

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

Е. С. БОРИСЕВИЧ

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ РАСЧЕТА МЕХАНИЧЕСКОЙ
ЧАСТИ ОСЦИЛЛОГРАФА

Расчет механической части осциллографов в литературе не освещен. Между тем при их проектировании нередко возникают специфические вопросы, от правильного решения которых зависит рациональность конструкции прибора.

В статье рассматриваются: явление удара при включении ленточной кассеты на большой скорости, вопрос об эффективном использовании пружинного двигателя, расчет нового типа регулятора скорости, способного снать значительный избыточный крутящий момент, развиваемый дружинным двигателем.

1. Явление удара при включении ленточной кассеты
на большой скорости

При включении кассеты осциллографа на большой скорости могут возникнуть значительные ударные нагрузки. Их появление обусловлено тем, что находящийся в движении и обладающий значительной кинетической энергией механизм осциллографа соединяется с неподвижным механизмом кассеты.

Неучет ударных нагрузок может вызвать разрушение слабого звена: обрыв фотоленты, срез шпонок, поломку зубчатых колес или других ответственных деталей механизма.

Вредное действие ударных нагрузок можно существенно уменьшить, применяя для соединения механизма осциллографа с механизмом кассеты фрикционную механическую или электромагнитную муфту. Такая муфта рассчитывается на передачу крутящего момента, несколько превышающего по требованию. При возрастании крутящего момента сверх допустимой величины муфта начинает проскальзывать. Фрикционные электромагнитные муфты использованы во многих осциллографах Геофизического института АН СССР [3, 4].

При включении кассеты на большой скорости происходит также мгновенное падение скорости вращения механизма осциллографа с последующим разгоном соединенных вместе механизмов осциллографа и кассеты. В результате, начальный отрезок фотоленты, который может иметь значительную величину, движется неравномерно, что затрудняет получение доброкачественной записи начала исследуемого процесса.

Эти обстоятельства препятствуют применению обычных ленточных кассет для записи на больших скоростях (выше 2 м/сек) и заставляют изобретать различные специальные конструкции кассет, в которых, как правило, длина заряжаемой фотоленты является существенно меньшей (\sim до 3-х метров).

Рассмотрим движение механизмов кассеты и осциллографа на трех различных этапах.

I этап. Механизмы не соединены.

Механизм осциллографа

Равномерное вращение

$$\omega_1 = \text{const}$$

Механизм кассеты

Покой

$$\omega_2 = 0$$

II этап. Соединение механизмов.

Характеризуется явлением удара, при котором могут возникнуть значительные мгновенные силы.

Мгновенное падение скорости.

$$\text{от } \omega_1 \text{ до } \omega_2$$

Переход от состояния покоя к движению. Наростание скорости:

$$\text{от } \omega_1' \text{ до } \omega_2'$$

III этап. Механизмы соединены.

Скорость быстро восстанавливается от ω_2 до ω_1 .

Остановился на II этапе. Здесь следует определять величину ω_2 — абсолютной угловой скорости вращения после удара.

Если принять удар неупругим, при наличии фрикционной муфты, то угловая скорость вращения обоих механизмов после удара будет равна, т. е. $\omega_2 = \omega_1'$. Расчет удобно вести относительно оси вращения соединительной шестерни осциллографа.

Известно, что момент количества движения тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, равен произведению его момента инерции относительно этой оси на угловую скорость [9а]:

$$k = I\omega. \quad (1)$$

Из теории удара следует, что при отсутствии внешних ударов сумма моментов количества движения системы до удара и после удара должна быть неизменной

$$I\omega_1 + I'\omega_1' = I\omega_2 + I'\omega_2', \quad (2)$$

по условию $\omega_1 = 0$, а $\omega_2' = \omega_2$, тогда угловая скорость после удара:

$$\omega_2 = \frac{I'}{I + I'} \omega_1'. \quad (3)$$

где I — суммарный момент инерции вращающихся деталей механизма осциллографа, приведенный к расчетной оси,

I' — суммарный момент инерции вращающихся деталей механизма кассеты, приведенный к той же оси.

Определим момент импульса силы, который может возникнуть при ударе. При этом моментами не мгновенных сил можно пренебречь.

Для упрощения рассматриваем не объединенную систему соударяющихся тел, а одну из двух систем, тогда удар будет внешним по отношению к рассматриваемой системе. В нашем случае такой системой удобно считать механизм кассеты, моменты инерции всех деталей которой приведены к расчетной оси.

Известно, что

$$dk = rFdt, \quad (4)$$

где k — момент количества движения;

F — сила удара;

r — радиус действия силы.

