

КРУПНОМАСШТАБНЫЕ СВОЙСТВА ТИЛЬТА ГРУПП ПЯТЕН И ЗАКОН ДЖОЯ ВБЛИЗИ СОЛНЕЧНОГО ЭКВАТОРА

К.М.КУЗАНЯН^{1,2}, Н.Т.САФИУЛЛИН^{1,3}, Н.И.КЛИОРИН^{4,5},
И.РОГАЧЕВСКИЙ^{4,5}, С.В.ПОРШНЕВ³

Поступила 7 сентября 2018

Принята к печати 13 марта 2019

Предложен физический механизм образования угла закрутки (тильта) групп солнечных пятен в процессе образования активных областей под фотосферой Солнца. Детально исследуются явления, связанные с влиянием сил Кориолиса на крупномасштабные течения в супергрануляционной конвекции в турбулентной среде. На основе расчетов магнитного поля по модели солнечного нелинейного динамо сделаны оценки порядков величины данного эффекта и оценен тильт-угол в диапазоне широт "королевской зоны" пятненной активности. Эта динамо-модель, основанная на балансе мелкомасштабной и крупномасштабной магнитных спиральностей, описывает процесс образования солнечных пятен за последние пять циклов активности (начиная с 1964г.), была адаптирована для более широкого класса магнитных проявлений солнечной активности. Построены зависимости среднего тильта за эти пять циклов активности и широтно-временные диаграммы распределения этого значения, в целом удовлетворяющие закону Джоя, но также показывающие локальные отклонения от него в ограниченном диапазоне широт в отдельных фазах солнечного цикла.

Ключевые слова: *солнечные пятна; солнечный цикл; солнечное динамо; турбулентность*

1. *Введение.* К числу основных закономерностей, которым подчиняются солнечные пятна, относится закон Джоя для пар ведущего и ведомого пятен. Этот закон проявляется в том, что угол наклона этих пар относительно солнечного экватора (тильт) имеет характерное различие по полушариям: ведущие пятна в обоих полушариях находятся, как правило, ближе к экватору, чем ведомые, что означает изменение знака тильта. Тильт групп солнечных пятен является их важнейшей характеристикой, которая используется в построении феноменологических моделей солнечной цикличности, типа модели Бабкока-Лейтона [1,2]. Хотя со времени открытия правила Джоя прошло около ста лет, до сих пор не существует однозначного объяснения этой закономерности.

Простейшее объяснение правила Джоя может быть связано с прямым воздействием сил Кориолиса на движущиеся магнитные трубки. На всех широтах, за исключением экваториальной зоны, это воздействие определяется параметром Кориолиса, который пропорционален синусу гелио-широты. Таким

образом, в первом приближении можно ожидать, что закон Джоя также будет пропорционален синусу гелио-широты. Тем не менее наблюдаются более сложные свойства крупномасштабного распределения гелиа, которые можно рассматривать как отклонения от закона Джоя. В данной работе мы показываем, что эти отклонения связаны с влиянием магнитных сил (сила Ампера), порождаемых крупномасштабным, главным образом тороидальным, магнитным полем. С одной стороны, они требуют уточнения данной теории, а с другой, сила Кориолиса не входит непосредственно в уравнение магнитной индукции, поэтому остается только удивляться, почему закон Джоя имеет в первом приближении такую простую синусоподобную форму.

Теория правила Джоя была ранее выдвинута, например, в статье [3] и развивалась в ряде последовавших работ. Важной особенностью этого цикла работ является использование механизма неустойчивости Кельвина-Гельмгольца для формирования солнечных пятен, а также гипотеза о существовании в глубинах конвективной зоны Солнца структур сильного магнитного поля с напряженностями порядка сотен кГс. Тем не менее, эта картина не согласуется с современными знаниями о Солнце и требует переосмотра. Прежде всего, согласно данным гелиосейсмологии, полученным с помощью космических аппаратов SOHO и SDO за последние 20 лет (см. обзор Косовичева и др. [4]), на Солнце вряд ли возможно существование таких сильных полей. Недавно [5] было установлено, что процессы формирования активных областей на Солнце разворачиваются в непосредственной близости от поверхности Солнца, на глубинах ~20 Мм, едва превосходящих глубину затенения супергранул, что подтвердило ранние результаты [4]. Это открывает возможность построения моделей пятен с локализованным закручиванием в процессе их эволюции и вспышки.

Кроме того, наблюдения магнитных полей на поверхности Солнца, т.е. магнитных полей солнечных пятен и активных областей, ясно указывают на их спиральную природу. Количественное исследование этой спиральности имеет многолетнюю историю, см., например [6-9]. Восемь лет назад Жанг и др. [10] предприняли систематическое исследование токовой спиральности и закрутки (твиста) фотосферных магнитных полей внутри солнечных активных областей. Полученные в [10] двухмерные бафферфляй-диаграммы (гелиошироты - время) построены для радиальной составляющей токовой спиральности $B_r [\text{rot}(B)]$, и твиста (скрученности) магнитного поля, усредненных по статистически значимому ансамблю магнитных полей активных областей, покрывающих почти два цикла солнечной активности.

С другой стороны, в текущей литературе имеется значительная коллекция статей, посвященных наблюдениям общей закрутки активных областей (тильту). Эти наблюдения [11] показывают, что, с одной стороны, закон Джоя выполняется достаточно хорошо: тильт $\delta \propto \sin \phi$ (ϕ - гелиографическая широта),

а с другой - на низких широтах наблюдаются заметные отклонения от этого закона [12,13]. Наконец, активные области малых размеров демонстрируют анти-джоевское поведение: $\delta \propto -\sin\phi$ [14,15]. В данной работе мы попытаемся дать теоретическое объяснение этим странностям в поведении тильта, используя результаты модели нелинейного динамо и элементарные соображения о закручивании полей активных областей силой Кориолиса.

Полученные результаты могут представлять интерес не только для описания свойств закрутки активных областей (тильта), но и возможно позволят оценить поток магнитной спиральности в хромосферу и корону и, тем самым, энергетический потенциал вспышечной активности Солнца.

