0,27716	0,02790	0,20490	-0,09232	0,1671
0,50	0,29	0,25109	0,01322	0,19051	-0,13033	0,1643
0,55	0,29	0,22271	0,00526	0,17597	-0,16550	0,1642
0,60	0,29	0,20012	0,00225	0,15945	-0,19397	0,1577
0,65	0,29	0,17509	0,00309	0,13950	-0,20241	0,1427
0,70	0,29	0,14827	0,01109	0,12950	-0,20528	0,1211
0,75	0,29	0,11359	0,04415	0,09142	-0,16569	0,1030
0,80	0,29	0,05113	0,00569	0,06572	-0,13157	0,0555
0,85	0,29	0,04591	0,00291	0,03923	-0,09726	0,0597
0,90	0,29	0,02444	0,00159	0,01970	-0,04334	0,0290
0,95	0,29	0,00339	0,00101	0,00446	-0,00950	0,00220
1,00		0	0	0	0	0

Из приведенной выше таблицы изгибающего момента можно сделать следующие выводы. При всех рассмотренных значениях l наибольший момент всегда имеет место в основании бруса. В начале возмущения большой эффект имеет место в верхних частях бруса.

В верхней части бруса получается сравнительно большая величина изгибающего момента, что может иметь решающее значение

для сооружений из материалов плохо сопротивляющихся растяжению. Этим можно объяснить форму разрушения верхних частей сооружения во время землетрясения. На рис. 2 показана огибающая эпюра

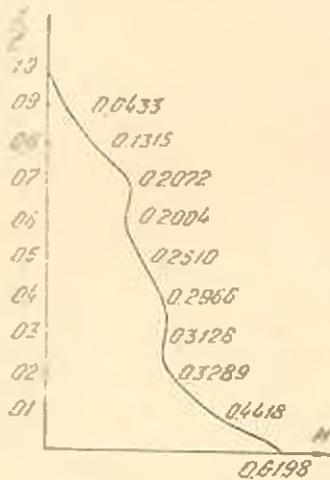


Рис. 2.

моментов. Интересно отметить, что в сечении 0,7 изгибающий момент в 5 раз больше, чем изгибающий момент в том же сечении, когда в основании получается максимальный момент. В последней графе таблицы приведены значения изгибающего момента по И. Л. Корчинскому [3], т. е. расчет произведен по наиболее опасной форме колебания. Эти данные показывают, что наибольшее расхождение достигает 70%.

Сейсмический толчок. Если в основании сооружения имеет место сейсмический толчок, то как было отмечено выше он вызывает статический толчок, то как было отмечено выше он вызывает статический эффект относительно фундаментальной функции $Y_j(x)$, если соответствующий период свободных колебаний T_j намного менее длительности действия толчка. Если упомянутое выше условие выполняется для основной главной координаты q_1 и отвечающей ей фундаментальной функции Y_1 , то оно подавно будет выполняться и для всех остальных фундаментальных функций и отвечающих им главных координат. На этом основании считая сейсмическое ускорение y_0 постоянным в уравнение (1.7) и интегрируя по частям, для нормальных координат q_j получим:

$$q_j = -\frac{\beta_j}{p_j^2} \cdot \frac{4y_0}{4 + \alpha^2} \left[1 - e^{-\frac{\alpha}{2} p_j t} \left(\frac{\alpha}{2} \sin p_j t + \cos p_j t \right) \right]. \quad (1.19)$$

В целях упрощения формулы (1.19) приведем выражение в скобках к виду

$$\frac{\alpha}{2} \sin p_j t + \cos p_j t = A \sin(p_j t + \delta_j), \quad (1.20)$$

где A и δ_j — некоторые постоянные. Они определяются из уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{2} - A \cos \delta_j &= 0, \\ 1 - A \sin \delta_j &= 0, \end{aligned} \quad (1.21)$$

откуда получим:

$$\begin{aligned} A &= \pm \frac{1}{2} \sqrt{\alpha^2 + 4}, \\ \delta_j &= \arctg \frac{2}{\alpha}. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Итак

$$q_t = - \frac{q_0^2}{p_1^2} \frac{4y_0}{x^2+4} \left[1 - A e^{-\frac{1}{2} p_1 t} \sin(p_1 t + \delta) \right]. \quad (1.23)$$

Так как при $t=0$, $q_t=0$, то A и δ имеют определенные знаки.