Интегрируя в пределах весьма малого промежутка времени действия удара $\tau = t - t_0$

$$\int_{k_0}^k dk = r \int_{t_0}^t F dt,$$

получим:

$$k - k_0 = rS, \quad (5)$$

где $S = \int_{t_0}^t F_0 dt$ — импульс силы удара за время τ .

Для нашего случая момент количества движения механизма кассеты k_0 , соответствующий начальному моменту времени t_0 , равен нулю, а момент количества движения в момент времени t будет равен:

$$k = I'\omega_0,$$

тогда

$$I'\omega_0 = rS$$

или, подставляя значение ω_0 из формулы (3), получим:

$$S = \frac{I \cdot I' \cdot \omega_0}{(I + I')r}. \quad (6)$$

Среднее значение силы удара F можно получить, разделив импульс S на продолжительность удара τ .

Следовательно:

$$F = \frac{I \cdot I' \cdot \omega_0}{(I + I')r\tau}. \quad (7)$$

Радиус r действия силы относительно расчетной оси задается в зависимости от того, какой элемент конструкции подвергается расчету. Это может быть радиус шестерни, если ведется расчет зубцов на прочность, радиус оси, если рассчитывается шпонка или шпилька и т. д.

Суммарный момент инерции I деталей механизма, приведенный к какой-либо оси, может быть получен путем арифметического сложения

ния моментов инерции I_x отдельных деталей относительно собственных осей вращения, деленных на квадрат передаточного отношения i_x^2 между соответствующими осями и расчетной осью, принимая расчетную ось за ведущую.

Рассмотрим III этап. Задача сводится к определению времени разгона, относительно расчетной оси, после удара до скорости ω_1 , соответствующей заданной скорости фотоленты.

Напишем уравнение вращения тела вокруг неподвижной оси

$$I_0 \frac{d\omega}{dt} = \Sigma M, \quad (8)$$

где: I_0 — суммарный момент инерции всех вращающихся деталей, приведенный к расчетной оси,

ΣM — сумма моментов внешних сил, выраженная равенством:

$$\Sigma M = M_x - M_n, \quad (9)$$

где: M_x — момент, развиваемый двигателем, приведенный к расчетной оси,

M_n — постоянный нагрузочный момент, потребляемый при перемотке фотоленты, приведенный к расчетной оси.

В переносных осциллографах применяются в качестве двигателей преимущественно шунтовые низковольтные электромоторы или пружинные двигатели с регуляторами скоростей.

Следовательно, их номинальную скорость вращения можно считать постоянной.

Вследствие удара номинальная скорость вращения двигателя мгновенно падает и затем постепенно достигает своей величины. Поскольку во время разгона в механизме с пружинным двигателем регулятор не действует и не снимает избыточного момента, то расчет следует вести, полагая M_x равным *максимальному моменту*, развиваемому двигателем.

Так как время разгона относительно невелико, то момент, развиваемый двигателем, можно принять неизменным, следовательно,

$$\Sigma M = \text{const.}$$

Величина суммарного момента инерции I_0 также является постоянной, тогда, интегрируя уравнение (8), получим:

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} I_0 d\omega = \int_{t_1}^{t_2} \Sigma M dt,$$

отсюда

$$I_0(\omega_2 - \omega_1) = \Sigma M(t_2 - t_1),$$

здесь $t_2 - t_1 = t$ — время разгона.

Следовательно:

$$t = \frac{I_0 (\omega_1 - \omega_2)}{\Sigma M} \quad (10)$$

или в нашем случае, подставив значение ω_2 из (3) и зная что $I_0 = I + I'$, получим:

$$t = \frac{\omega_2 I'}{\Sigma M} \quad (11)$$

Отсюда нетрудно, имея заданным время разгона t и зная ω_2 и I' , определить величину момента, который должен развить двигатель.

2. Использование мощности пружинного двигателя

Среди осциллографов, разработанных в Геофизическом институте, имеется ряд приборов с пружинным двигателем [5]. Они удобны для использования в труднодоступных районах, где питание прибора от источника электрической энергии встречает серьезные трудности.

Для переносного осциллографа, размеры и вес которого должны быть возможно меньшими, *существенное значение имеет эффективное использование мощности пружинного двигателя.*

На рис. 1 показан график зависимости момента спиральной ленточной пружины от числа ее оборотов (витков). Наклонная прямая отвечает теоретической зависимости, вычисленной на основе закона Гука. В действительности при закручивании пружины ее момент возрастает примерно по верхней кривой, а при раскручивании уменьшается по нижней. Заштрихованная на графике площадь, ограниченная обоями кривыми, характеризует работу, потерянную в результате гистерезиса в материале пружины [7; 8; 9].

Полезная работа, выполняемая пружиной, определяется произведением используемого момента на соответствующее число оборотов свободного барабана:

$$A_n = Mn. \quad (12)$$

На графике рис. 1 полезная работа, выполняемая пружиной представлена в виде площади прямоугольника.

