Известия НАН Армении, Физика, т.56, №4, с.440–448 (2021)

УДК 539.196; 517.589

НОВАЯ ДВУХУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ С ПЕРЕСЕЧЕНИЯМИ УРОВНЕЙ РЕШАЕМАЯ В ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЯХ

Т.А. ШАХВЕРДЯН[1,2], Т.А. ИШХАНЯН[1,2], А.М. ИШХАНЯН[1,2*]

[1]Российско–Армянский университет, Ереван, Армения
[2]Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак, Армения

[*]e-mail: aishkhanyan@gmail.com

(Поступила в редакцию 22 сентября 2021 г.)

Представлена новая точно интегрируемая временная квантовая двухуровневая постоянно-амплитудная модель с пересечением уровней, для которой расстройка возбуждающего лазерного поля изменяется во времени в ограниченном интервале. Данная конфигурация поля является членом одного из одиннадцати независимых классов двухуровневых моделей, решаемых в общих функциях Гойна. Мы доказываем, что это единственная неклассическая *безусловно* решаемая конфигурация поля из классов, решаемых в общих функциях Гойна, для которой решение задачи записывается в виде суммы конечного числа гипергеометрических функций Гаусса. Каждое из двух фундаментальных решений, составляющих общее решение задачи, записывается как неприводимая линейная комбинация двух обычных гипергеометрических функций.

1. Введение

Недавно было показано, что существует всего 35 бесконечных классов квантовых временных двухуровневых моделей, точно-решаемых в общих функциях Гойна [1]. Это означает, что существует 35 классов конфигураций оптического поля, для которых полуклассическая временная двухуровневая задача [2] приводится к общему уравнению Гойна [3], которое является обыкновенным дифференциальным уравнением типа Фукса с четырьмя регулярными особыми точками [3–5].

Конфигурация поля для моделей из этих классов задается формулами

$$U(t) = U^*(z)\frac{dz}{dt}, \quad \delta_t(t) = \delta_z^*(z)\frac{dz}{dt} \tag{1}$$

с произвольной комплекснозначной функцией $z(t)$ и 35 возможными парами $\{U^*, \delta_z^*\}$, называемыми базовыми интегрируемыми моделями. Данные пары определяются через тройки целочисленных или полуцелых параметров $k_{1,2,3}$, удовлетворяющих неравенствам $-1 \le k_{1,2,3} \cup k_1 + k_2 + k_3 \le -1$, следующим образом

$$U^* = U_0^* z^{k_1} \left(z-1\right)^{k_2} \left(z-a\right)^{k_3}, \tag{2}$$

$$\delta_z^* = \frac{\delta_1}{z} + \frac{\delta_2}{z-1} + \frac{\delta_3}{z-a}, \tag{3}$$

где $a, U_0^*, \delta_{1,2,3}$ – произвольные комплексные параметры. Таким образом, это – пятипараметрические классы. Можно показать, что из-за симметрии общего уравнения Гойна относительно перестановки конечных особенностей [3–5] только 11 из этих классов независимы.

Решение двухуровневой задачи для любой конфигурации поля $U(t), \delta_t(t)$, заданной формулами (1)–(3), записывается как произведение некоторого префактора $\varphi(z)$, заданного в элементарных функциях, и линейной комбинации двух общих функций Гойна H_G. Следует, однако, отметить, что общая функция Гойна представляет собой довольно сложный математический объект, теория которого все еще нуждается в существенном улучшении [3–5]. По этой причине особый интерес на практике представляют случаи, когда эта функция может быть представлена в замкнутой форме в терминах ее непосредственного предшественника, знакомой гипергеометрической функции Гаусса. Известно, что большинство таких случаев строятся путем обрывания разложений функции Гойна по обычным [6–8] или обобщенным [9] гипергеометрическим функциям.

В данной статье мы применяем определенное разложение общей функции Гойна по гипергеометрическим функциям Гаусса к упомянутым выше одиннадцати независимым классам двухуровневых моделей, решаемым в общих функциях Гойна, и показываем, что существует предположительно бесконечный набор моделей, для которых решение может быть записано как линейная комбинация конечного числа обычных гипергеометрических функций. Далее, мы показываем, что в общем случае это *условно* интегрируемые модели, для которых на входные параметры поля наложены некоторые ограничения. Среди этого множества моделей мы выделяем единственную конфигурацию, которая является *точно* (или безусловно) интегрируемой: это модель, у которой все задействованные входные параметры могут изменяться независимо. Данная модель является амплитудно-постоянной моделью с пересечением уровней, расстройка внешнего оптического поля которой изменяется во времени в ограниченном интервале. Модель описывает асимметричный во времени процесс пересечения уровней, который можно рассматривать как обобщение известной гипергеометрической модели Демкова- Кунике [10,11]. Общее решение двухуровневой задачи для этой конфигурации поля записывается как линейная комбинация с произвольными постоянными коэффициентами двух фундаментальных решений, каждое из которых задается неприводимой линейной комбинацией двух гипергеометрических функций Гаусса. Отметим, что каждое из этих фундаментальных решений может быть альтернативно представлено в терминах одной обобщенной гипергеометрической функции Клаузена [12].

