

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ С  
КВАРКОВЫМ ЯДРОМ

Д.М.СЕДРАКЯН, М.В.АЙРАПЕТЯН

Поступила 11 июля 2018

Рассматривается механизм генерации магнитного поля гибридной нейтронной звезды, содержащей 2SC кварковую фазу. Предполагается, что в сверхпроводящей кварковой жидкости возникают S-вихри с квантованным моментом вращения. Увлечение заряженной кварковой жидкости в сверхтекучее движение вокруг S-вихря приводит к возникновению токов, генерирующих магнитное поле. Показано, что S-вихрь имеет магнитную структуру в виде кластера абрикосовских магнитных вихрей с квантованным потоком магнитного поля. Исследовано также распределение магнитной индукции в кварковом ядре нейтронной звезды.

**Ключевые слова:** гибридная звезда; кварки; сверхтекучесть и сверхпроводимость

**1. Введение.** Благодаря интенсивным наблюдениям за пульсарами и нейтронными звездами было собрано большое количество наблюдательного материала о магнитных свойствах этих звезд. Однако происхождение их магнитных полей до сих пор остается неизвестным. Первые оценки магнитного поля связаны с предположением, что наблюдаемое замедление вращения пульсаров связано с магнетодипольным излучением этой звезды. Оценки магнитных полей этим путем дают довольно широкий диапазон изменения его поверхностного значения - начиная от  $3 \cdot 10^8$  Гс для миллисекундных пульсаров до  $10^{11}$  Гс для магнетаров. Большинство нейтронных звезд наблюдаются как радиопулсары с магнитным полем порядка  $10^{12}$  Гс [1]. Наблюдаемые значения магнитного поля радиопулсаров можно объяснить сохранением его потока при образовании нейтронной звезды. Малые же значения магнитного поля миллисекундных пульсаров можно объяснить его уменьшением во время эволюции нейтронной звезды, т.е. в течение  $10^7$  лет. Магнитное поле магнетаров порядка  $10^{14}$ - $10^{15}$  Гс трудно объяснить в рамках предложенного механизма, так как необходимого количество звезд с высокими значениями магнитного поля, которые могут стать прародителями нейтронных звезд, недостаточно для объяснения наблюдаемого темпа рождения магнетаров.

Механизм генерации магнитного поля, основанный на сверхтекучести (нейтронов) и сверхпроводимости (протоны) ядерной фазы, был предложен в [2]. Из-за наличия сильного взаимодействия между нейтронами и протонами в адронной фазе нейтронной звезды сверхпроводящие протоны частично

увлекаются движением в нейтронных вихрях, что приводит к генерации магнитного поля. Таким образом, вращение звезды приводит к возникновению токов увлечения сверхпроводящих протонов, которые и генерируют магнитные поля порядка  $10^{12}$  Гс, значения которых лежат в районе ожидаемых значений магнитного поля радионувльсаров. Однако сверхсильные поля порядка  $10^{13}$ - $10^{14}$  Гс невозможно получить, если предположить, что ядро нейтронной звезды состоит из сверхтекучих и сверхпроводящих адронов, т.е. только из адронной фазы.

Для физики компактных звезд важным является предположение, что ядро такой звезды состоит из кварков, находящихся в разных фазах. Важным является и обстоятельство, что кварки в этих фазах могут находиться в сверхтекучем (CFL фаза) и сверхпроводящем (2SC фаза) состояниях [3-10].

В работах [4-10] было показано, что кварковое вещество может находиться в ядрах гибридных звезд, которые окружены "пре" фазой адронного вещества. Более того, при сравнительно небольших плотностях основным состоянием кварковой материи является 2SC фаза. При более высоких плотностях возможен переход кварковой материи в CFL фазу. 2SC фаза кварковой материи состоит из равного количества *u* и *d* кварков и электронов, которые компенсируют положительный заряд кварков [3]. CFL фаза состоит из равного количества *u*, *d* и *s* (безмассовой) кварков и не содержит электронов.