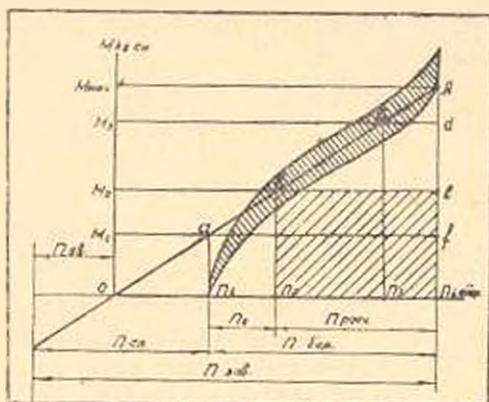


Рис. 1. График зависимости момента пружины от ее числа витков (оборотов).

OA — теоретическая прямая, $n_{св}$ — свободное число витков пружины, $n_{зав}$ — число витков пружины, вставленной в барабан, $n_{бар}$ — число витков заведенной пружины, $n_{бар}$ — полное число оборотов барабана, $n_{нач}$ — расчетное число оборотов барабана, $n_{нач}$ — начальное число оборотов барабана.

Одна и та же пружина может выполнять различную полезную работу. Об этом свидетельствуют, например, прямоугольники $n_1 a f n_1$, $n_2 b e n_2$; и $n_3 c d n_3$, площади которых неравны.

Задача сводится к тому, чтобы найти на теоретической прямой такую точку, для которой произведение момента на соответствующее число оборотов было бы максимальной величиной.

Обозначим отрезок по абсциссе $on_1 = a$

$$on_2 = x$$

тогда отрезок $n_2 n_1 = a - x$.

Обозначим отрезок по ординате $n_2 b = y = kx$,
отсюда площадь прямоугольника

$$S = n_2 b \cdot n_2 \cdot n_1 = kx(a - x) = akx - kx^2.$$

Чтобы определить, при каком условии площадь прямоугольника S будет максимальной, возьмем производную по x и приравняем ее нулю.

$$\frac{dS}{dx} = ak - 2kx = 0,$$

откуда

$$a = 2x \text{ или } x = \frac{a}{2}.$$

Следовательно, полезная работа, выполняемая пружиной, будет максимальной, когда число оборотов заводного барабана

$$n_{расч.} = \frac{n_{max} - n_{св.}}{2} \quad (13)$$

Соответствующий рабочий момент пружины

$$M_2 = \frac{M_{max}}{2}. \quad (14)$$

На графике рис. 1 максимальная полезная работа, которую может выполнить пружина, представлена заштрихованным прямоугольником $n_2 b e n_2$. Ее величина определяется равенством:

$$\Delta n_{max} = M_2 \cdot n_{расч.} = \frac{M_{max}(n_{max} - n_{св.})}{4}. \quad (15)$$

Отсюда, если принять $n_{св.} = 0,3n_{max}$, получим:

$$M_{max} = \frac{4\Delta n_{max}}{0,7n_{max}}. \quad (16)$$

Для пружинных двигателей осциллографов, в которых используется патефонная пружина, при $n_{св.} = 8 \div 10$ витков, можно принять $n_{max} = 28 \div 32$.

3. Равномерность движения ленты. Регуляторы скорости

Равномерность движения фотоленты в осциллографах, предназначенных для геофизических исследований, имеет существенное значение. Так, например, при обработке записей землетрясений неточное определение времени вступления сейсмических волн может вызвать значительную ошибку в определении места расположения очага землетрясения.

Для изучения развития регистрируемых процессов во времени, а также для контроля скорости и равномерности движения фотоленты, на последнюю наносятся через определенные интервалы времени специальные отметки. Однако в промежутках между отметками равномерность движения фотоленты является фактически бесконтрольной, если из фотозаписи не видно явно выраженных недочетов — остановок, проскоков и т. п. В этом смысле фотозапись имеет преимущество перед механической записью пером, не позволяющей судить даже о грубом нарушении равномерности движения регистрационной ленты. Для более точного контроля за развитием явлений и процессов во времени желательно наносить более частые отметки времени с расстоянием между ними от 1 до 5 мм.

Если в осциллографе используется электродвигатель, то равномерность движения фотоленты будет зависеть от равномерности его вращения и качества изготовления механизма. Промышленностью выпускаются асинхронные двигатели с регуляторами скорости, гарантирующими постоянство числа оборотов с отклонением от номинала не более чем на $1-2\%$. При использовании синхронных двигателей, питаемых от сети переменного тока, равномерность их вращения обуславливается частотой тока в сети, которая может отклоняться от номинала на $1-2\%$. Применение для питания синхронного мотора специального генератора, обладающего стабильной частотой, но вместе с тем относительно громоздкого, не может быть рекомендовано для переносного осциллографа.