2. Новый класс общих моделей Гойна, точно разрешимых в функциях ${}_2F_1$

Если квантовая система с двумя состояниями взаимодействует с внешним оптическим полем, характеризуемым функцией амплитудной модуляции $U(t)$ и функцией фазовой модуляции $\delta(t)$, то временная динамика амплитуды вероятности второго состояния a_2 в полуклассическом приближении описывается линейным обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка [2]

$$\frac{d^2 a_2}{dt^2} + \left(-i\,\delta_t(t) - \frac{U_t(t)}{U(t)}\right)\frac{da_2}{dt} + U^2(t)\,a_2 = 0\,, \tag{4}$$

где $\delta_t = d\delta/dt$ и $U_t = dU/dt$. Вышеупомянутые 35 классов моделей (1)–(3) получаются при сведении этого уравнения к общему уравнению Гойна [3]

$$u_{zz} + \left(\frac{\gamma}{z} + \frac{\delta}{z-1} + \frac{\varepsilon}{z-a}\right)u_z + \frac{\alpha\beta z - q}{z(z-1)(z-a)}u = 0\,, \tag{5}$$

путем преобразования независимой и зависимой переменных $z = z(t)$, $a_2 = \varphi(z)\,u(z)$.

Решение уравнения (4) записывается в явном виде как [1]

$$a_2 = z^{\alpha_1}(z-1)^{\alpha_2}(z-a)^{\alpha_3}\,u(z)\,, \tag{6}$$

где $u(z) = H(a,q;\alpha,\beta;\gamma,\delta;z)$ − общая функция Гойна, удовлетворяющая уравнению (5). Параметры $\alpha_{1,2,3}$ префактора $\varphi(z)$ и шесть параметров $a,q;\alpha,\beta,\gamma,\delta$ функции Гойна $u(z)$ задаются уравнениями (14)–(17) из [1].

Для выявления случаев, когда общая функция Гойна сводится к сумме конечного числа гипергеометрических функций Гаусса ${}_2F_1$, рассмотрим следующее разложение общей функции Гойна [6]:

$$u = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot {}_2F_1(\alpha,\beta;\gamma_0 - n;z)\,. \tag{7}$$

Коэффициенты c_n данного ряда определяются трёхчленным рекуррентным соотношением

$$R_n c_n + Q_{n-1}c_{n-1} + P_{n-2}\,c_{n-2} = 0\,, \tag{8}$$

где

$$R_n = \frac{a}{\gamma_0 - n}(\gamma - \gamma_0 + n)(\alpha - \gamma_0 + n)(\beta - \gamma_0 + n)\,, \tag{9}$$

$$Q_n = -P_n + a(\gamma - \gamma_0 + n)(\alpha + \beta - \gamma_0 + n) + \alpha\beta a - q\,, \tag{10}$$

$$P_n = (a-1)(\varepsilon + \gamma - \gamma_0 + n)(\gamma_0 - n - 1)\,, \tag{11}$$

и

$$\gamma_0 = \gamma \ \text{ или } \ \alpha \ \text{ или } \ \beta\,. \tag{12}$$

Ряд (7) обрывается для некоторого целого значения $n = N \geq 0$ при $c_N \neq 0$ и $c_{N+1} = c_{N+2} = 0$. Это приводит к двум ограничениям, накладываемым на используемые параметры. Первое ограничение такое

$$\varepsilon,\ \varepsilon + \gamma - \alpha \ \text{ или } \ \varepsilon + \gamma - \beta = -N\,, \tag{13}$$

а второе условие представляет собой алгебраическое уравнение степени $N+1$ для акцессорного (вспомогательного) параметра q [6]. Таким образом, обрывание ряда (7) возможно только если два из шести параметров общей функции Гойна принимают некоторые фиксированные значения.