Для полного значения изгибающего момента по формуле (1.10), получим:

$$M = - \frac{q_0^2}{g} \frac{4y_0}{x^2+4} \left[\sum \gamma_j(x) - \sum A e^{-\frac{1}{2} p_j t} \gamma_j \sin(p_j t + \delta_j) \right]. \quad (1.24)$$

Введем обозначение

$$z = \sum \gamma_j(x),$$

$$z(x, t) = \sum A e^{-\frac{1}{2} p_j t} \gamma_j(x) \sin(p_j t + \delta_j). \quad (1.25)$$

Непосредственным дифференцированием (1.19) получим, что нормальные координаты q_j достигают своих максимальных значений при

$$t = \frac{T_j}{2}$$

Следовательно при сейсмическом толчке, имея ввиду затухание колебаний, для нахождения максимальных напряженных состояний, следует особо исследовать малый промежуток времени в окрестности

$$t = \frac{T_1}{2}.$$

Для промежутков времени от $0,45 T_1$ до $0,55 T_1$, получены максимальные значения коэффициента $z(x, t)$. Эти данные припедены в табл. 3. Коэффициент z_0 непосредственно вычислен из уравнения для

Таблица 3

$\frac{x}{l}$	$\frac{t}{T_1}$	$z(x, t)$	z_0	z_1	z_2	$t = \frac{T_1}{2}$	
						$z(x, t)$	$z(x, t)$
0,00	0,51	0,3935	0,4930	0,5000	0,8871	0,3903	-0,3522
0,05	0,53	0,3646	0,4500	0,4510	0,8116	0,3560	-0,3351
0,10	0,53	0,3361	0,4061	0,4050	0,7425	0,3317	-0,3179
0,15	0,52	0,3096	0,3655	0,3610	0,6751	0,3092	-0,3011
0,20	0,51	0,2840	0,3230	0,3200	0,6070	0,2937	-0,2829
0,25	0,50	0,2598	0,2831	0,2810	0,5429	0,2595	-0,2643
0,30	0,49	0,2353	0,2470	0,2450	0,4823	0,2351	-0,2431
0,35	0,49	0,2132	0,2105	0,2110	0,4237	0,2120	-0,2245
0,40	0,49	0,1998	0,1779	0,1800	0,3677	0,1980	-0,2025
0,45	0,48	0,1877	0,1406	0,1510	0,3173	0,1852	-0,1867
0,50	0,48	0,1752	0,1230	0,1250	0,2682	0,1719	-0,1772
0,55	0,48	0,1636	0,1061	0,101	0,2237	0,1593	-0,1641
0,60	0,48	0,1522	0,0798	0,0800	0,1820	0,0953	-0,1109
0,65	0,48	0,0826	0,0618	0,0613	0,1440	0,0755	-0,0890
0,70	0,48	0,0536	0,0472	0,0450	0,1109	0,0600	-0,0677
0,75	0,48	0,0463	0,0321	0,0313	0,0791	0,0434	-0,0494
0,80	0,48	0,0310	0,0215	0,0200	0,0525	0,0259	-0,0329
0,85	0,48	0,0167	0,0106	0,0113	0,0273	0,0153	-0,0176
0,90	0,48	0,0084	0,0054	0,0050	0,0139	0,0077	-0,0099
0,95	0,48	0,0022	0,0011	0,0012	0,0033	0,0020	-0,0028
1,00		0	0	0	0	0	0

изгибающего момента бруса, находящегося под постоянной распределенной нагрузкой $\frac{q}{g} y_0$, т. е. по формуле

$$M = \frac{q l^2}{2} \frac{y_0}{g} \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2. \quad (1.26)$$

Сопоставляя значения z_0 и z_{∞} , заключаем, что ряд γ_j быстро сходится к сумме

$$\sum \gamma_j(x) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2. \quad (1.27)$$