Если в осциллографе используется пружинный двигатель, то равномерность движения фотоленты может быть обеспечена путем установки соответствующего регулятора скорости.

По мере раскручивания заводной пружины ее действующий момент M_d уменьшается от $M_{d_{max}}$ до $M_{d_{min}}$, что представлено на графике рис. 2 в виде наклонной прямой. Нагрузочный момент M_n , выражающий полезную работу по перемотке фотоленты, а также работу сил трения, можно практически считать постоянным.

На рис. 2 он представлен в виде прямой линии, параллельной оси абсцисс.

Как видно из графика, на всем рабочем диапазоне, определяемом общим числом оборотов n или углом закручивания пружины φ , существует переменный избыточный момент, который для обеспечения равномерного вращения механизма должен быть поглощен регу-

лятором [1; 2; 7; 8; 9; 12; 13]. Следовательно момент, снимаемый регулятором:

$$M_p = M_c - M_n. \quad (17)$$

Осциллографы с пружинным двигателем проектируются чаще всего для регистрации длительных процессов. Момент, развиваемый двигателем, обычно достаточно велик. При этом желательно иметь по возможности широкий диапазон скоростей фотоленты и высокую равномерность ее движения.

В регистрирующих приборах, устанавливаемых на сейсмических станциях [6], используется центробежно-маятниковый регулятор. Этот регулятор работает при $n_p = 80 \div 100$ об/мин и месяцами не требует проверки и ремонта. Принято считать, что он обеспечивает высокую равномерность хода фотоленты. Такое впечатление создается при осмотре сейсмограмм, на которых отметки времени располагаются почти строго по прямой. Однако промер на копираторе нескольких лучших лент показал, что и этот регулятор нельзя считать идеальным.

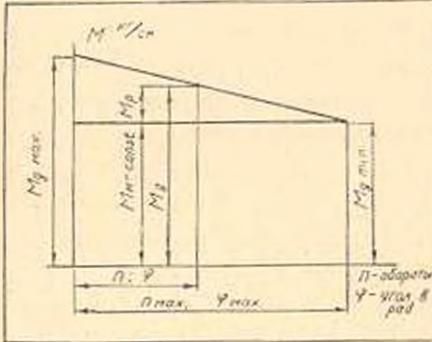


Рис. 2. График моментов, действующих в механизме осциллографа, приведенных к оси регулятора.

M_{\max} — максимальный и минимальный моменты, развиваемые пружинным двигателем.

M_c — текущий действующий момент.

M_n — нагрузочный момент, расходуемый на перемотку фотоленты и преодоление трения в механизме.

M_p — избыточный момент, поглощаемый регулятором.

На рис. 3 показан общий вид регулятора радиального действия, разработанного автором и использованного в нескольких образцах осциллографов [5].

На главной оси 3 свободно сидит зубчатое колесо 4, в котором закреплен нижний конец винтовой пружины. Верхний конец пружины соединен со втулкой 7, закрепленной на оси винтом и предназначенной для предварительного закручивания пружины. В регуляторе имеются четыре грузика 6, выполненных в виде массивных кольцевых секторов с легкими изогнутыми рычагами, оси которых с трибками 5 установлены между двумя фланцами, посаженными на оси регулятора. Трибки всех четырех грузиков находятся в зацеплении с зубчатым колесом 4, что позволяет с помощью одной противодействующей пружины настраивать регулятор на заданное расчетное число оборотов. Центры тяжести грузиков расположены относительно далеко от оси вращения, обеспечивая значительный тормозной момент регулятора при небольшом расчетном числе оборотов.

Регуляторы этого типа изготавливаются в нормальном и облегчен-

ном исполнении. Обычно их расчетное число оборотов принимается равным $n_p = 400 - 600$ об/мин.

Расчет центробежных регуляторов рассмотрен в литературе [1; 2, 7; 8; 9; 12; 13]. [Путем некоторого его упрощения, применительно к общему расчету механической части осциллографа и рассматриваемой конструкции, автору удалось получить удобные для расчета формулы.

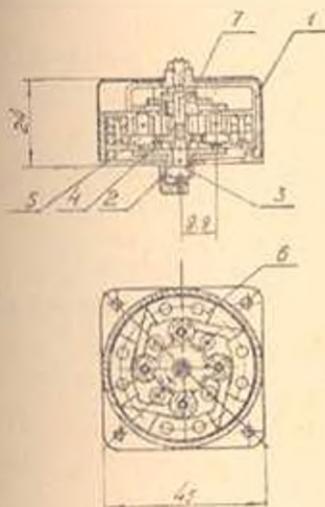


Рис. 3. Центробежный регулятор радиального действия $n_{расч.} = 100 - 600$ об/мин.