Поскольку последние два варианта, предложенные уравнением (13), приводят к полиномиальным редукциям задействованных гипергеометрических функций, рассмотрим первый вариант

$$\varepsilon = -N \,. \tag{14}$$

Учитывая соотношения (14),(15) из [1], имеем

$$\varepsilon = 2\alpha_3 - i\delta_3 - k_3 \,, \tag{15}$$

$$\alpha_3(\alpha_3 + 1 - \varepsilon) = Q(a)\,б \tag{16}$$

где Q − функция, определяемая следующим образом [1]:

$$Q(z) = U^{*2}(z-a)^2 = U_0^* z^{2k_1}(z-1)^{2k_2}(z-a)^{2k_3+2} \,. \tag{17}$$

Исключая α_3, получаем уравнение

$$(\varepsilon + k_3 + i\delta_3)(\varepsilon - 2 - k_3 - i\delta_3) = -4Q(a) \,. \tag{18}$$

Отметим теперь, что вспомогательная функция (17) зависит только от параметра амплитуды U_0^*. Следовательно, $Q(a)$ является функцией только параметров U_0^* и a. Значит, при $\varepsilon = -N$ левая часть уравнения (18) зависит только от расстройки − параметра δ_3. В то же время правая часть зависит от амплитудного параметра U_0^*. Это значит, что в общем случае параметры δ_3 и U_0^* не могут меняться независимо. Следовательно, модели, разрешимые с помощью линейных комбинаций функций ${}_2F_1$, в общем случае являются *условно* решаемыми.

Вышеприведенные предположения неправомерны, если обе стороны уравнения (18) оказываются равными нулю. Из $Q(a) = 0$ мы получаем $k_3 \neq -1$. Рассматривая левую часть уравнения (18), мы заключаем, что $\delta_3 = 0$, так что (18) сводится к

$$(\varepsilon + k_3)(\varepsilon - 2 - k_3) = 0 \,. \tag{19}$$

Учитывая, что ε является неотрицательным целым числом и k_3 принимает только целые или полуцелые значения, мы получаем $\varepsilon = k_3 = 0$ или $\varepsilon = -1 \bigcup k_3 = 1$. Это значит, что ряд (7) обрывается либо на первом, либо на втором члене.

Для первого случая $\varepsilon = 0$ уравнение для акцессорного параметра q имеет вид $q = a\alpha\beta$ [1]. Этот случай не представляет интереса, т.к. общее уравнение Гойна при этом сводится к гипергеометрическому уравнению Гаусса, и получаются лишь известные гипергеометрические модели [13–16].

Второй случай − $\varepsilon = -1$, когда ряд (7) обрывается на втором члене, дает новый результат. Действительно, обрывание будет иметь место, если акцессорный параметр q удовлетворяет алгебраическому уравнению [1]

$$(q - a\alpha\beta + a(1-\delta))(q - a\alpha\beta + (a-1)(1-\gamma)) - a(1-a)(1+\alpha-\gamma)(1+\beta-\gamma) = 0 \,. \tag{20}$$

Чтобы проверить это последнее уравнение, напомним, что случай $\varepsilon = -1$ должны выполняться условия $k_3 = 1$ и $\delta_3 = 0$. Из таблицы 5 из [1] мы находим, что имеется только один класс моделей, для которых $k_3 = 1$. Это класс, определяемый триадой $k_{1,2,3} = -1, -1, 1$. Кроме того, из уравнения (15) имеем $\alpha_3 = 0$. С такой спецификацией вовлеченных параметров, легко проверить, что уравнение (20) выполняется для любых произвольных значений всех других параметров. Таким образом, мы пришли к некоторому подклассу класса Гойна $k_{1,2,3} = -1,-1,1$, для которого двухуровневая задача точно решается с помощью гипергеометрических функций Гаусса:

$$U(t) = \frac{U_0^*(z-a)}{z(z-1)} \frac{dz}{dt}, \tag{21}$$

$$\delta_t(t) = \left(\frac{\delta_1}{z} + \frac{\delta_2}{z-1} \right) \frac{dz}{dt}. \tag{22}$$

Выполняя линейную замену переменной $z \to a(1-z)$, а также замену $a \to 1/(1-a)$, можно сконструировать некоторый другой класс, который удобнее для приложений:

$$U(t) = \frac{\tilde{U}_0^* z}{(z-1)(z-a)} \frac{dz}{dt}, \quad \delta_t(t) = \left(\frac{\tilde{\delta}_2}{z-1} + \frac{\tilde{\delta}_3}{z-a} \right) \frac{dz}{dt}. \tag{23}$$

Поскольку параметры $U_0^*, a, \tilde{\delta}_1, \tilde{\delta}_2$ произвольны, это четырехпараметрический класс.