Стабильные конфигурации гибридных звезд были рассмотрены в работах [7-10]. Согласно работе [10], в зависимости от параметров перехода адронной фазы в кварковую, а также перехода от 2SC в CFL фазу кварковой материи, могут существовать триплеты звезд с одинаковой массой, но с разными радиусами и внутренним строением звезд. Одним из компонентов триплета является нейтронная звезда гольфо с адронной фазой. Другой компонент состоит из кваркового ядра, находящегося в 2SC фазе, а третий - звезда, имеющая кварковое ядро в двух фазах - 2SC и CFL. Таким образом, теоретические модели компактных звезд показывают, что их ядра могут состоять из кварков, находящихся в сверхпроводящем 2SC и сверхтекучем CFL фазах.

Одна из важных проблем компактных звезд - показать, есть ли наблюдательные данные, которые подтверждают рассмотренные модели этих звезд. Цель настоящей работы - показать, что такая возможность есть. Действительно, если в рассмотренных моделях компактных звезд, в частности, в моделях с 2SC фазой кварковой материи можно генерировать сверхсильные магнитные поля порядка  $10^{14}$ - $10^{15}$  Гс, то эти звезды могут стать моделями наблюдаемых магнетаров. В разделе 2 получено уравнение Лондонов для 2SC фазы кваркового ядра гибридной звезды. Далее, в разделе 3 получены выражения для свободной энергии и потенциала Гиббса с учетом вращения звезды и

появляющихся токов из-за разницы поля скоростей кварковой материи и электронов. В разделе 4 найдена плотность абрикосовских вихрей в S-вихре кварковой материи. Приведены оценки средней магнитной индукции  $\bar{B}$  S-вихря. В разделе 5 получены средние поля скоростей кварковой материи и магнитная индукция в вихревой и безвихревой зоне звезды. Найден радиус  $R$  вихревой зоны. Наконец, в *Заключении* приводятся основные результаты данной работы, а также сравниваются некоторые наблюдательные данные с нашими результатами, которые подтверждают, что гибридные звезды с кварковым ядром могут быть хорошими моделями магнетаров.

2. *Уравнение Лондонов для 2SC фазы кварковой звезды.* Как было показано в работах [3-6], кварковая материя при высоких плотностях и низких температурах может находиться в двух возможных - сверхпроводящем и сверхтекучем состояниях, или так называемых 2SC и CFL фазах. В первой из них кварковые частицы заряжены зарядом  $e^*$ , а во второй они нейтральны. Для генерации магнитного поля интерес представляет кварковая фаза, где положительный заряд кварков компенсируется наличием отрицательно заряженного нормального электронного газа.

Предположим, что кварковое ядро нейтронной звезды находится в 2SC фазе. В звезде эта фаза окружена адронной оболочкой, называемой "pre" фазой. Все это находится внутри коры нейтронной звезды, которая состоит из атомных ядер и электронов. Вещество коры и адронной фазы находится в нормальном состоянии, и следовательно, при твердотельном вращении звезды имеют скорость  $\vec{v} = [\Omega \vec{r}^2]$ , где  $\Omega$  - угловая скорость вращения звезды.

Нормальная часть звезды, играющая роль сосуда, содержит сверхпроводящую кварковую 2SC фазу и электроны, которые компенсируют положительный заряд кварков и вращаются как нормальное вещество со скоростью  $\vec{v}_e = [\tilde{\Omega} \vec{r}^2]$ .

Рассмотрим задачу генерации магнитного поля в системе твердотельного вращения звезды, где электроны фактически покоятся.

Если кварковое ядро нейтрально (скажем, CFL фаза кварков), то вращение этой жидкости обеспечивается, как и в случае сверхтекучих нейтронов, так называемыми фейнмановскими вихрями, которые имеют квантованный момент количества движения. Плотность этих моментов обеспечивает циркуляцию скорости жидкости:

$$\text{rot } \vec{v} = \kappa \sum_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i), \quad \kappa = \frac{\pi \hbar}{m^*}. \quad (1)$$

Здесь  $m^*$  - масса кварковой сверхтекучей частицы,  $\kappa$  - квант циркуляции,  $\vec{r}_i$  - координаты центров фейнмановских вихрей, а сумма берется по этим вихрям. Под знаком суммы стоит плотность этих вихрей, следовательно

$$n = \frac{|\text{rot} \vec{v}|}{\kappa}, \quad (2)$$

где  $n$  - плотность фейнмановских вихрей, а  $\vec{v}$  - поле скоростей сверхтекучих кварковых частиц. Заметим, что уравнение (1) выражает закон сохранения момента количества движения при стационарном вращении, что естественно связано с наличием массы  $m^*$  у кварковой частицы.