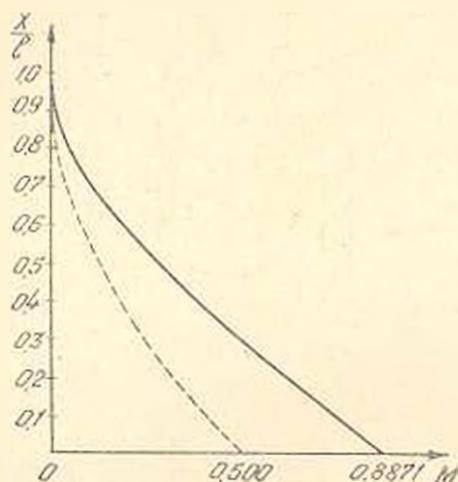


Рис. 3.

На рис. 3 показана огibaющая энюра моментов при гoлчкe, причeм пунктирная линия соответствует статическому нагружению.

Нeк, при сейсмическом гoлчкe расчетный изгибающий момент выражается формулой (1.24): он для некоторого участка стержня даже больше удвоенного статического, хотя при расчете по отдельным формулам, изгибающий момент, во всяком случае, меньше удвоенного статического. Следовательно влияние членов ряда, соответствующих высшим формам колебаний достаточно неанкo.

§ 2. Сдвиговые колебания

При учете только сдвига смещения $y(x, t)$ удовлетворяют уравнению

$$\rho \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{q}{g} \frac{1}{kF(t)} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (2.1)$$

где F — площадь поперечного сечения, G — модуль сдвига, а k — коэффициент, зависящий от формы поперечного сечения.

Подстановкой $y_j(x, t) = Y_j(x) q_j(t)$ для фундаментальных функций $Y_j(x)$ получается

$$Y_j(x) = A_j \sin \frac{2j-1}{2} \pi \frac{x}{l}. \quad (2.2)$$

Круговая частота p_j определяется формулой

$$p_j = \frac{2j-1}{2l} \pi \sqrt{\frac{kFG}{q}}. \quad (2.3)$$

Нормальные координаты $q_j(t)$ удовлетворяют уравнению:

$$q_j'' - p_j^2 e^{i\alpha} q_j = -\beta_j u_0. \quad (2.4)$$

где

$$\beta_j = \frac{4}{\pi(2j-1)}. \quad (2.5)$$

Сейсмический удар. Для сейсмического удара в основании повторяя аналогичные рассуждения и преобразования для $q_j(t)$ получим:

$$q_j(t) = -\frac{\beta_j}{p_j} v_0 e^{-\frac{\alpha}{2} t} \sin p_j t. \quad (2.6)$$

Поперечная сила, отвечающая полному деформированному состоянию, определяется по выражению

$$S = kFG \sum \frac{\partial y_j(x, t)}{\partial x}. \quad (2.7)$$

Подставляя соответствующие значения $Y_j(x)$, $q_j(t)$ и β_j и (2.7) после некоторых преобразований получим:

$$S = -\frac{q_1}{\alpha} v \sum p_j \gamma_j(x) e^{-\frac{\alpha}{2} t} \sin p_j t, \quad (2.8)$$

где

$$\gamma_j(x) = \frac{8}{\alpha^2} \frac{1}{(2j-1)^2} \cos \frac{2j-1}{2} \pi \frac{x}{l}. \quad (2.9)$$

Значение γ_j для первой пяти форм свободных колебаний для каждой двадцатой доли длины бруса приведен в табл. 4.