1 — корпус, 2 — основание, 3 — главная ось с шестерней, 4 — центральное зубчатое колесо с винтовой пружиной, 5 — ось грузика с шестерней, 6 — грузик, 7 — поворотная втулка, регулирующая закручивание пружинки.

На рис. 4 дана расчетная схема регулятора, показанного на рис. 3.

Для упрощения пренебрегаем весом тонких и легких дюралевых рычажков, на которых прикреплены массивные латунные грузики 6. На схеме обозначены:

- Q — сила пружины,
- P — окружное усилие,
- C — центробежная сила,
- N — сила нормального давления (реакция обода),
- F — сила трения,
- β — центральный угол, определяющий размер грузика,
- r_n — средний радиус пружины,
- r_1 — радиус центрального зубчатого колеса,
- r_2 — радиус шестерни грузика,
- R_c — расстояние от центра тяжести грузика до оси вращения,
- R — радиус тормозного обода и наружный радиус грузика,

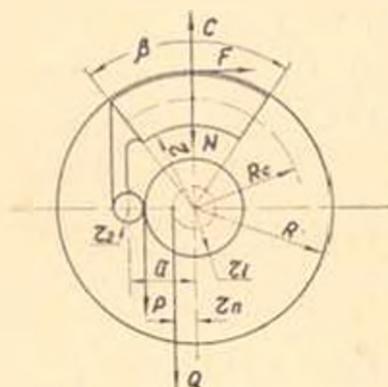


Рис. 4. Расчетная схема центробежного регулятора радиального действия.

Q — сила пружины, P — окружное усилие, создаваемое пружиной, C — центробежная сила, N — сила нормального давления, F — сила трения, R — радиус обода и наружный радиус грузика, r — внутренний радиус грузика, r_n — радиус пружины, r_1 — радиусы зубчатых колес, R_c — расстояние до центра тяжести грузика, β — центральный угол, определяющий размер грузика.

r — внутренний радиус грузика.

Грузик будет находиться в равновесии, если сумма моментов сил относительно его оси вращения будет равна нулю.

Следовательно:

$$Rr_2 + Na + FR - Ca = 0, \quad (18)$$

где $a = r_1 + r_2$.

$F = \mu N$, где μ — коэффиц. трения.

Тогда сила трения

$$F = \frac{Ca - Pr_2}{\frac{a}{\mu} + R}. \quad (19)$$

а тормозной момент регулятора при наличии четырех грузиков:

$$M_p = 4FR \quad (20)$$

$$M_p = \frac{4CaR}{\frac{a}{\mu} + R} - \frac{4Pr_2R}{\frac{a}{\mu} + R}, \quad (21)$$

Центробежная сила

$$C = \frac{G}{g} R_c \omega^2 = \frac{GR_c r^2}{30^2 g} n^2, \quad (22)$$

здесь G — вес грузика,

g — ускорение силы тяжести,

ω — угловая скорость,

n — число оборотов регулятора в минуту.

Подставив значение C в (21) получим:

$$M_p = \frac{4GR_c a R}{g \left(\frac{a}{\mu} + R \right)} \omega^2 - \frac{4r_2 R}{\frac{a}{\mu} + R} p \quad (23)$$

или:

$$\Delta M_p = \frac{GR_c a R}{22,5g \left(\frac{a}{\mu} + R \right)} n^2 - \frac{4r_2 R}{\frac{a}{\mu} + R} p. \quad (23a)$$

Обозначим

$$\left. \begin{aligned} \frac{4GR_c a R}{g \left(\frac{a}{\mu} + R \right)} &= k_1 \\ \frac{GR_c a R}{22,5 \left(\frac{a}{\mu} + R \right)} &= k_1' \\ \frac{4r_2 R}{\frac{a}{\mu} + R} &= k_2 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Отсюда вес грузика

$$G = \frac{k_1 g \left(\frac{a}{r} + R \right)}{4R_c a R} = \frac{22,5 k_1 g \left(\frac{a}{r} + R \right)}{R_c a R} \quad (25)$$

в уравнение тормозного момента регулятора в общем виде:

$$M_p = k_1 \omega_0^2 - k_2 P = k_1' n_0^2 - k_2 P, \quad (26)$$

где ω_0 — начальная, максимальная угловая скорость регулятора и n_0 — начальное или максимальное число оборотов регулятора в единицу времени.

Полагая $M_p = 0$, найдем критическое (расчетное) число оборотов и критическую (расчетную) угловую скорость, при которых наступает торможение.