Теперь предположим, что кварковое вещество состоит из сверхпроводящих кварков, находящихся в 2SC фазе. Тогда сверхпроводящая частица, кроме массы  $m^*$ , обладает зарядом  $e^*$ . Наличие заряда у частицы не может менять требование (1), выражающее закон сохранения момента количества движения сверхпроводящей жидкости. Следовательно, и для сверхпроводящей кварковой жидкости в 2SC фазе должно выполняться условие (1), но теперь в правой части этого уравнения стоит сумма так называемых S-вихрей, которые, как увидим ниже, отличаются от фейнмановских вихрей. Действительно, S-вихри, как и фейнмановские вихри, обеспечивают момент вращения сверхпроводящей жидкости, однако они отличаются от фейнмановских вихрей, так как обладают магнитной индукцией. Последнее связано с тем, что частицы сверхпроводящей жидкости обладают зарядом  $e^*$ , и следовательно, их движение может привести к возникновению магнитной индукции  $\vec{B}$ .

Таким образом, условию (1), которое определяет поле скоростей  $\vec{v}$ , нужно добавить уравнение, которое определяет поле вектора индукции  $\vec{B}$  в сверхпроводящем веществе. Это уравнение имеет простой вид:

$$\frac{e^*}{m^* c} \text{rot} \vec{A} = \frac{e^*}{m^* c} \vec{B} = \kappa \sum_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i). \quad (3)$$

В правой части этого уравнения суммирование проводится по так называемым абрикосовским вихрям, которые входят в уравнения Гинзбурга-Ландау. Кроме того, из уравнения (3) вытекает, что значение магнитной индукции  $\vec{B}$  в сверхпроводящей жидкости пропорционально плотности абрикосовских вихрей, и следовательно, невозможен поток магнитной индукции в сверхпроводящей жидкости без наличия абрикосовских вихрей. Как увидим ниже, магнитный поток может пройти через стволы S-вихрей, однако этот поток образуется только для того, чтобы компенсировать поток поля, созданный из-за вращения электронов, так как в системе покоящегося наблюдателя полный поток магнитного поля должен равняться нулю. Таким образом, магнитная индукция  $\vec{B}$ , входящая в уравнение (3), возникает из-за токов, которые образуются из-за разницы поля скоростей сверхтекучей жидкости и нормальных электронов.

Фактически, это есть новый источник возникновения магнитного поля, который сопровождается рождением новых S-вихрей, обеспечивающих вращение

сверхпроводящей жидкости. Итак, магнитная индукция  $\vec{B}$  генерируется внутри S-вихря в зависимости от распределения поля скоростей  $\vec{v}$  сверхпроводящей жидкости внутри S-вихря.

Вместо уравнения (3) можно получить уравнение, которое является суммой уравнений (1) и (3):

$$\text{rot } \vec{v} + \frac{e^*}{m^* c} \vec{B} = \kappa \sum \delta(\vec{r} - \vec{r}_j) - \kappa \sum \delta(\vec{r} - \vec{r}_i). \quad (4)$$

Легко видеть, что уравнение (4) можно получить так, как получено уравнение (1), для нейтральной жидкости. Последнее получено взятием циркуляции импульса частицы  $\vec{p} = m^* \vec{v}$  и приравниванием его плотности циркуляции фейнмановских вихрей.

Применяя этот метод для сверхпроводящей жидкости, нужно, учесть, что частица этой жидкости заряжена, следовательно вместо импульса частицы нужно брать обобщенный импульс, т.е.  $\vec{p} = m^* \vec{v} + \frac{e^*}{c} \vec{A}$  и его циркуляцию приравнять сумме плотностей S и абрикосовских вихрей, так как S-вихри могут содержать абрикосовские вихри. В результате получим уравнение (4).