Таблица 4

$\frac{x}{l}$	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5
0,00	0,91057	0,09006	0,03212	0,01654	0,01001
0,05	0,90907	0,08757	0,02995	0,01410	0,00761
0,10	0,90750	0,08521	0,02292	0,00750	0,00156
0,15	0,79810	0,06519	0,01241	-0,00130	0,00523
0,20	0,77094	0,05293	0	-0,00972	0,00952
0,25	0,74553	0,03416	-0,01241	0,01529	0,00925
0,30	0,72223	0,01401	0,02292	-0,01631	0,00455
0,35	0,69111	0,00706	-0,02995	0,01259	0,00234
0,40	0,65375	-0,02783	0,03242	-0,00511	0,00510
0,45	0,61637	0,01706	-0,02995	0,00396	0,00999
0,50	0,57315	-0,00369	0,02292	0,01170	0,00709
0,55	0,52629	-0,07679	-0,01241	0,01609	0,00079
0,60	0,47642	0,08565	0	0,01573	-0,00559
0,65	0,42352	-0,08978	0,01241	0,01074	-0,00973
0,70	0,36767	0,09895	0,02292	0,00259	-0,00992
0,75	0,31019	-0,08321	0,02995	-0,00633	-0,00393
0,80	0,25051	-0,07255	0,03242	-0,01340	0,00309
0,85	0,18920	0,05849	0,02995	-0,01649	0,00553
0,90	0,12633	-0,04000	0,02292	0,01474	0,00999
0,95	0,06359	-0,02102	0,01241	-0,00954	0,00450
1,00	0	0	0	0	0

На основании (2.3)

$$T_j = \frac{2\pi}{\mu} = \frac{4l}{2j-1} \left[\sqrt{\frac{q}{kT_1 z_1}} \right] \quad (2.10)$$

следовательно

$$T_j = \frac{T_1}{2j-1} \quad (2.11)$$

Учитывая (2.10) и (2.11) для поперечной силы получим:

$$S = -\frac{q'l}{k} \frac{2\pi}{T_1} \sum_{j=1}^{\infty} (2j-1) \gamma_j(x) e^{-\frac{\pi}{2} \frac{2j-1}{T_1} z_1} \sin \frac{2\pi}{T_1} (2j-1) z \quad (2.12)$$

или

$$S = -\frac{q'l}{k} \frac{2\pi}{T_1} \varphi(x, z) \quad (2.13)$$

где

$$\varphi(x, z) = \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_j(x) (2j-1) e^{-\frac{\pi}{2} \frac{2j-1}{T_1} z_1} \sin \frac{2\pi}{T_1} (2j-1) z \quad (2.13)$$

В интервале $0,20 < \frac{z}{T_1} < 0,30$ для коэффициента $\varphi(x, z)$ получены максимальные значения для каждой двадцатой доли длины бруса. Эти данные приведены в табл. 5.

Таблица 5

$\frac{x}{l}$	$\frac{z}{T_1}$	$\varphi(x, z)$	$z = \frac{T_1}{4}$	$z = \frac{T_1}{4}$	$z = \frac{T_1}{4}$	$z = \frac{T_1}{4}$	По одной форме.
			$\varphi(x, z)$	$\varphi(x, z)$	$\varphi(x, z)$	$\varphi(x, z)$	
0,00	0,25	0,63247	0,63247	0,60031	0,72310	0,66586	0,76150
0,05	0,25	0,62602	0,62602	0,61147	0,68130	0,61614	0,75900
0,10	0,25	0,61037	0,61037	0,63550	0,59030	0,45222	0,75120
0,15	0,20	0,63307	0,54451	0,64875	0,4290	0,30417	0,7409
0,20	0,20	0,61066	0,58767	0,62492	0,30820	0,13116	0,72390
0,25	0,20	0,63113	0,59309	0,54791	0,1497	0,0047	0,70420
0,30	0,22	0,61250	0,61011	0,42141	0,0502	0,05239	0,6770
0,35	0,25	0,62591	0,62541	0,26525	-0,0020	-0,05463	0,64990
0,40	0,25	0,63105	0,63105	0,12190	0,02290	0,01870	0,6150
0,45	0,25	0,62003	0,62003	0,01373	0,0422	0,02129	0,5793
0,50	0,18	0,62141	0,59623	0,03959	-0,0061	0,04162	0,5399
0,55	0,20	0,63475	0,57135	0,01132	0,0110	0,03443	0,49190
0,60	0,20	0,63931	0,55921	-0,01150	0,0119	0,00952	0,44690
0,65	0,21	0,61591	0,56795	0,02295	-0,0091	-0,01983	0,39910
0,70	0,24	0,59171	0,59276	0,0000	0,0012	-0,03193	0,3485
0,75	0,25	0,61639	0,61639	0,03270	0,0060	-0,02140	0,3110
0,80	0,25	0,61059	0,61059	0,00775	-0,0027	-0,00276	0,2556
0,85	0,25	0,55035	0,55035	-0,01676	0,0023	0,01962	0,17840
0,90	0,25	0,42099	0,42099	-0,03127	0,0004	0,02019	0,11020
0,95	0,25	0,22946	0,22946	-0,02208	0,0001	0,021026	0,06100
1,00		0	0	0	0	0	0