В этом случае:

$$k_1 \omega_{cr}^2 = k_2 P, \quad k_1 n_{cr}^2 = k_2 P.$$

откуда:

$$\omega_{cr} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1} P}, \quad (27)$$

$$n_{cr} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1'} P}. \quad (27a)$$

Следовательно сила P , создаваемая пружиной:

$$P = \frac{k_1}{k_2} \omega_{cr}^2 = \frac{k_1'}{k_2} n_{cr}^2. \quad (28)$$

Силу P можно изменять, регулируя предварительно закручивание пружины. Это позволяет устанавливать необходимое критическое число оборотов регулятора или критическую угловую скорость.

Коэффициент k_2 может быть вычислен, поскольку конструктивные параметры регулятора известны. Величину k_1 или k_1' необходимо определить, чтобы затем найти вес грузика G и требуемую силу P , создаваемую пружиной регулятора.

В работе механизма с центробежным регулятором можно различать два основных периода: *период разгона* — когда механизм набирает скорость и число оборотов регулятора постепенно приближается к критическому; и *период установившегося движения* — когда регулятор вступил в действие и вращается со скоростью, несколько большей критической, обеспечивающей с определенной точностью заданную скорость вращения рабочего валика.

Наибольший интерес представляет последний период. Уравнение движения регулятора может быть записано в следующем виде:

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} = M_k - M_s - M_p. \quad (29)$$

где I — момент инерции всех движущихся частей механизма, приведенный к оси регулятора,

M_k — действующий момент пружины, приведенный к оси регулятора,

M_n — нагрузочный момент полезных сил и сил трения, приведенный к оси регулятора,

M_p — тормозной момент, развиваемый регулятором,

φ — угол поворота регулятора.

Общий момент инерции, приведенный к оси регулятора, определяется как сумма моментов инерции масс, вращающихся вокруг каждой оси механизма, помноженных на квадраты соответствующих передаточных чисел:

$$I = I_p + I_1 \left(\frac{n_1}{n_p} \right)^2 + I_2 \left(\frac{n_2}{n_p} \right)^2 + \dots + I_n \left(\frac{n_n}{n_p} \right)^2,$$

здесь I_p и n_p момент инерции и расчетное число оборотов регулятора.

Момент инерции регулятора складывается из момента инерции грузиков и момента инерции других деталей. Поскольку грузики расположены симметрично, то их общий момент инерции можно считать равным моменту инерции цилиндрического кольца, имеющего вырезы:

$$I_{rp} = \frac{V_k \gamma}{g} \cdot i^2,$$

объем полного кольца $V_k = \pi(R^2 - r^2)h,$

объем грузиков $V_{rp} = \frac{48}{2\pi} V_k = 28(R^2 - r^2)h,$

квадрат радиуса инерции $i^2 = \frac{1}{2}(R^2 + r^2).$

тогда $I_{rp} = \frac{28\gamma h}{g} (R^4 - r^4), \quad (30)$

где γ — объемный вес.

Подставив в уравнение (29) значение M_p из (26), получим:

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} = M_k - M_n - k_1 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + k_2 \varphi^2. \quad (31)$$

По графику рис. 2 можно определить значение переменного момента M_k , соответствующего углу поворота φ :

$$M_k = M_{k_{\max}} - \frac{M_{k_{\max}} - M_{k_{\min}}}{\varphi_{\max}} \varphi, \quad (32)$$

Обозначив:

$$\frac{M_{g\max} - M_{g\min}}{\varphi_{\max}} = S_g, \quad (33)$$

получим:

$$M_g = M_{g\max} - S_g \varphi. \quad (34)$$

Здесь: S_g — упругая постоянная пружины, характеризующая величину момента, развиваемого пружиной при закручивании ее на один радиан.

Теперь уравнение (31) можно записать в следующем виде:

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + k_1 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + S_g \varphi = M_{g\max} - M_n + k_2 P \quad (35)$$

примем [2]

$$\left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = y,$$

тогда

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \frac{1}{2} y^{-\frac{1}{2}} \frac{dy}{dt},$$

и

$$y^{-\frac{1}{2}} = \frac{dt}{d\varphi}$$

Отсюда

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \frac{1}{2} \frac{dy}{d\varphi}.$$

Следовательно:

$$\frac{1}{2} I \frac{dy}{d\varphi} + k_1 y = M_{g\max} - M_n + k_2 P - S_g \varphi.$$

Обозначив через

$$\frac{2k_1}{I} = a_1; \quad \frac{2S_g}{I} = a_2; \quad \frac{2(M_{g\max} - M_n + k_2 P)}{I} = a_3,$$

получим

$$\frac{dy}{d\varphi} + a_1 y = a_3 - a_2 \varphi.$$

Решение этого уравнения [2] имеет вид:

$$y = c_1 e^{-a_1 \varphi} + \frac{1}{a_1} \left(a_3 + \frac{a_2}{a_1} - a_2 \varphi \right).$$

где C_1 — произвольная постоянная.