Если учесть уравнение Максвелла

$$\text{rot } \vec{B} = \frac{4\pi e^*}{c} \rho \vec{v}, \quad (5)$$

где  $\rho$  - плотность материи сверхтекучей жидкости, то уравнение (4) можно записать в виде:

$$\lambda^2 \text{rot rot } \vec{B} - \vec{B} = \Phi_0 \vec{z} \sum \delta(\vec{r} - \vec{r}_j) - \Phi_0 \vec{z} \sum \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) - \frac{2m^* c}{e^*} \vec{\Omega}, \quad (6)$$

где

$$\Phi_0 = \frac{\pi h c}{e^*}, \quad \lambda^2 = \frac{(m^* c)^2}{4\pi e^{*2} \rho}. \quad (7)$$

Здесь  $\vec{z}$  - единичный вектор в направлении S и абрикосовских вихрей,  $\vec{r}_j$  и  $\vec{r}_i$  - координаты центров S и абрикосовских вихрей,  $\Phi_0$  - поток магнитного поля через стволы вихрей,  $h$  - постоянная Планка,  $\kappa$  - квант циркуляции сверхпроводящей жидкости, и наконец,  $\lambda$  - лондоновская длина проникновения магнитного поля.

Как видно из уравнения (6), вращение приводит к появлению постоянного лондоновского поля  $\vec{H} = -\frac{2m^* c}{e^*} \vec{\Omega}$ , которое фактически компенсирует поток магнитного поля по стволам S-вихрей. Это означает, что вращение не приводит к появлению магнитной индукции  $\vec{B}$ , пока нет причины возникновения абрикосовских вихрей. Если учесть, что

$$\frac{2m^2c}{e^2} \Omega = \Phi_0 \sum_i \delta(r-r_i) = 10^{-2} \text{ Гс}, \quad (8)$$

то при рассмотрении генерации магнитного поля в гибридных звездах этим полем можно пренебречь и провести исследования генерации магнитного поля в этих звездах в системе твердотельного вращения звезды, где электроны, как нормальное вещество, покоятся. Из сказанного также вытекает, что новое магнитное поле возникает в тех частях вращающейся звезды, где могут возникать абрикосовские вихри.

3. Свободная энергия  $F$  и потенциал Гиббса  $G$  сверхпроводящей жидкости. Свободная энергия сверхпроводящей жидкости имеет вид:

$$F = \frac{1}{2} \int \rho v^2 dV + \frac{1}{8\pi} \int \vec{B}^2 dV. \quad (9)$$

Потенциал Гиббса  $G$  с учетом вращения звезды и наличия электрических токов имеет вид:

$$G = F - \Omega \vec{M} - \frac{1}{c} \int \vec{j} \vec{A} dV, \quad (10)$$

где  $\text{rot} \vec{H} = \vec{B}$ ,  $\vec{\Omega}$  - угловая скорость и  $\vec{M}$  - полный угловой момент вращения звезды. Используя уравнение (6), (9) и (10), потенциал Гиббса можно представить в виде:

$$G = \frac{1}{8\pi} \int [\vec{B}^2 + (\lambda \text{rot} \vec{B})^2] dV + \frac{1}{2} \int \rho (\vec{v} - [\vec{\Omega} \vec{r}])^2 dV - \frac{1}{4\pi} \int \vec{H} \vec{B} dV - \frac{1}{2} \int \rho \Omega^2 r^2 dV, \quad (11)$$

при этом входящее в (11)  $\vec{H}$  определяется из уравнения

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} = \frac{4\pi}{c} \frac{\rho}{m^2} e^2 \vec{v}. \quad (12)$$

Найденное из решения уравнения (12)  $\vec{H}$  поможет нам определить те районы звезды, где распределения токов  $\vec{j}$  могут создавать абрикосовские вихри. Правило простое - для образования абрикосовских вихрей необходимо, чтобы его рождение сопровождалось уменьшением энергии системы. Как известно, для этого необходимо, чтобы  $\vec{H}(\vec{r})$ , полученное из решения уравнения (12), удовлетворяло условию  $H(r) > H_{c1}$ , где  $H_{c1}$  - первое критическое поле сверхпроводящей жидкости второго рода.