2. Модель биполярной активной области. В данной работе мы рассмотрим в качестве модели простую биполярную активную область, в которой расстояние между областями противоположной полярности составляет L , и существующую в верхней части супергрануляционной ячейки турбулентную конвекцию глубиной $L/2$. Последнюю мы будем связывать с высотой равновесной фотосферы по плотности $L/2 \approx H_p = -[d \log \rho_0(r)/dr]^{-1}$, где ρ_0 - равновесная плотность солнечной плазмы на глубине формирования солнечных пятен $H = 10^9$ см = 10 Мм. Согласно Чандрасекару ([16], гл. 16, с.48, рис.7а) совокупность трех систем ролов размером $L/2$ на $L/2$ с осями, повернутыми друг к другу под углом 120° , образуют систему гексагонов, каждый из которых имеет максимальный размер L и глубину $L/2$. Таким образом, каждый гексагон может быть вписан в круг радиуса $L/2$. Следует, однако, иметь в виду, что, во-первых, реальные солнечные и звездные конвективные ячейки, согласно наблюдениям солнечной поверхности, имеют скорее форму неправильных пентагонов и гексагонов, чем абсолютно регулярных гексагонов, а, во-вторых, их горизонтальные размеры, по-видимому, превышают, примерно вдвое, размеры классических ячеек Релея. Причина в том, что оптимальные ролы в сильно турбулентной конвекции имеют в сечении размер не $L/2$ на $L/2$, как в ламинарной конвекции, а приблизительно L на $L/2$ [17,18]. Таким образом, реальный размер супергранул должен быть порядка $2L$, т.е. быть в 4 раза больше ее глубины H_p и составлять ≈ 40 Мм. Данные численные оценки носят, безусловно, иллюстративный характер и диапазон этих значений может варьироваться.

Рассмотрим теперь систему уравнений, описывающую поведение (в том числе, закрутку) магнитных полей активной области. Это уравнение движения (уравнение Навье-Стокса), уравнение индукции и уравнение переноса энтропии в неупругом приближении. Согласно [19], эта система уравнений имеет вид:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -\nabla \left(\frac{\bar{P}}{\rho_0} + \frac{V^2}{2} + \frac{H^2}{8\pi\rho_0} \right) - \mathbf{g} S + \Lambda \frac{H^2}{8\pi\rho_0} + \frac{1}{4\pi\rho_0} (\mathbf{H} \cdot \nabla) \mathbf{H} + \mathbf{V} \times (2\boldsymbol{\Omega} + \mathbf{W}), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = (\mathbf{H} \cdot \nabla) \mathbf{V} - (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{H} - \mathbf{H}(\nabla \cdot \mathbf{A}), \quad (2)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla S) = -\frac{\Omega_B^2}{g} V_z, \quad (3)$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{V}) - \Lambda \cdot \mathbf{V} = \frac{V \rho_0}{\rho_0} \cdot \mathbf{V}, \quad (4)$$

где \mathbf{V} , \mathbf{H} , S , P - гидродинамическая скорость, магнитное поле, энтропия и давление плазмы активной области, соответственно. Здесь первый член в правой части (1) - сила полного давления, $-gS$ и $\Lambda H^2/8\pi\rho_0$ - силы гидродинамической и магнитной плавучести соответственно, $(\mathbf{H} \cdot \nabla)\mathbf{H}/4\pi\rho_0$ - сила магнитных натяжений, $\mathbf{V} \times (2\Omega + \mathbf{W})$ - обобщенная сила Кориолиса, включающая в себя не только регулярное вращение Солнца (звезды) Ω , но и локальную завихренность течения $\mathbf{W} = \operatorname{rot}(\mathbf{V})$, Ω_B^2 - квадрат частоты Брунга-Вайсселя. Напомним, что в конвективных зонах $\Omega_B^2 < 0$, а в фотосфере и выше, где нет конвекции, $\Omega_B^2 > 0$, а все силы, упомянутые здесь - на единицу массы. Поскольку нас интересует поведение этой системы в фотосфере Солнца и выше, где, по-видимому, нет ни магнито-гидродинамической (МНД-) турбулентности, ни динамо, мы пренебрежем магнитной и кинематической вязкостью плазмы и коэффициентом диффузии энтропии. Будем искать решение системы (1-4) в виде $\mathbf{V} = \mathbf{u} + \mathbf{v}$, $\mathbf{H} = \mathbf{B} + \mathbf{b}$, $S = \bar{S} + s$, $P = P + p$, где \mathbf{u} , \mathbf{B} , \bar{S} , P - решение системы (1-4) при $\Omega = 0$. Поскольку тилт мал (он редко когда превосходит 10°), то можно считать поля \mathbf{v} , \mathbf{b} , s , p малыми возмущениями по сравнению с равновесными полями \mathbf{u} , \mathbf{B} , \bar{S} , P . Тогда, вводя новую переменную ξ : $\mathbf{v} = \partial \xi / \partial t$, имеющую смысл смещения плазменного элемента относительно равновесного положения, и интегрируя уравнения (2-3), получаем следующее элегантное уравнение относительно ξ :

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\bar{\nabla} \left(\frac{P_{tot}}{\rho_0} \right) - \bar{r}_{\omega}^2 \left[\Omega_B^2 + \Lambda^2 V_A^2 \right] + 2 \left(\mathbf{u} + \frac{\partial \xi}{\partial t} \right) \times \Omega + (\mathbf{V}_A \cdot \nabla)^2 \xi + \Lambda V_A \cdot (\mathbf{V}_A \cdot \nabla) \xi, \quad (5)$$

Здесь магнитное поле включено через альфвеновскую скорость $\mathbf{V}_A = \mathbf{B} / \sqrt{4\pi\rho_0}$, $\Omega_B^2 = \Omega_B^2 + g(\dot{\xi} \cdot \nabla \bar{S}) / (\dot{\xi} \cdot \bar{r})$, где P_{tot} - возмущение полного давления. Заметим, что $\omega = \operatorname{rot}(\mathbf{v}) = \partial \operatorname{rot}(\xi) / \partial t$. Введем вектор закрутки нашей биполярной активной области δ : $\omega = \operatorname{rot}(\mathbf{v}) = \partial \delta / \partial t = \partial \operatorname{rot}(\xi) / \partial t$, тогда: $\delta = \operatorname{rot}(\xi)$. При этом, физический смысл вектора δ следующий: его величина - это малый угол, на который поворачиваются магнитные силовые линии магнитного поля \mathbf{B} за время Δt в случае, если завихренность $\omega = \operatorname{rot}(\mathbf{v})$ не равна нулю. Направление δ совпадает с направлением ω , т.е. перпендикулярно плоскости поворота. Таким образом, искомый тилт δ можно отождествить с радиальной