При начальных условиях, когда $\varphi_0 = 0$ и $y_0 = \omega_0^2$, получим:

$$C_1 = \omega_0^2 - \frac{1}{a_1} \left(a_3 + \frac{a_2}{a_1} \right).$$

здесь ω_0 — начальная (максимальная) угловая скорость регулятора. Обозначив:

$$\frac{1}{a_1} \left(a_3 + \frac{a_2}{a_1} \right) = b_1; \quad \frac{a_2}{a_1} = b_2$$

и учитывая, что $y = \omega^2$, будем иметь:

$$\omega^2 = b_1 - b_2 \varphi + \left(\omega_0^2 - b_1 \right) e^{-n_1 \varphi}, \quad (36)$$

здесь, в соответствии с принятыми обозначениями

$$b_1 = \frac{M_{\text{гмакс}} - M_n + k_2 P}{k_1} + \frac{S_g J}{2k_1^2},$$

$$b_2 = \frac{S_g}{k_1} \quad (37)$$

Практическими подсчетами установлено [2], что последний член уравнения (36)

$$\left(\omega_0^2 - b_1 \right) e^{-n_1 \varphi}$$

при увеличении угла φ весьма быстро убывает, следовательно, им можно пренебречь.

Тогда уравнение (36) примет вид:

$$\omega^2 = b_1 - b_2 \varphi. \quad (38)$$

Пользуясь этим уравнением, можно построить график $\omega = f(\varphi)$, показанный на рис. 5, который принято называть характеристикой регулятора, каждая кривая соответствует определенной величине силы P , создаваемой пружиной.

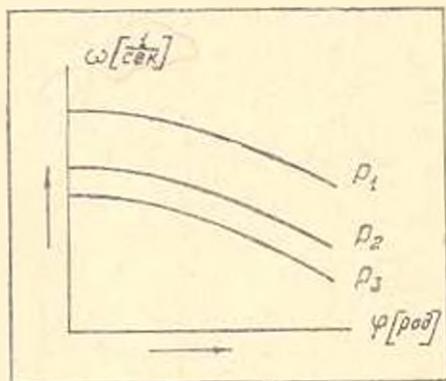


Рис. 5 Характеристики регулятора — кривые зависимости угловой скорости регулятора ω от его угла поворота φ при различных значениях силы P , создаваемой пружиной.

Из уравнения (38) следует, что падение кривых, а следовательно, точность регулирования зависит от величины коэффициента b_2 .

Наиболее эффективно можно достигнуть уменьшения b_2 , увеличивая вес грузиков G , расстояние от центра тяжести грузика до оси вращения R_1 и радиус тормозного обода R .

Значения $M_{\text{гмакс}}$; M_n ; σ должны быть приведены к оси регулятора через соответствующие передаточные числа i .

Имея уравнение (38), можно определить изменение угла поворота регулятора и его угловой скорости во времени:

$$dt = \frac{d\varphi}{(b_1 - b_2\varphi)^2}$$

Отсюда:

$$t = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{(b_1 - b_2\varphi)^2} = \frac{2}{b_2} \left[b_1^{\frac{1}{2}} - (b_1 - b_2\varphi)^{\frac{1}{2}} \right],$$

тогда

$$\varphi = b_1^{\frac{1}{2}} t - \frac{b_2}{4} t^2.$$

Здесь $b_1^{\frac{1}{2}} = \omega_0$ - начальная или максимальная угловая скорость регулятора, тогда:

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{b_2}{4} t^2. \quad (39)$$

Отсюда:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \omega_0 - \frac{b_2}{2} t. \quad (40)$$

Ускорение регулятора будет равно:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = -\frac{b_2}{2} \quad (41)$$

или, подставив значение b , получим:

$$\varepsilon = -\frac{M_{g\max} - M_{g\min}}{2k_1 \cdot \varphi_{\max}}. \quad (42)$$

Мы видим, что ускорение отрицательное, т. е. вращение регулятора будет постепенно, по мере уменьшения момента пружины, замедляться.