Прежде всего необходимо определить область звезды, где можно ввести понятия непрерывной плотности  $n_1$  абрикосовских вихрей и  $n_2$  S-вихрей. Для этого необходимо, чтобы межвихревые расстояния этих вихрей были гораздо меньше по сравнению с характерными размерами их расположения. Во вращающейся звезде существуют два характеристических расстояния - радиус звезды  $R$  и размеры S-вихря  $b$ , которые, как увидим ниже, определяются

угловой скоростью звезды  $\Omega$ .

Как известно [11], для нейтральной сверхтекучей жидкости (скажем нейтронов) вся область звезды разбивается на две части - внутренняя область, где при  $b \ll R$  имеется развитая структура нейтронных вихрей с плотностью  $n_2 \gg 1$ , и внешняя область - безвихревая зона с плотностью  $n_2 = 0$ . Наличие второй компоненты сверхпроводящей жидкости (например, протонов) в вихревой зоне приводит к тому, что внутри каждого нейтронного вихря появляются "токи увлечения", генерирующие кластер протонных вихрей. Если межвихревое расстояние протонных вихрей  $d$  гораздо меньше размеров нейтронного вихря  $b$ , то внутри нейтронного вихря может появиться кластер протонных вихрей с плотностью  $n_1 \gg 1$ . Сверхпроводящие протоны в безвихревой зоне приводят к появлению мейснеровского тока, который блокирует распространение средней магнитной индукции вовнутрь этой зоны.

В случае заряженной сверхпроводящей жидкости, как и в случае нейтральной сверхтекучей жидкости, звезда имеет две части, отличные друг от друга. Во внутренней части (вихревая зона) из-за вращения появляются S-вихри, плотность которых  $n_2$  определяется угловой скоростью звезды  $\Omega$ . Как увидим ниже, расстояние между этими вихрями  $b \ll R$ , следовательно можно говорить о плотной сети S-вихрей с плотностью  $n_2 \gg 1$  в вихревой зоне звезды. В той же зоне наличие заряженной сверхпроводящей жидкости приводит к появлению абрикосовских вихрей внутри S-вихря. Если расстояние  $d$  между абрикосовскими вихрями гораздо меньше  $b$ , то внутри S-вихря может появиться кластер абрикосовских вихрей с плотностью  $n_1 \gg 1$ .

Для нахождения средней плотности S-вихрей необходимо минимизировать следующее выражение потенциала Гиббса:

$$G_2 = G + \int n_2 \varepsilon_2 dV. \quad (13)$$

Для минимизации выражения (13) необходимо знать значение энергии  $\varepsilon_2$  отдельного S-вихря. Но так как токи внутри S-вихря генерируют кластер абрикосовских вихрей, то для определения  $\varepsilon_2$  сначала необходимо исследовать магнитную структуру S-вихря.

4. *Кластер абрикосовских вихрей внутри S-вихря.* Магнитная структура S-вихря задается плотностью распределения абрикосовских вихрей  $n_1$ . Для нахождения  $n_1$  необходимо минимизировать потенциал Гиббса

$$G_1 = G + \int n_1 \varepsilon_1 dV, \quad (14)$$

где  $\varepsilon_1$  - энергия абрикосовского вихря. Выражение для  $\varepsilon_1$  хорошо известно [11]:

$$\varepsilon_1 = \left( \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda} \right)^2 \ln \left( \frac{\lambda}{\xi} \right), \quad (15)$$

где  $\Phi_0$  и  $\lambda$  определяются формулами (7), а  $\xi$  - размер ствола абрикосовского вихря. Магнитное поле, генерируемое токами заряженной жидкости:

$$J = \frac{e^*}{m^*} \rho \frac{\kappa}{2\pi r}, \quad (16)$$

определяется из уравнения (12). Абрикосовский вихрь и магнитное поле направлены параллельно оси S-вихря, при этом

$$H(r) = \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2} \ln\left(\frac{b}{r}\right), \quad H(b) = 0, \quad (17)$$