3. Постоянно-амплитудная конфигурация поля с пересечением уровней

Конфигурация поля с постоянной амплитудой, описывающая процесс пересечения уровней, вызванного оптическим возбуждением, выводится с помощью следующей замены переменной в уравнениях (23):

$$z(t) = \sqrt{1 + e^{(t-t_0)/\tau}}. \tag{24}$$

Выбирая

$$a = -1, \ \tilde{U}_0^* = 2U_0\tau, \tag{25}$$

и

$$\{\tilde{\delta}_2, \tilde{\delta}_3\} = \{\Delta_0\tau, (2\Delta_1 - \Delta_0)\tau\}, \tag{26}$$

приходим к следующей модели:

$$U(t) = U_0, \quad \delta_t(t) = \Delta_1 + \frac{\Delta_0 - \Delta_1}{\sqrt{1 + e^{(t-t_0)/\tau}}}. \tag{27}$$

В случае $\tau > 0$ расстройка δ_t меняется от значения Δ_0 при $t = -\infty$ до значения Δ_1 при $t = +\infty$. Следовательно, мы имеем модель пересечения уровней, если Δ_0 и Δ_1 имеют противоположные знаки: $\Delta_0\Delta_1 < 0$. Временная точка пересечения резонанса может быть приведена к значению $t = 0$ при следующем выборе параметра t_0:

$$t_0 = 2\tau \ln\left(\frac{\Delta_1\tau}{\sqrt{\Delta_0(\Delta_0 - 2\Delta_1)}} \right). \tag{28}$$

Отметим, что расстройка асимметрична во времени. Конфигурация поля показана на рисунке 1.

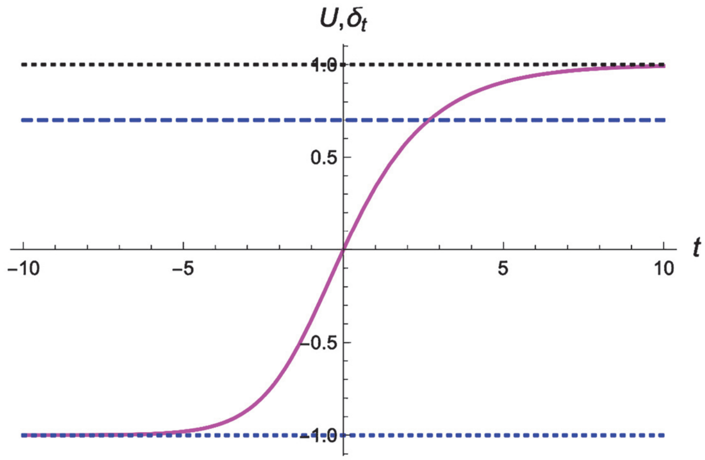

Рис.1. Модель пересечения уровней (27): $\Delta_0 = -1, \Delta_1 = 1, \tau = 1,$ $t_0 = -\ln 3$. Пунктирная линия – частота Раби $U(t) = U_0 = 0.7$, а сплошная линия представляет расстройку $\delta_t(t)$.

В окрестности точки пересечения резонанса расстройка ведет себя приблизительно как линейная функция времени. В случае (28) разложение в окрестности $t = 0$ представляется так:

$$\delta_t(t) = \Lambda t + \ldots, \tag{29}$$

где

$$\Lambda = \frac{(\Delta_0 - 2\Delta_1)\Delta_0\Delta_1}{2(\Delta_0 - \Delta_1)^2 \tau}. \tag{30}$$

Если $\Lambda \gg 1$, то переход через резонанс является медленным, а при $\Lambda \ll 1$ пересечение является быстрым.