компонентой вектора δ на границе фотосфера - конвективная зона: $\delta = \delta_r(0)$. Вычислим rot от левой и правой части уравнения (5) и спроецируем получившееся векторное уравнение на равновесное поле \mathbf{V} , т.е. найдем $\delta_B = \delta \cdot \mathbf{V} / V$. Это дает:

$$\frac{\partial^2 \delta_B}{\partial t^2} = 2 \left\{ \text{rot} \left[\left(\mathbf{u} - \frac{\partial \xi}{\partial t} \right) \times \Omega \right] \right\}_B + (V_A \cdot \nabla)^2 \delta_B. \quad (6)$$

Здесь нижний индекс обозначает проекцию на вектор магнитного поля \mathbf{V} . Это уравнение описывает скручивание поля под влиянием силы Кориолиса на конвективные течения. Рассмотрим свободное решение уравнения (6) в пренебрежении малым слагаемым $2 \text{rot}[(\partial \xi / \partial t) \times \Omega]$. Его общее решение описывает стоячие альфвеновские волны; оно дает максимальную закрутку вблизи оснований магнитных петель в виде:

$$\delta_B = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \left(\frac{\pi(2n+1)}{L_B} \zeta \right) \cos \left(V_A \frac{\pi(2n+1)}{L_B} t + \varphi \right),$$

и описывает незатухающие колебания с периодами $T_n = 2L_B / (2n+1)V_A = 2\tau_D / (2n+1)$. Здесь ζ координата, отсчитанная вдоль силовой линии длиной L_B , $\tau_D = L_B / V_A$. Взяв для оценки следующие параметры $B = 300$ Гс, $L_B \approx 2L = 40$ Мм, плотность плазмы $\rho_0 \approx 4.5 \times 10^{-7}$ г/см³ [20], получим $V_A \approx 1.5$ км/с, $\tau_D = (2 \div 4) \times 10^4$ с = 6 - 12 часов = 0.25 - 0.5 дня. Таким образом, для времени закручивания активной области получим: $\tau_D = 0.25 - 0.5$ дня $\ll T_{\text{зп}}$ много короче (карриптонического) периода вращения Солнца вокруг своей оси. Поэтому слагаемое $2 \text{rot}[(\partial \xi / \partial t) \times \Omega]$ пренебрежимо мало. Предположим, что на границе конвективной зоны и фотосферы $I(\zeta) = 2 \text{rot}_B [\mathbf{u} \times \Omega]$ быстро обращается в ноль вне границы. Тогда источник в правой части уравнения (6) - есть приближенно комбинация двух узких импульсов: $I(\zeta) = 2 \text{rot}_B [\mathbf{u} \times \Omega] \times [\delta(\zeta) - \delta(-L_B + \zeta)]$, где $\delta(\zeta)$ - функция Дирака. Раскладывая источник $I(\zeta)$ в ряд Фурье на отрезке $[0, L_B]$ в базисе $\pi(2n+1)/L_B$, получим: $I_n = 4 \text{rot}_B [\mathbf{u} \times \Omega] / \pi = I / \pi$. Подставляя это выражение в (6) и раскладывая решение в интеграл Фурье, получим для каждой Фурье-составляющей:

$$\frac{\partial^2 A_n}{\partial t^2} = \frac{I}{\pi} - \left[V_A \frac{\pi(2n+1)}{L_B} \right]^2 A_n. \quad (7)$$

Общее решение (7) с начальным условием $A_n(0) = 0$ имеет вид:

$$A_n = I \frac{\tau_D^2}{\pi^3 (2n+1)^2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi(2n+1)}{\tau_D} t \right) \right].$$

Вычислим δ_B

$$\delta_B = \frac{I \tau_D^2}{\pi^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi(2n+1)}{\tau_D} t \right) \right] \cos \left(\frac{\pi(2n+1)}{L_B} \zeta \right)$$

Подсчитаем тильта $\delta = \delta_B(0)$ (линия над $\delta_B(0)$ означает усреднение по времени):

$$\delta_B(0) = 4 \text{rot}_r [\mathbf{u} \times \boldsymbol{\Omega}] \frac{\tau_D^2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)^{-2} = 4 \text{rot}_r [\mathbf{u} \times \boldsymbol{\Omega}] \frac{\tau_D^2}{\pi} \frac{\pi^2}{8} = \frac{\tau_D^2}{2\pi} \text{rot}_r [\mathbf{u} \times \boldsymbol{\Omega}].$$

Вычислим $\text{rot}_r [\mathbf{u} \times \boldsymbol{\Omega}]$:

$$\text{rot}_r [\mathbf{u} \times \boldsymbol{\Omega}] \approx (\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla) \mathbf{u}_r - \boldsymbol{\Omega} \text{div}(\mathbf{u}) = -\boldsymbol{\Omega} \left[\cos(\theta) \left(\frac{u_r}{H_\rho} - \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \sin(\theta) \right]. \quad (8)$$

Для оценки поведения скорости в случае супергрануляции часто используем закон непрерывности потока импульса в следующей форме $\partial(r^2 \rho_0 u_r) / \partial r = 0$ (см., например, [21]). Это дает:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} = \frac{u_r}{H_\rho} - \frac{2u_r}{r} \approx \frac{u_r}{H_\rho}.$$

Подобная оценка, безусловно, справедлива у основания супергранулы, но не вблизи поверхности, где знак $\partial u_r / \partial r$ должен поменяться, поскольку скорость u_r должна упасть до нуля. Поэтому, мы примем для оценки:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} \approx -k \frac{u_r}{H_\rho},$$

где $k \sim 1$. Подставляя это в (8), получим:

$$\text{rot}_r [\mathbf{u} \times \boldsymbol{\Omega}] \approx -\boldsymbol{\Omega} (1+k) \tau_F^{-1} \left[\cos(\theta) + \frac{\tau_F}{(1+k)r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \sin(\theta) \right], \quad (9)$$