где  $r$  - расстояние от ствола S-вихря. Условие  $\delta G_1 = 0$  при заданном  $b$ , с учетом уравнения (6), приводит к следующему уравнению для определения плотности абрикосовских вихрей:

$$\Phi_0(n_1 + 1) - H + \frac{4\pi}{\Phi_0} \varepsilon_1 = 0. \quad (18)$$

Так как

$$\frac{4\pi}{\Phi_0} \varepsilon_1 = \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2} \ln\left(\frac{\lambda}{\xi}\right) = H_{c1}, \quad (19)$$

где  $H_{c1}$  - критическое поле образования абрикосовских вихрей, то при  $n_1 \gg 1$  окончательно имеем:

$$n_1 = \frac{B}{\Phi_0} = \frac{H - H_{c1}}{\Phi_0}. \quad (20)$$

Как видно из (17) и (20), плотность абрикосовских вихрей максимальна у ствола S-вихря и уменьшается при удалении от него. Она превращается в ноль в точке, где  $H(r_1) = H_{c1}$ . Из этого условия имеем:

$$r_1 = b \left( \frac{\xi}{\lambda} \right). \quad (21)$$

Подсчитаем среднюю индукцию  $\bar{B}$  S-вихря. В случае цилиндрической симметрии она определяется следующим образом:

$$\bar{B} = \frac{1}{\pi b^2} \int_0^{r_1} (H - H_{c1}) 2\pi r dr. \quad (22)$$

Подставляя (17) и (19) в (22), и учитывая (21), получим:

$$\bar{B} = \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2} \left( \frac{\xi}{\lambda} \right)^2. \quad (23)$$

Как видно из (23), средняя магнитная индукция  $\bar{B}$  не зависит от радиуса S-вихря, и следовательно, для заданной сверхпроводящей жидкости она постоянна.

### 5. Средняя плотность S-вихрей и средняя магнитная индукция

звезды. Энергия S-вихря состоит из двух частей - энергии вращения сверхпроводящей жидкости вокруг центра S-вихря и его магнитной энергии. Они определяются из формулы (11) следующим образом:

$$\epsilon = \frac{1}{8\pi} \int \left[ \bar{B}^2 - (\bar{v} \cdot \text{rot} \bar{B})^2 \right] dV - \frac{1}{2} \int \rho (\bar{v} - [\Omega \bar{r}])^2 dV, \quad (24)$$

где

$$\bar{v} - [\Omega \bar{r}] = \frac{\kappa}{2\pi} \frac{1}{r}. \quad (25)$$

Подставляя (25) в (24) и проведя интегрирование, для энергии единицы длины S-вихря получим следующее выражение:

$$\epsilon = \frac{\bar{B}^2}{8\pi} \pi b^2 + \rho \frac{\kappa^2}{4\pi} \ln \left( \frac{b}{a} \right), \quad (26)$$

где  $a$  - радиус ствола S-вихря.

Для определения средней плотности  $n_2$  распределения S-вихрей необходимо минимизировать потенциал Гиббса  $G_1$  (13), который напомним в следующем виде:

$$G_1 = \frac{1}{8\pi} \int \left[ \bar{B}^2 + (\bar{v} \cdot \text{rot} \bar{B})^2 \right] dV + \frac{1}{2} \int \rho (\bar{v} - [\Omega \bar{r}])^2 dV + \int \left[ \frac{\bar{B}^2}{8\pi} \frac{1}{n_2(r)} + \rho \frac{\kappa^2}{4\pi} \ln \left( \frac{b}{a} \right) \right] n_2(r) dV - \frac{1}{4\pi} \int \bar{B} \bar{B} dV - \frac{1}{2} \int \rho \Omega^2 r^2 dV. \quad (27)$$

Здесь  $\bar{B}$  - постоянная и отлична от нуля только в вихревой зоне. Минимизируя (27) по  $\bar{B}$ , получим уравнение, определяющее индукцию магнитного поля  $\bar{B}$  звезды:

$$\lambda^2 \text{rot rot } \bar{B} - \bar{B} = \begin{cases} \frac{\bar{B}}{R}, & r < R, \\ 0, & R < r < R_1. \end{cases} \quad (28)$$

Здесь  $R$  - радиус нейтронной звезды. Вариация же этого потенциала (27) по  $n_2(r)$  дает

$$\delta G_1 = \int \rho \left\{ (v - \Omega r) - \frac{\kappa}{8\pi} \frac{\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (vr) \right)}{\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (vr)} \right\} \delta v dV,$$