4. Решение двухуровневой задачи в явном виде

Решение двухуровневой задачи в явном виде для поля, конфигурация которого задается формулой (27), конструируется с помощью уравнений (14), (15) из [1]. В результате получаем, что уравнение (4) для данной конфигурации поля допускает фундаментальное решение, в котором используются две гипергеометрические функции Гаусса. Данное решение может быть представлено в виде

$$a_{2F}(t) = (z-1)^{\alpha_2}(z-a)^{\alpha_3}\left(u = F(z) + \frac{(q+\alpha z)}{\alpha(\beta-1)}F'(z)\right), \tag{31}$$

где $z(t)$ задается уравнением (24),

$$\{\alpha_2, \alpha_3\} = \left\{ i\tau\left(\frac{\Delta_0}{2} + S\sqrt{U_0^2 + \frac{\Delta_0^2}{4}}\right), i\tau\left(\frac{1}{2}(-\Delta_0 + 2\Delta_1) + S\sqrt{U_0^2 + \frac{1}{4}(2\Delta_1 - \Delta_0)^2}\right)\right\}, \tag{32}$$

и

$$F(z) = {}_2F_1\left(\alpha, \beta-1; \delta-1; \frac{z-1}{a-1}\right). \tag{33}$$

Здесь вспомогательный параметр S может принимать значения $S=+1$ или $S=-1$, каждое из которых задает одно линейно-независимое фундаментальное решение. В соответствии с этим, общее решение задачи для поля, конфигурация которого задается формулой (27), может быть записано так:

$$a_2(t) = C_1\, a_{2F}\,|_{S=-1} + C_2\, a_{2F}\,|_{S=+1}, \tag{34}$$

где $C_{1,2}$ − произвольные константы.

5. Обсуждение

Модели с пересечениями уровней лежат в основе теории неадиабатических переходов в квантовой механике [17]. Начиная с пионерских работ Ландау [18], Зинера [19], Майораны [20] и Штукелберга [21] на разработку аналитических вариантов таких моделей было потрачено много усилий. За последние годы мы вывели много бесконечных классов точно (безусловно) или условно точно решаемых временных моделей с применением пяти функций Гойна [1,22,23]. Из-за дополнительных параметров в уравнениях Гойна, эти классы предлагают множество частных конфигураций поля, которые обладают различными полезными свойствами, такими как два или периодические пересечения уровней, асимметричное во времени прохождение точки пересечения и т. д. (см. [24–26]).

В настоящей статье мы представили новую двухуровневую временную точно решаемую квантово-механическую модель с постоянной амплитудой для которого расстройка возбуждающего лазерного поля меняется во времени в ограниченном интервале. Модель описывает асимметричный во времени процесс пересечения уровней, который можно рассматривать как обобщение обычной гипергеометрической модели Демкова-Кунике [10,11].

Представленная конфигурация поля представляет собой точно (безусловно) решаемую модель, для которой все задействованные параметры поля могут варьироваться независимо. Данная модель получается обрывом на втором члене разложения в ряд общей функции Гойна по гипергеометрическим функциям. Мы показали, что это единственная точно интегрируемая конфигурация поля в 35 классах, решаемых в общих функциях Гойна, для которой решение двухуровневой задачи может быть представлено в виде сумм, включающих конечное число гипергеометрических функций Гаусса. Мы показали, что общее решение двухуровневой задачи для этой конфигурации поля записывается в виде суммы двух фундаментальных решений, каждое из которых представляет собой неприводимую линейную комбинацию двух обычных гипергеометрических функций.

Благодарности

Данное исследование поддержано Российско-Армянским (Славянским) университетом, Комитетом по Науке Армении (гранты No. 20RF-171 и No. 21SC-BRFFR-1C021) и Армянским Национальных Фондом Науки и Образования (ANSEF грант No. PS-2520).