где $\tau_F = H_\rho / u_r$. Вертикальная составляющая скорости имеет, по крайней мере, два вклада: регулярный и случайный: $u_r = U_r + u_r^{(c)}$, соответственно. Регулярную составляющую следует связать с солнечной меридиональной циркуляцией, в том числе, зависящей от фазы пикла. Случайная составляющая порождается случайным движением плазмы супергранул. Мы оценим ее вклад следующим образом: $\partial u_r^{(c)} / \partial \theta \times \tau_F / r (1+k) \approx u_r^{(c)} / L (1+k) \times H_\rho / u_r^{(c)} = H_\rho / \xi L (1+k) \approx \xi / 2 (1+k)$, где ξ - случайная функция порядка единицы с нулевым средним $\langle \xi \rangle = 0$. В результате вместо (9) имеем:

$$\text{rot}_r [\mathbf{u} \times \boldsymbol{\Omega}] \approx -\boldsymbol{\Omega} (1+k) \tau_F^{-1} \left[\cos(\theta) + \left(\frac{\xi}{2(1+k)} + \frac{\tau_F}{R_\odot} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) \sin(\theta) \right]. \quad (10)$$

Подставляя (10) в выражение для тильта, порождаемого вращением, получим:

$$\delta = \frac{\tau_D^2}{2\pi} \text{rot}_r [\mathbf{u} \times \boldsymbol{\Omega}] \approx - \frac{(1+k) \tau_D^2}{\tau_F T_\odot} \left[\sin(\varphi) + \cos(\varphi) \left(\frac{\xi}{2(1+k)} - \frac{\tau_F}{R_\odot} \frac{\partial U_r}{\partial \varphi} \right) \right]. \quad (11)$$

Здесь мы перешли от ко-широты θ к гелиоцентрической широте $\varphi = \pi/2 - \theta$ и T_\odot - период вращения Солнца вокруг своей оси. Оценим коэффициент

перед скобкой в (11): он должен быть порядка 1/3. Течения, порождаемые средним полем, вычислены в работе Клиорина и Рузмайкина [22]. Согласно их вычислениям

$$U_r \approx \frac{\ell_0(z)}{4\pi r v_T R_\odot} \left(\frac{z H_\odot(z)}{R_\odot} + \frac{\ell_0(z) R_\odot^2}{1-2\epsilon r^2} \right) \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} (\sin\theta F(0)), \quad (12)$$

где функция $F(0)$ имеет вид:

$$F(0) = \int_{R_\odot - H_\odot}^{R_\odot} \left[\left(1 + \frac{R_\odot - r}{H_\odot - \ell_0(H_\odot)} \right) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial\theta} - \cot(0) \frac{\partial}{\partial r} \right) B_\odot^2 \right] dr.$$

Действуя в рамках "по- r " модели [23], мы можем переписать это выражение следующим образом:

$$F(0) = \int_{R_\odot - H_\odot}^{R_\odot} \left[\left(1 + \frac{R_\odot - r}{H_\odot - \ell_0(H_\odot)} \right) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial\theta} - \cot(0) \frac{\mu}{R_\odot} \right) B_\odot^2 \right] dr,$$

где $\mu_\odot = R_\odot/H_\odot$, $\ell_0(H_\odot)$, $\ell_0(z)$ - длина пути перемешивания на глубине конвективной зоны H_\odot и на глубине z , соответственно. Можно принять, что $\ell_0(H_\odot) \approx 80$ Мм; толщина конвективной зоны $H_\odot \approx 200$ Мм; $R_\odot \approx 700$ Мм. Тогда $R_\odot/(H_\odot - \ell_0(H_\odot)) \approx 5.9$. Согласно (11), нас интересуют течения только у поверхности. Его можно переписать в виде:

$$U_r \approx \frac{\ell_0^2(0)}{4\pi r v_T (1-2\epsilon) R_\odot} \left[\frac{\partial^2 f(\varphi)}{\partial\varphi^2} - \mu_\odot \tan(\varphi) \frac{\partial f(\varphi)}{\partial\varphi} + \mu_\odot \frac{f(\varphi)}{\cos^2(\varphi)} \right]. \quad (13)$$

Напомним, что мы перешли к гелиоцентрической широте $\varphi = \pi/2 - \theta$. Легко убедиться, что

$$f(\varphi) = \int_{R_\odot - H_\odot}^{R_\odot} B_\odot^2 \frac{dr}{r} + \frac{R_\odot}{H_\odot - \ell_0(H_\odot) R_\odot} \int_{R_\odot - H_\odot}^{R_\odot} \left[\frac{R_\odot - r}{R_\odot} \right] B_\odot^2 \frac{dr}{r}.$$

Подставляя (13) в (12), получим:

$$\delta \approx - \frac{(1+k) \tau_D^2}{\tau_F T_\odot} \left[\sin(\varphi) + \left(\frac{\xi}{2(1+k)} - \frac{\tau_F \ell_0^2(0) \Im(f)}{4\pi r v_T (1-2\epsilon) R_\odot^2} \right) \cos(\varphi) \right],$$

где функция имеет размерность квадрата магнитного поля:

$$\Im(f) = \frac{\partial^3 f(\varphi)}{\partial\varphi^3} + \mu_\odot \tan(\varphi) \left(\frac{2f(\varphi)}{\cos^2(\varphi)} - \frac{\partial^2 f(\varphi)}{\partial\varphi^2} \right).$$

Величина ϵ связана с граничным условием для скорости U_r [22]:

$$\left[\epsilon \frac{\partial N}{\partial r} + \frac{N}{r} \right]_{r=R_\odot} = 0, \quad N = \rho(r) U_r(r, \theta). \quad (14)$$

Заметим, что $\epsilon = 0$ соответствует "жесткому" граничному условию $U_r|_{r=R_\odot} = 0$, $\epsilon = \infty$ - "плоское мягкое" граничное условие $\partial N / \partial r = 0$. Условие (14) можно

переписать в виде:

$$\left. \frac{\partial Nr^{1+\varepsilon}}{\partial r} \right|_{r=R_0} = \left. \left\{ \frac{\partial}{\partial r} [r^{1+\varepsilon} \rho(r)U, (r, 0)] \right\} \right|_{r=R_0} = 0.$$

При $\varepsilon = 0.5$ получается "сферическое мягкое" граничное условие:

$$\left. \frac{\partial Nr^2}{\partial r} \right|_{r=R_0} = \left. \left\{ \frac{\partial}{\partial r} [r^2 \rho(r)U, (r, 0)] \right\} \right|_{r=R_0} = 0.$$