Из численных результатов, приведенных в табл. 5 видно, что величина поперечной силы в верхней части сооружения одинакового порядка с нижним, но так как на нижнюю часть сооружения действуют большие вертикальные нагрузки (вес), чем на верхнюю, то

продольные стены верхних этажей должны повреждаться больше, чем стены нижних.

На рис. 4 показаныгибающая эпюры поперечных сил.

В противоположность изгибу в начале возмущения наибольший эффект имеет место в основании. Сопоставляя значение поперечных сил по пяти формам колебаний со значениями по наиболее опасной форме, значения которых приведены в последней графе табл. 5, видно, что в случае сдвига имеет место большие расхождения, особенно, в верхних частях.

Сейсмический толчок. При сейсмическом толчке поперечная сила выражается формулой

$$S = -\frac{ql}{k} \frac{4\gamma_1^2}{4 + \gamma_1^2} \left| \sum_{j=1}^5 \gamma_j(x) \sum_{j=1}^5 A e^{-\gamma_j t} \frac{t}{2} \gamma_j(x) \sin(p_j t + \delta) \right| \quad (2.14)$$

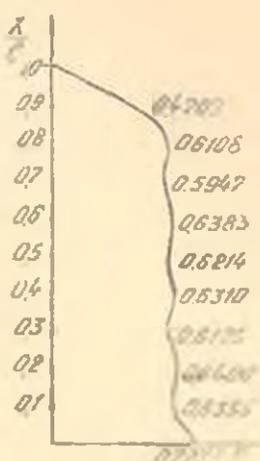


Рис. 4.

Введем обозначения

$$\sum_{j=1}^5 \gamma_j(x) = \gamma_1, \quad \sum_{j=1}^5 A e^{-\gamma_j t} \frac{t}{2} \gamma_j(x) \sin(p_j t + \delta) = \beta(x, t). \quad (2.15)$$

Исследованием промежутка времени 0,45 T₁ до 0,55 T₁ получены максимальные значения коэффициента β(x, t) приведенных в табл. 6

Таблица 6

x/l	t/T ₁	β(x, t)	β ₁	β ₀	β ₁ : β ₀	t = T ₁ /2	t = T ₁ /2	t = T ₁ /2
						β(x, t)	β(x, t)	β(x, t)
0,01	0,50	0,9031	0,959630	1,00	1,7627	-0,3479	-0,6090	-0,7154
0,05	0,50	0,7961	0,94730	0,95	1,7434	-0,3495	-0,6079	-0,7173
0,10	0,50	0,7701	0,9292	0,90	1,6992	-0,3500	-0,6090	-0,7217
0,15	0,50	0,7456	0,86234	0,85	1,6094	-0,35120	-0,6093	-0,7244
0,20	0,50	0,7053	0,83462	0,80	1,51292	-0,3510	-0,6091	-0,7220
0,25	0,49	0,6674	0,74037	0,75	1,41377	-0,3489	-0,6095	-0,7090
0,30	0,49	0,6255	0,69246	0,70	1,31926	-0,3456	-0,6046	-0,6939
0,35	0,49	0,5939	0,64899	0,65	1,22779	-0,3423	-0,5940	-0,6812
0,40	0,49	0,5619	0,59949	0,60	1,14039	-0,3406	-0,5742	-0,6616
0,45	0,50	0,4995	0,55320	0,55	1,05270	-0,3406	-0,5435	-0,6212
0,50	0,50	0,4561	0,50533	0,50	0,96143	-0,3405	-0,5023	-0,4990
0,55	0,50	0,4114	0,45495	0,45	0,86915	-0,3385	-0,4532	-0,4476
0,60	0,49	0,3657	0,40062	0,40	0,76632	-0,3289	-0,3299	-0,3877
0,65	0,47	0,3201	0,34715	0,35	0,66725	-0,3117	-0,2461	-0,3469
0,70	0,46	0,2749	0,29530	0,30	0,57020	-0,2925	-0,2942	-0,2997
0,75	0,46	0,2295	0,24676	0,25	0,47626	-0,2436	-0,2457	-0,2505
0,80	0,49	0,1935	0,19977	0,20	0,38327	-0,1973	-0,1989	-0,2005
0,85	0,50	0,1395	0,15270	0,15	0,29120	-0,1474	-0,1520	-0,1497
0,90	0,50	0,0926	0,10250	0,10	0,1961	-0,0969	-0,1031	-0,0989
0,95	0,50	0,0467	0,05254	0,05	0,09954	-0,0479	-0,0525	-0,0494
1,00		0	0	0	0	0	0	0