где  $v$  - азимутальная компонента скорости сверхпроводящей жидкости  $\bar{v}(r)$ . Условие  $\delta G_1 = 0$  даст нам уравнение, определяющее гидродинамическую скорость сверхпроводящей жидкости:

$$(v - \Omega r) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) + \frac{\kappa}{8\pi} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) \right) = 0, \quad (29)$$

и, согласно [11]:

$$n(r) = \frac{|\text{rot } v|}{\kappa} = \frac{1}{\kappa} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv). \quad (30)$$

Заметим, что несмотря на наличие у S-вихря магнитной структуры, уравнения (29) и (30), определяющие плотность S-вихрей сверхпроводящей жидкости, совпадают с уравнениями, определяющими плотность вихрей сверхтекучей жидкости. Последний результат есть следствие независимости средней магнитной индукции S-вихрей от его размеров.

6. *Размеры вихревой зоны S-вихрей.* Рассмотрим решение уравнений (28) и (29) в вихревой и безвихревой зонах звезды, т.е. эти решения в области  $r < R_1$  и  $R_1 \leq r < R$ .

Решение уравнения (28) в области  $r < R_1$  имеет постоянное значение  $\bar{B} = \bar{B} = \text{const}$ , а в области  $R_1 \leq r < R$  имеет вид:

$$\bar{B} = \frac{\bar{B}}{R} \frac{K_0(r/\lambda)}{K_0(R/\lambda)}.$$

Учитывая, что  $R$  и  $R_1$  гораздо больше  $\lambda$ , то решение уравнения (28) можно написать в следующем виде:

$$\bar{B}(r) = \begin{cases} \bar{B} = \text{const}, & r < R_1, \\ \frac{\bar{B}}{R} e^{-(r-R)/\lambda}, & R_1 \leq r < R. \end{cases} \quad (31)$$

Решение уравнения (29) также разное в вихревой и безвихревой зонах:

$$v = \Omega r, \quad \text{при } r < R_1, \\ v = \frac{\Omega R^2}{r}, \quad \text{при } R_1 \leq r < R. \quad (32)$$

Для определения радиуса  $R_1$  вихревой зоны необходимо найти свободную энергию  $F$  звезды, данную в таком виде:

$$F = \frac{1}{8\pi} \int (B^2 + (\lambda \text{rot } B)^2) dV + \frac{1}{2} \int \rho (v - \Omega r)^2 dV + \frac{1}{2} \int \rho \Omega^2 r^2 dV. \quad (33)$$

Подставляя решения (31) и (32) в (33) и проведя интегрирование, получим:

$$F = \left( \frac{1}{4} \bar{B}^2 - \kappa \rho \Omega \ln \left( \frac{b}{a} \right) \right) \frac{R^2}{2} + \pi \rho \Omega^2 R^4 \ln \left( \frac{R}{R_1} \right) + \pi \rho \frac{\Omega^2 R^4}{4} \left( \frac{R_1^2}{R^4} - 1 \right) - \pi \rho \Omega^2 R^2 (R^2 - R_1^2) - \pi \rho \frac{\Omega^2 R^4}{4}. \quad (34)$$

Значение  $R_1$  можно определить из минимума выражения  $F$  по  $R_1$ , т.е. из требования  $\partial F / \partial R_1 = 0$ . Это условие даст уравнения для определения  $R_1$ :

$$\frac{R}{R} - \frac{R}{R} = \left[ \frac{\bar{B}^2}{\rho} \frac{8\pi}{\Omega^2 R^2} + \frac{\kappa}{\pi \Omega R^2} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right]^{-1/2} \quad (35)$$

Если обозначить  $x = R_1/R$ , то для нахождения  $x$  получим уравнение:

$$x^2 - 2ax - 1 = 0, \quad (36)$$

где

$$a = \frac{\frac{\bar{B}^2}{8\pi} + \frac{\kappa^2}{4\pi} \rho \ln\left(\frac{b}{a}\right) \frac{2\Omega}{\kappa}}{\rho \frac{\Omega^2 R^2}{2}} \quad (37)$$

есть отношение плотности энергии S-вихрей к плотности энергии вращения сверхпроводящей жидкости у поверхности звезды.