Физически это соответствует тому, что радиальный поток крупномасштабного импульса $N = \rho(r)U, (r, 0) = 0$ "не замечает границы" раздела конвективной зоны и фотосферы. Очевидно, что в таком приближении второй член в (12) описывает свободный разлет плазмы Солнца в вакуум в почти гидростатическом неупругом приближении в присутствии стационарного магнитного поля и в почти стационарном, относительно скорости приближения. Этот член может дать только бесконечную стационарную скорость. С учетом ограниченности наших приближений можно быть уверенным, что скорость останется конечной из-за возникновения разрывов и ударных волн при приближении к альфвеновской скорости и скорости звука. Оценим $f(\varphi)$. Несколько простых моделей (например [24], $B_\varphi \approx B_0(\theta)(R_\odot/r)^{\beta(0)}$, $\beta(58^\circ.5) \approx 3.5$, $B_\varphi \approx B_0 \cos(\pi(R_\odot - r)/(2H_\odot))$), дают $f(\varphi) = a \cdot [B_\varphi(R_\odot - H_\odot)]^2$, здесь $B_\varphi(R_\odot - H_\odot)$ - поле у основания конвективной зоны. Коэффициент a , может быть слегка больше единицы, если поле спадает медленнее, чем r^{-1} , или заметно меньше, если поле спадает быстрее, чем r^{-1} . Поле $B_\varphi(R_\odot - H_\odot) = B_0 \sim \eta_T / R_\odot \sqrt{4\pi\rho_{R_\odot - H_\odot} / \mu}$ было оценено в работе [25]. Здесь параметр $\mu \approx 0.1$ и связан с эволюционным уравнением для мелкомасштабной магнитной спиральности, полученной из закона сохранения полной магнитной спиральности [25,26]. Будем считать, что турбулентная диффузия и вязкость равны [27] $\eta_T \approx \ell_0^2 / 3\tau_0$, $\nu_T \approx \ell_0^2 / 6\tau_0$, соответственно. Записывая

$$f(\varphi) \approx a \cdot [B_\varphi(R_\odot - H_\odot)]^2 \approx a \cdot (4\pi\rho_{R_\odot - H_\odot} / \mu) (\eta_T / R_\odot)^2 b_0^2(\varphi),$$

и подставляя это в выражения для тилта получим:

$$\delta = - \frac{(1+k)\kappa_D^2}{\tau_T T_\odot} \left[\sin(\varphi) + \left(\frac{\xi}{2(1+k)} - \frac{2a \cdot \rho_{R_\odot - H_\odot} \tau_T \ell_0^4}{3\mu(1-2\varepsilon) \rho_0 \tau_0 R_\odot^4} \frac{\partial^3 [b_0^2(\varphi, t)]}{\partial \varphi^3} \right) \cos(\varphi) \right]. \quad (15)$$

Здесь $b_0(\varphi, t)$ - безразмерное магнитное поле у основания конвективной зоны Солнца, нормированное на $B_0 \sim \eta_T / R_\odot \sqrt{4\pi\rho_{R_\odot - H_\odot} / \mu}$ и зависящее только от времени и широты. Заметим, что в (15) мы для простоты отбросили члены $\mu \tan(\varphi) [2f(\varphi) / \cos^2(\varphi) - \partial^2 f(\varphi) / \partial \varphi^2]$, обращающиеся в ноль на солнечном экваторе.

3. *Оценки величины тильта в солнечном цикле.* В данном разделе мы проведем оценки величины тильта в солнечном цикле для реалистичного магнитного поля, полученного в ранее разработанной модели нелинейного самосогласованного динамо, основанной на балансе спиральностей, которая особенно удачно описывает в деталях процесс образования солнечных пятен за последние пять циклов активности, начиная с 20-го солнечного цикла [28].

Мы считаем наблюдаемые пятна проявлением пороговой неустойчивости, физическая основа которой определяется, в основном, отрицательным эффективным магнитным давлением, которое учитывает вклад турбулентности в крупномасштабное магнитное поле (NEMPI) [29-33]. Эта неустойчивость перераспределяет магнитный поток, созданный механизмом динамо среднего поля. Недавно была построена нелинейная динамо-модель, см. [33-36], которая принимает во внимание алгебраическую и динамическую части нелинейности альфа-эффекта, опирающаяся на наблюдаемую магнитную спиральность. Эта динамо-модель была откалибрована по длительным рядам наблюдений солнечных пятен, и она позволила рассчитать помесечный прогноз солнечной активности [28]. Мы будем использовать ее для расчета крупномасштабного магнитного поля Солнца.

Используя (15), и усреднив по случайной функции ξ , получим следующее выражение для среднего тильта:

$$\delta^{(av)} \approx -\delta_0 [\sin(\varphi) - C_1 \phi_1 \cos(\varphi)]. \quad (16)$$

Здесь

$$\delta_0 = 2\pi(1+k)\tau_D^2/\tau_F T_\odot, \quad C_1 = 2a_* \tau_F \ell_0^4 \rho_{R_0} / 3\tau_0 R_0^4 \rho_0 \mu(1-2\varepsilon).$$

Проведем оценки данных величин по порядку величины. Время формирования и всплытия активной области τ_F обычно составляет от нескольких часов до суток ($\tau_F \approx 10^4 - 10^5$ с), это время соответствует глубине шкалы плотности при формировании супергранулы $H_p \approx 10$ Мм и средней скорости всплытия $u_* \approx 10^2 - 10^3$ м/с. Характерное время установления движения супергранулы $\tau_D = 2L/u_*$, где $L \approx 20$ Мм, где альфвеновская скорость вблизи поверхности $u_a \approx 1.1 \cdot 10^3$ м/с, таким образом $\tau_D \approx 3.6 \cdot 10^4$ с, период вращения Солнца по порядку величины $T_\odot \approx 2.2 \cdot 10^6$ с и $k \approx 1$, что дает следующую оценку по порядку величины для $\delta_0 \approx 0.25 - 0.5$ рад., или в градусной мере $\approx 25^\circ$.