Коэффициент β_0 непосредственно вычислен из уравнения для поперечной силы бруса, находящегося под постоянной распределенной нагрузкой $\frac{q}{g} v_0$, т. е. по формуле

$$S = \frac{q}{g} l y_0'(x-l). \quad (2.16)$$

Сопоставлением значений β_0 и β_1 придем к выводу, что ряд γ_i в случае сдвига сходится к сумме

$$\sum \gamma_i(x) = 1 - \frac{x}{l}. \quad (2.17)$$

что можно показать и непосредственным суммированием по методу Крылова [4]. На рис. 5 показана огнивающая эюра поперечных сил

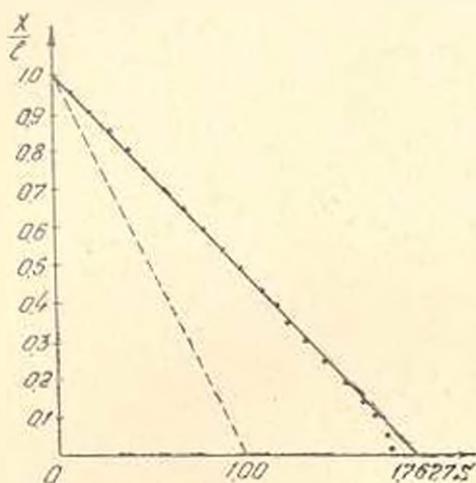


Рис. 5.

причем пунктирная линия соответствует статическому нагружению.

Таким образом в результате исследования распределение изгибающих моментов и поперечных сил в консольном брус постоянного сечения при колебаниях под действием сейсмических ударов и толчков.

Результаты вычислений показали, что влияние членов ряда, соответствующих высшим формам колебаний достаточно велико. Поэтому при рассмотрении тех же задач приближенным методом получается расхождение в среднем около 30% для изгибающих моментов в сторону преуменьшения, а для поперечной силы приближенный метод дает результаты в 2 и более раза меньше.

Во всех случаях в верхней части стержня получается сравнительно большая величина изгибающих моментов и поперечных сил, что может иметь решающее значение для разрушения сооружений из материалов плохо сопротивляющихся растяжению и срезу.

Сейсмический толчок и удар вызывают свободные колебания сооружения. Колебание сооружения, в основном, будет зависеть от его жесткости. Действие толчка и удара на сооружение, в первую очередь, может вызвать разрушение жестких конструкций.

Институт строительных материалов и сооружений

АН Армянской ССР

Получено 20 VI 1957 г.