Вернемся к уравнению (38). На основании (39) можно вместо b_2 подставить ω_0^2 , тогда:

$$\omega_0^2 - \omega^2 = b_2 \varphi. \quad (43)$$

Допустим, что $\varphi = \varphi_{\max}$, а $\omega = \omega_{кр}$ - критическая или расчетная угловая скорость регулятора, т. е. минимальная скорость, ниже которой действие регулятора прекращается, тогда:

$$\omega_0^2 - \omega_{кр}^2 = b_2 \cdot \varphi_{\max}. \quad (43a)$$

$$\text{Отсюда } (\omega_0 - \omega_{кр})(\omega_0 + \omega_{кр}) = \frac{M_{g\max} - M_{g\min}}{k_1}$$

Обозначим величину *неравномерности вращения* $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_{кр}$, тогда

$$\Delta\omega(\Delta\omega + 2\omega_{кр}) = \frac{M_{g\max} - M_{g\min}}{k_1}$$

или

$$\Delta\omega^2 - 2\omega_{кр} \Delta\omega - \frac{M_{gmax} - M_{gmin}}{k_1} = 0.$$

Решая полученное квадратное уравнение, находим:

$$\Delta\omega = -\omega_{кр} \pm \sqrt{\omega_{кр}^2 + \frac{M_{gmax} - M_{gmin}}{k_1}}.$$

В нашем случае $\Delta\omega$ — величина положительная, следовательно

$$\Delta\omega = \sqrt{\omega_{кр}^2 + \frac{M_{gmax} - M_{gmin}}{k_1}} - \omega_{кр}. \quad (44)$$

Это уравнение является основным для расчета регулятора. Моменты M_{gmax} и M_{gmin} развиваемые пружинным двигателем и приведенные к оси регулятора, обычно являются известными. Критической или расчетной угловой скоростью регулятора $\omega_{кр}$ и величиной неравномерности $\Delta\omega$ задаются. Тогда из уравнения (44) определяется величина k_1 , а затем из равенства (25) и (28) вес грузика G и требуемая сила P , развиваемая пружиной.

Величину неравномерности вращения можно выразить также через Δn , тогда следует в уравнение (44) вместо k_1 подставить k'_1 и переписать его в следующем виде:

$$\Delta n = \sqrt{n_{кр}^2 + \frac{M_{gmax} - M_{gmin}}{k'_1}} - n_{кр}. \quad (44a)$$

Формулы (44) и (44a) относятся к центробежному регулятору любой конструкции, если график действующих моментов соответствует рис. 2. При этом, постоянные регулятора k_1 и k_2 могут иметь другие значения и должны быть рассчитаны заново.

Институт физики земли

АН СССР.

Ե. Ս. ԲՈՐԻՍՅՈՒՅԷ

ՕՍՏՐՎՈՂՐԱՆԻ ՄԵՆԱՆՆԻԿԱԿԱՆ ՄԱՍԻ ԶԱՇՎԱԽՄԱՆ ՄԻ ՔԱՆԻ ՀԱՐՅԵՐ

կ ռ փ ո փ ո ռ ի մ

Հողփոփում դիտվում է հարվածի Երկու յիթը՝ ժողովակենային կասկտան մեծ տրադուբյանը միայման դեպքում:

Իրիտվում է դասանակային շարժիչի էփեկտիփ օդատարման հարդը Բերվում է նոր տիպի տրադուբյան կարդուփորիչի հարվումը, որը ի վիճակի է դրանցիկ զսոդանակային շարժիչի կողմից առաջացված լավականին ափեկյուկ պրտող մոմենտ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Аксельрод З. М. Методика расчета центробежных регуляторов скорости, Сб. ЛитМО, Машинз, 1948.
2. Аксельрод З. М. Регуляторы скорости в приборостроении. Машинз, 1949.

3. Борисевич Е. С. Портативный пленочный четырехшлейфовый осциллограф ПО-4. Труды Геофизического института. 1949, № 5 (132).
4. Борисевич Е. С. Новый переносный 14-шлейфовый магнито-электрический осциллограф ПОБ-14. М., 1952, ж. „Заводская лаборатория“, 1952, № 7.
5. Борисевич Е. С. Упрощенный осциллограф УО-9. Труды Геофизического института, 1955, № 29.
6. Борисевич Е. С. Регистрирующие приборы для сейсмических станций, Труды Геофизического института, № 14, 1952.
7. Гавондян Т. А. Пружинные двигатели. Оборонгиз, 1953.
8. Гавондян Т. А. и Киселев Л. Т. Детали механизмов точной механики. Оборонгиз, 1953.
9. Дроздов Ф. В. Детали приборов. Оборонгиз, 1943.
10. Иващенко Н. Н. Статический расчет регуляторов скорости. Сборн. „Расчет и анализ систем автоматического регулирования машин“, Машгиз, 1954.
11. Лойцянский Л. Г. и Лурье А. И. Курс теоретической механики. Гостехиздат, 1940.
12. Стариков И. С. „Регулирование заводных механизмов с помощью модераторов“. Сборник МВТУ № 10. Расчеты деталей Σ механизмов точных приборов. Машгиз, 1950.
13. Цукерник Л. М. Теория и расчет центробежного регулятора. Машгиз, 1951.