Теперь дадим оценку величинам, входящим в C_1 . Величина a_* порядка единицы, размеры элементарной ячейки грануляции $\ell_0 \approx 1$ Мм, и соответствующее характерное время, определяемое альфвеновской скоростью, $\tau_0 \approx 900$ с. Таким образом, соотношение времен $\tau_F/\tau_0 \approx 10 - 100$. Оценим соотношение плотностей у поверхности Солнца и на дне конвективной зоны $\rho_{R_0-H_0}/\rho_0$

по модели Бэйкера и Тамесвари [20]: вблизи дна $\rho_{k_0} \approx 2 \cdot 10^4 \text{ г/см}^3$, а на глубине 300 км $\rho_0 \approx 8 \cdot 10^4 \text{ г/см}^3$, следовательно отношение плотностей $\rho_{k_0} / \rho_0 \approx 2.5 \cdot 10^5$. Отношение масштабов грануляции к радиусу Солнца $\ell_0 / R_\odot \approx 1.700$ и, как показано в работе [26], $\mu \approx 0.11$. Обладая вышеуказанными оценками, получим $C_1 \approx (0.7 - 7) \cdot 10^{-6} / (1 - 2\epsilon)$. Отсюда, ввиду, например, смешанных граничных условий $\epsilon \approx 0.33$, мы можем для последующих оценок использовать значение $C_1 \approx (0.2 - 2) \cdot 10^{-5}$. Наконец, функция в рамках "по-г" модели [23,28] имеет вид:

$$\phi_1(0, t) = \begin{cases} \frac{\partial^3 [B^2(0, t)]}{\partial t^3}, & |B| > B_0 \\ 0, & |B| \leq B_0 \end{cases} \quad (17)$$

Следует принимать во внимание, что значения функции ϕ_1 в рамках модели номинально нормированы на B_0^2 . Из уравнения (16) следует, что полный тилт $\delta^{(tot)}$ в наших предположениях имеет два вклада. Оба они происходят от силы Кориолиса, действующей на поднимающуюся на поверхность активную область, при этом второе слагаемое связано с силой Кориолиса, действующей на глобальную циркуляцию. Коэффициент ψ показывает, какая доля спиральности, существующей на границе конвективной зоны и фотосферы, выносится в корону и хромосферу. Параметры и константы в (16), включая пороговое поле B_0 и долю спиральности ψ , плохо известны в контексте нашей "по-г" модели. Поэтому полезно считать их в нашей модели подгоночными параметрами.

Для расчета вышеупомянутых вкладов в тилт мы используем значения магнитного поля, полученные в модели, разработанной в работе [28] и воспроизводящие широтно-временную динамику пятенной активности Солнца, в особенности детально за последние пять циклов (20-24), а именно, начиная с 1964г. Однако при описании образования активных областей, мы будем учитывать не только возникновение пар пятен (для этого в работе [28] был предложен режим отсечки по величине магнитного поля B_0), но и более широкий класс магнитных проявлений, соответствующий, помимо пятен, еще и их полутеням, для чего мы снизим иллюстративный порог образования этих структур, например, на 60% от уровня пятен, по сравнению с формулой (17), а именно до $0.4B_0$, см.рис.1.

На основании разработанной модели с теми же самыми параметрами мы можем произвести расчет широтно-временной структуры функции вклада силы Кориолиса, действующей на глобальную циркуляцию ϕ_1 , см. рис.2. В структуре этой функции более отчетливо просматриваются постепенное нарастание со временем нарушения симметрии полушарий относительно экватора, как проявление вековой квадрупольной компоненты глобального

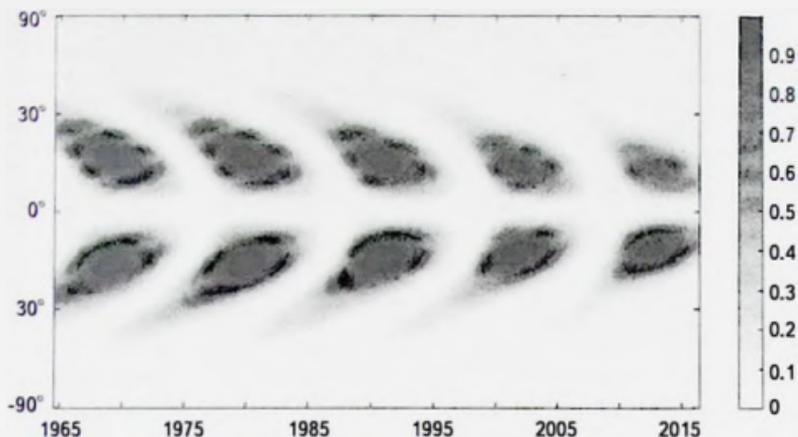


Рис. 1. Широтно-временная диаграмма (бабочки) по магнитному полю в модели Sabullin et al. $|2\mathcal{H}|$ с величиной порога вспышки $0.4B_0$ от порога образования пятен.

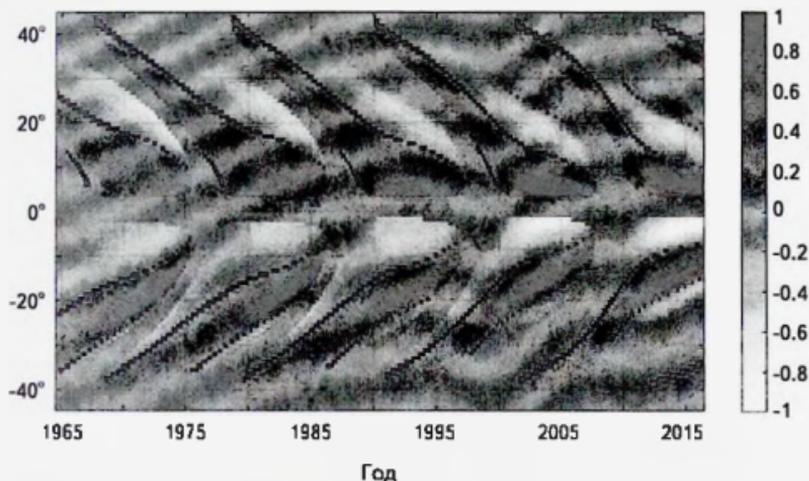


Рис. 2. Широтно-временная диаграмма (бабочки) по функции вклада силы Кориолиса, действующей на глобальную циркуляцию ϕ (нормирована на 1). Черными линиями на бабочках особо выделены линии нуля.

магнитного поля.