Է. Ե. ԿԱՉԻՅԱՆ

ՍԵՅՍՄՈՒԿ ԼՍՐԿԱՆԻ ՈՒ ԶՐԿԱՆ ԱԶԳԵՑՈՒԹՅԱՆ ՏԱԿ ԶՈՂԻ
ՏՍՏՍՆՈՒՄՆԵՐԸ ԷՆԵՐԳԻՍԻ ՑՐՈՒՆ ԼԱՇՎԱԹՈՒՄՈՎ

Ա մ փ ո փ ու մ

Հողվածում ուսումնասիրության են ենթարկում սեյսմիկ հարվածի և չվան ազդեցության տակ ձույի ծաման ու սահքի տատանումները՝ Լներդիա-
փի ցրման հաշվառումով:

Սեյսմիկ հարվածը բնութագրվում է կարճ մամանակամիջոցում բազմ-
կանաչափ մեծ արագությանը, որը ստացապես է խուչք զևափ շարժման
արագության մեջ:

Սեյսմիկ հրումը բնութագրվում է բազմականաչափ մեծ արագության ակն-
բայրության առաջացմամբ և նրա հետագա պահպանմամբ [1]:

Խնդրի լուծումը արվում է ֆունկցիոնալ ֆունկցիոններով շարքի վերլուծ-
ման մեթոդով: Անկախ, նկատի ունենալով տատանման մարումը Լներդիայի
ցրման հետևանքով, խնդրի լուծումը սահմանափակվում է շարքի 3 անդամով
եւման առատանումների զեպում և 3 անդամով՝ սահքի առատանումների զեպ-
քում: Զողի լարաքանչքը կարվածքում դրնված են ծող մամենափի և կրա-
բող ուժի մարախնայ արժեքները, որնք ստացվում են սարքերի մամանակ-
ներում:

Բոլոր զեպերում թվաչին արժեքները ցույց են տալիս, որ առատան-
ման բարձր կորգի ձեերին համապատասխանող անդամների ազդեցությանը
բազմականաչափ մեծ է: Այլ պատճառով այլ նույն խնդիրները մոտավոր մե-
թոդներով բննարկելիս ծող մամենափ համար սխալը ստացվում է 30% իսկ
կորոյ ուժի արժեքը մոտավոր մեթոդներով 2 և ավելի անգամ փոքր է
ստացվում:

Սեյսմիկ հրման մամանակ ձողի լարաքանչքը կարվածքում ծող մո-
ենափի և կորոյ ուժի հաշվառումը կարելի է անհրաժեշտ ճշտությամբ կա-
տարել կրկնապատիկ ստատիկ մեթոդով:

Զողի վերելի մասում ստացվում են ծող մամենափի և կորոյ ուժի հա-
մեմատարար մեծ արժեքներ, որնչոյ կարելի է բացատրել ավելիչ երկրա-
շարժերի մամանակ շենքերի վերելի մասից բալքարվելը: Սեյսմիկ հարվա-
ծը և հրումը ստացապես են ձողի սեյսմիկան առատանումներ: Զողի առատ-
անումները հիմնականում կախված են նրա կոշտությունից: Հարվածից և հրա-
մից ստացին հերթին բալքարվում են կոշտ կոնստրուկցիաները:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Назаров А. Г. Сейсмические толчки и удары и их действие на сооружение, АН
ГрузССР, Труды бюро антисейсмического строительства, Тбилиси, 1945
2. Назаров А. Г. Метод инженерного анализа сейсмических сил. Изд. АН АрмССР,
Ереван, 1956.
3. Корчанский Н. А. Расчет сооружений на сейсмические воздействия. Гос. изд. лит.
по стронт. и архитектуре, М., 1954.

4. Крылов А. Н. Собрание трудов, т. III, часть I, Изд. АН СССР, М.—Л., 1949.
5. Тимошенко С. П. Теория колебаний в инженерном деле, М.—Л., 1955.
6. Рабинович Н. М., Сеницын А. А., Теренин Б. М. Расчет сооружений на действие кратковременных и мгновенных сил. Часть первая, изд. ВИА, М., 1956.
7. Рассказовский В. Т. Колебания гибких сооружений, вызванных действием кратковременных инерционных нагрузок, Известия АН УдССР, № 6, 1956.
8. Труды Закавказского института сооружений, Выпуск третий, Тифлис, 1931.
9. Сегад В. И. Семендяев К. А. Пятизначные математические таблицы, АН СССР, М.—Л., 1950.
10. Крылов А. Н. О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики, М.—Л., 1950.