ЛИТЕРАТУРА

1. **A.M. Ishkhanyan, T.A. Shahverdyan, T.A. Ishkhanyan.** Eur. Phys. J. D, **69**, 10 (2015).
2. **B.W. Shore.** The Theory of Coherent Atomic Excitation, New York: Wiley, 1990.
3. **A. Ronveaux.** Heun's Differential Equations, London: Oxford University Press, 1995.
4. **S.Yu. Slavyanov, W. Lay.** Special functions, Oxford: Oxford University Press, 2000.
5. **F.W.J. Olver, D.W. Lozier, R.F. Boisvert, C.W. Clark** (eds.), NIST Handbook of Mathematical Functions, New York: Cambridge University Press, 2010.
6. **T.A. Ishkhanyan, T.A. Shahverdyan, A.M. Ishkhanyan.** Advances in High Energy Physics, **2018**, 4263678 (2018).
7. **A.M. Ishkhanyan.** Theor. Math. Phys. **202**, 1 (2020).
8. **D.Yu. Melikdzhanian, A.M. Ishkhanyan.** J. Math. Anal. Appl., **499**, 125037 (2021).
9. **A.M. Ishkhanyan.** Constructive Approximation, **49**, 445 (2019).
10. **Yu.N. Demkov, M. Kunike.** Vestn. Leningr. Univ. Fis. Khim., **16**, 39 (1969).
11. **K.A. Suominen, B.M. Garraway.** Phys. Rev. A, **45**, 374 (1992).
12. **L.J. Slater.** Generalized hypergeometric functions, Cambridge: Cambridge University Press, 1966.
13. **A. Bambini, P.R. Berman.** Phys. Rev. A, **23**, 2496 (1981).
14. **F.T. Hioe, C.E. Carroll.** Phys. Rev. A, **32**, 1541 (1985).
15. **A.M. Ishkhanyan.** Opt. Commun., **176**, 155 (2000).
16. **A.M. Ishkhanyan.** J. Phys. A, **33**, 5539 (2000).
17. **H. Nakamura.** Nonadiabatic Transition NJ, Hackensack: World Scientific, 2002.
18. **L.D. Landau.** Phys. Z. Sowjetunion, **2**, 46 (1932).
19. **C. Zener.** Proc. R. Soc. London, Ser. A, **137**, 696 (1932).
20. **E. Majorana.** Nuovo Cimento, **9**, 43 (1932).
21. **E.C.G. Stückelberg.** Helv. Phys. Acta., **5**, 369 (1932).
22. **A.M. Ishkhanyan, A.E. Grigoryan.** J. Phys. A, **47**, 465205 (2014).
23. **T.A. Shahverdyan, T.A. Ishkhanyan, A.E. Grigoryan, A.M. Ishkhanyan.** J. Contemp. Phys., **50**, 211 (2015).
24. **G. Saget, A.M. Ishkhanyan, C. Leroy, T.A. Ishkhanyan.** J. Contemp. Phys., **52**, 324 (2017).
25. **T.A. Ishkhanyan.** J. Contemp. Phys., **54**, 17 (2019).
26. **T.A. Ishkhanyan, A.V. Papoyan, A.M. Ishkhanyan, C. Leroy.** Las. Phys. Lett., **17**, 106001 (2020).

ՀԻՊԵՐԵՐԿՐԱՉԱՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐՈՎ ԼՈՒԾՎՈՂ, ՄԱԿԱՐԴԱԿՆԵՐԻ ՀԱՏՄԱՄԲ ՆՈՐ ԵՐԿՄԱԿԱՐԴԱԿ ՄՈԴԵԼ

Տ.Ա. ՇԱՀՎԵՐԴՅԱՆ, Տ.Ա. ԻՇԽԱՆՅԱՆ, Ա.Մ. ԻՇԽԱՆՅԱՆ

Ներկայացված է մակարդակների հատմամբ քվանտային ժամանակային ամպլիտուդահաստատուն ճշգրիտ ինտեգրելի նոր երկմակարդակ մոդել: Համակարգը գրգռող արտաքին լազերային դաշտի ապալարքը փոփոխվում է սահմանափակ տիրույթում: Դաշտի այս կոնֆիգուրացիան հանդիսանում է Հոյնի ընդհանուր ֆունկցիաներով լուծվող երկմակարդակ մոդելների տասնմեկ անկախ դասերից մեկի անդամ: Ցույց է տրված, որ սա Հոյնի ընդհանուր ֆունկցիաներով լուծվող դասերում առկա միակ ոչ դասական *անպայմանորեն* լուծվող դաշտի կոնֆիգուրացիան է, որի համար խնդրի լուծումը հանդիսանում է վերջավոր թվով Գաուսի հիպերերկրաչափական ֆունկցիաների գումար: Խնդրի ընդհանուր լուծումը ձևավորող երկու ֆունդամենտալ լուծումներից յուրաքանչյուրը տրվում է երկու հիպերերկրաչափական ֆունկցիաների չպարզեցվող գծային կոմբինացիայի տեսքով:

A NEW LEVEL-CROSSING TWO-STATE MODEL SOLVABLE IN TERMS OF HYPERGEOMETRIC FUNCTIONS

T.A. SHAHVERDYAN, T.A. ISHKHANYAN, A.M. ISHKHANYAN

We present a new exactly integrable time-dependent constant-amplitude level-crossing two-state quantum model for which the detuning of the excitation laser field varies with time over a restricted interval. This field configuration is a member of one of the eleven independent classes of general Heun two-state models. We prove that this is the only non-classical unconditionally solvable field configuration among the general Heun classes, solvable in terms of finite sums of Gauss hypergeometric functions. Each of the two fundamental solutions that compose the general solution of the problem is written as an irreducible linear combination of two ordinary hypergeometric functions.