Теперь мы можем рассчитать широтно-временную диаграмму бабочек по тильту с демонстрационным значением константы C_1 см. рис.3 (отнормировано на 1). При построении рис.3 использовалось демонстрационное значение

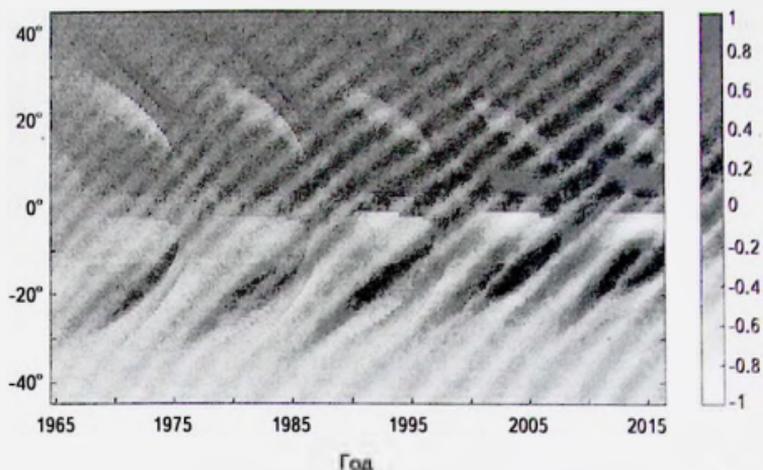


Рис.3. Широтно-временная диаграмма (бабочки) по тильту в долях от величины ϕ_0 , использовано демонстрационное значение константы C_1 с величиной порога испускания 0,4В от порога образования пятен.

константы C_1 , которое дает такую нормировку ϕ_0 , что по выражению (16) мы получаем значения тильта, похожие на наблюдаемые. При этом надо иметь в виду, что на широтах выше 30°-40° пятен нет и тильт наблюдательно

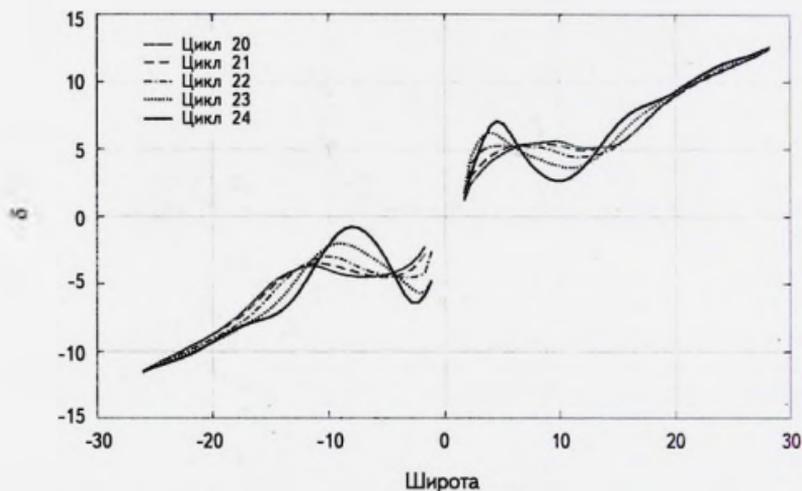


Рис.4. Величины тильта, усредненного по отдельным циклам (20-24), от широты вблизи экватора.

определить невозможно.

Для сравнения результатов этих иллюстративных модельных расчетов с наблюдениями, например, из [12], мы проведем осреднение значений тильта в течение каждого из циклов 20-24. Результаты см. на рис.4.

4. *Обсуждение.* Итак, основная идея нашей работы состоит в том, что, хотя тильт-угол в первом приближении объясняется действием сил Кориолиса (анти-симметричных по широте), значительный вклад в тильт вносится за счет усредненного действия магнитных сил Ампера. Этот вклад имеет как симметричную по широте, так и анти-симметричную части, и он зависит от глобального магнитного поля на Солнце, которое меняется в течение полного магнитного 22-летнего солнечного цикла. При смене полярности в солнечном динамо каждые 11 лет меняется и эта симметричная по широте часть. Это приводит к тому, что вблизи экватора средний тильт может быть отличным от нуля, в четных циклах активности он как правило выше, чем в нечетных. Как показывают рис.3 и 4, значения тильта могут даже незначительно менять знак на отдельных фазах солнечного цикла и в определенном диапазоне широт, при этом по усреднению, не меняя в среднем общих закономерностей закона Джоя.

Из приведенных иллюстраций (см. рис.3 и 4) видно, что значения тильта существенно варьируются вблизи экватора. Данный эффект находится в соответствии с показанной в работе [12] вариацией среднего значения тильт-углов вблизи экватора от цикла к циклу.

Изменение параметра C_1 может даже иногда изменить значение осредненного тильта за весь цикл на определенном диапазоне широт. Однако наша иллюстрация показывает, что при сделанном выборе параметра C_1 можно избежать таких явлений. Данный результат согласуется, например, с работами [14,15].

5. *Заключение.* В данной работе мы пытались дать теоретическое объяснение особенностям в поведении тильта, используя результаты модели нелинейного "по-г" динамо, элементарные соображения о закручивании полей активных областей силой Кориолиса и результатов расчета магнитного поля по модели динамо, основанного на законе сохранения магнитной спиральности.

Для простоты, а также для понимания физического механизма образования тильта, мы не учитывали наличие внутренней скрученности магнитного поля всплывающей активной области и связанным с ней законом сохранения магнитной спиральности, что будет сделано в последующих работах.

Наша модель даже в рамках самых общих предположений о действии силы Кориолиса на регулярную и случайную компоненты скорости как неоднородного вращательного, так и меридионального движения вещества и

взаимодействия с магнитным полем, позволила получить реалистичные оценки величины тильта, его широтно-временную зависимость и средние значения в окрестности экватора. Важно отметить, что в результате рассмотрения даже такой простейшей модели мы получили основные закономерности особенностей поведения и широтно-временной структуры тильта вблизи солнечного экватора. Показано, что вблизи самого экватора могут существовать области заметного отклонения тильта от закона Джоя, которые, однако, в реалистичном диапазоне параметров модели при усреднении не приводят к его полному отрицанию, но заметны на достаточно полном статистически богатом материале современных исследований (см. [12-14]).

Для понимания деталей поведения тильта по широте и фазе солнечного цикла потребуются дальнейшие исследования, которые будут представлены в последующих работах. Полученные результаты могут представлять интерес не только для описания свойств закрутки активных областей (тильта), но и возможно позволят оценить поток магнитной спиральности в хромосферу и корону и, тем самым, энергетический потенциал вспышечной активности Солнца.