Рассмотрим для предельных случая значений величины  $a$ :  $a \ll 1$  и  $a \gg 1$ .

При  $a \ll 1$  решение уравнения (36) имеет вид  $x \approx 1 + \frac{a^2}{2} \approx 1$ , т.е. радиус вихревой зоны почти совпадает с радиусом сверхпроводящего ядра звезды. Этот случай реализуется в радиопульсарах, у которых  $\bar{B} \approx 10^{12}$  Гс,  $\Omega \approx 100$  с<sup>-1</sup>,  $\rho \approx 10^{14}$  г см<sup>-3</sup> и  $R \approx 10^6$  см. В противоположном случае  $a \gg 1$  решение уравнения (36) имеет вид  $x \approx 1/2a \ll 1$ , т.е. вихревая зона почти отсутствует. В магнетарах параметр  $a \approx 1$ , так как у них  $\bar{B} \approx 10^{14} - 10^{15}$  Гс,  $\Omega \approx 1$  с<sup>-1</sup>.

**7. Заключение.** Нами рассмотрена вихревая структура гибридной звезды, содержащая кварковую материю в 2SC фазе. Предполагается, что во вращающейся сверхпроводящей жидкости, как и в нейтронной сверхтекучей жидкости, возникают вращательные вихри с квантованным угловым моментом вращения - S-вихри. Так как кварковая жидкость заряжена, внутри S-вихря возникает кластер абрикосовских магнитных вихрей с квантованным потоком магнитного поля. Оценки средней магнитной индукции S-вихря и гибридной звезды, приведенные также в работе [12], дают значения, порядка магнитных полей магнетаров. Этот результат может указывать на наличие кварковой материи в недрах компактных звезд.

Ереванский государственный университет, Армения,

e-mail: dsedrak@ysu.am mhayrapetyan@ysu.am

MAGNETIC FIELD OF NEUTRON STAR  
WITH QUARK CORE

D.M.SEDRAKIAN, M.V.HAYRAPETYAN

The mechanism of generation of magnetic field is considered in a hybrid neutron star with 2SC quark phase. It is supposed that S-vortices with quantized momentum of rotation arise in superconducting quark matter. Involvement of charged quarks in superfluid motion around S-vortices leads to electric currents, which generate magnetic field. It is shown that S-vortices have a magnetic structure in the form of a cluster of magnetic vortices with quantized magnetic flux. The distribution of magnetic field in the quark core of a hybrid star is also investigated.

Key words: *hybrid star; quarks; superfluidity and superconductivity*

## ЛИТЕРАТУРА

1. R.N.Manchester, G.B.Hobbs, A.Teoh et al., *Astron. J.*, **129**, 1993, 2005, *astro-ph/0412641*. <http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat>.
2. A.D.Sedrakian, D.M.Sedrakian, *Astrophys. J.*, **447**, 305, 1995.
3. D.Bailin, A.Love, *Phys. Rep.*, **107**, 325, 1984.
4. M.Alford, K.Rajagopal, F.Wilczek, *Nucl. Phys. B*, **537**, 443, 1999.
5. T.Schäfer, F.Wilczek, *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 3956, 1999.
6. T.Schäfer, *Nucl. Phys. B*, **575**, 269, 2000.
7. N.Ippolito, M.Ruggieri, D.Rischke, A.Sedrakian, F.Weber, *Phys. Rev. D*, **77**, 023004, 2008.
8. B.Knippel, A.Sedrakian, *Phys. Rev. D*, **79**, 083007, 2009.
9. N.S.Ayvazyan, G.Colucci, D.Rischke, A.Sedrakian, *Astron. Astrophys.*, **559**, A118, 2013.
10. M.G.Alford, A.Sedrakian, *Phys. Rev. Lett.*, **119**, 161104, 2017.
11. Д.М.Седраки, *Астрофизика*, **43**, 377, 2000, (*Astrophysics*, **43**, 275, 2000)
12. Д.М.Седраки, М.В.Айрапетян, Д.С.Багдасарян, *Астрофизика*, **61**, 131, 2018, (*Astrophysics*, **61**, 113, 2018).