Исследования К.М.Кузаныяна и Н.Т.Сафиуллина выполнены за счет гранта Российского Научного Фонда (проект РФФ 18-12-00131) в Крымской астрофизической обсерватории РАН. Авторы признательны Рецензенту за полезные замечания, на основании которых текст статьи был существенно переработан и улучшен.

¹ Крымская астрофизическая обсерватория РАН, Россия,
e-mail: kuzanyan@gmail.com

² Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В.Пушкова Российской академии наук (ИЗМИРАН), Россия

³ Департамент информационных технологий и автоматизации Уральского федерального университета, Россия

⁴ Департамент Механики, Факультет инженерных наук, Университет им. Бен-Гуриона в Негеве, Израиль

⁵ Nordita, Королевский технологический институт КТН и Стокгольмский университет, Швеция

LARGE SCALE PROPERTIES OF TILT OF SUNSPOT GROUPS AND JOY'S LAW NEAR THE SOLAR EQUATOR

K.M.KUZANYAN^{1,2}, N.SAFIULLIN^{1,3}, N.KLEEORIN^{4,5},
I.ROGACHEVSKII^{1,3}, S.PORSHNEV⁷

We present a physical mechanism of formation of tilt angles of sunspots due to the process of formation of active regions below the solar photosphere. The effect of Coriolis force on large-scale flows of super-granular convection in turbulent media has been investigated in details. On the basis of earlier works we give physical estimates of orders of magnitude of the effect and estimate the tilt angles near the solar equator, in the "Royal" zone of solar activity. The above model is based on the balance of the small-scale and large scale magnetic helicities and describes in details the sunspot formation process over the last five solar cycles (since 1964). We adapt this model for a wider class of manifestations of solar activity. We present latitudinal dependence of the mean tilt over these five solar cycles and time-latitudinal diagrams over a limited range of latitudes and phases of the solar cycle.

Keywords: *sunspots: solar cycle: solar dynamo: turbulence*

ЛИТЕРАТУРА

1. *H.W.Babcock*, *Astrophys. J.*, **133**, 572, 1961.
2. *R.B.Leighton*, *Astrophys. J.*, **156**, 1, 1969.
3. *S.D'Silva, A.R.Choudhuri*, *Astron. Astrophys.*, **272**, 621, 1993.
4. *A.G.Kosovichev, T.L.Duvall, P.H.Scherrer*, *Solar Phys.*, **192**, 159, 2000.
5. *N.K.Singh, H.Raichur, M.J.Käpylä et al.*, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, arXiv:1808.08904, 2018.
6. *N.Seehafer*, *Solar Phys.*, **125**, 219, 1990.
7. *A.A.Pevtsov, R.C.Canfield, T.R.Metcalf*, *Astrophys. J.*, **425**, L117, 1994.
8. *S.D.Bao, H.Q.Zhang*, *Astrophys. J.*, **496**, L43, 1998.
9. *M.Hagino, T.Sakurai*, *Publ. Astron. Soc. Japan.*, **56**, 831, 2004.
10. *H.Zhang, T.Sakurai, A.Pevtsov et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **402**, L30, 2010.
11. *A.G.Kosovichev, J.O.Stenflo*, *Astrophys. J. Lett.*, **688(2)**, L115, 2008.
12. *K.A.Platova, V.V.Vasil'eva, A.A.Pevtsov*, *Geomagnetism and Aeronomy*, **55(7)**, 896, 2015.

13. *K.A.Tlatova, A.G.Tlatov, A.Pevtsov et al.*, *Solar Phys.*, **293**, 118, 2018.
14. *A.Tlatov, E.Illarionov, D.Sokoloff et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **432**, 2975, 2013.
15. *E.Illarionov, A.Tlatov, D.Sokoloff*, *Solar Phys.*, **290**, 351, 2015.
16. *S.Chandrasekhar*, *Plasma Physics*, Chicago: The University of Chicago Press, 1960.
17. *T.Elperin, I.Golubev, N.Kleeorin et al.*, *Phys. of Fluids*, **18(12)**, 126601, 2006.
18. *M.Bukai, A.Fidelman, T.Elperin et al.*, *Phys. Rev. E*, **79(6)**, 066302, 2009.
19. *Ю.В.Вандакуров*, Конвекция на Солнце и 11-летний цикл, Наука, Ленингр. отд., 1976.
20. *N.Baker, S.Tamesvary*, *Tables of Convective Stellar Envelope Models*, New York: NASA, 1966.
21. *Э.Губсон*, Спокойное Солнце, М., Мир, 1977.
22. *N.I.Kleeorin, A.A.Ruzmaikin*, *Solar Phys.*, **131**, 211, 1991.
23. *Д.Д.Соколов, М.Фюк, Э.Нем-Руб*, *Магнитная Гидродинамика*, **31**, 19, 1995.
24. *T.S.Ivanova, A.A.Ruzmaikin*, *Soviet Astronomy*, **21**, 479, 1977.
25. *N.Kleeorin, I.Rogachevskii, A.Ruzmaikin*, *Astron. Astrophys.*, **297**, 159, 1995.
26. *Н.И.Клюорин, А.А.Рузмайкин*, *Магнитная гидродинамика*, **2**, 17, 1982.
27. *N.Kleeorin, A.Ruzmaikin*, *Solar Phys.*, **131**, 211, 1991.
28. *N.Safiullin, N.Kleeorin, S.Porshnev et al.*, *J. Plasma Phys.*, **84**, 735840306, 2018.
29. *N.Kleeorin, I.Rogachevskii, A.Ruzmaikin*, *Sov. Astron. Lett.*, **15**, 274, 1989.
30. *I.Rogachevskii, N.Kleeorin*, *Phys. Rev. E*, **75(4)**, 046305, 2007.
31. *A.Brandenburg, I.Rogachevskii, N.Kleeorin*, *New Journal of Physics*, **18**, 125011, 2016.
32. *J.Warnecke, I.R.Losada, A.Brandenburg et al.*, *Astron. Astrophys.*, **589**, A125, 2016.
33. *Ya.Kleeorin, N.Safiullin, N.Kleeorin et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **460**, 3960, 2016.
34. *N.Kleeorin, K.Kuzanyan, D.Moss et al.*, *Astron. Astrophys.*, **409**, 1097, 2003.
35. *H.Zhang, D.Sokoloff, I.Rogachevskii et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **365**, 276, 2006.
36. *H.Zhang, D.Moss, N.Kleeorin et al.*, *Astrophys. J.*, **751**, 47, 2012.