АСТРОФИЗИКА

ТОМ 61 МАЙ, 2018 ВЫПУСК 2

ВЛИЯНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ФОТОСФЕРЫ НА ВЫШЕЛЕЖАЩИЕ СЛОИ АТМОСФЕРЫ ЗВЕЗДЫ

О.М.БЕЛОВА[1], К.В.БЫЧКОВ[2]

Поступила 22 ноября 2017
Принята к печати 7 марта 2018

На примере атома водорода исследовано влияние теплового излучения фотосферы на расположенные выше слои. Показано, что при температуре излучения выше 5000 К скорости вынужденных процессов при свободно-связанных, связанно-связанных и свободно-свободных переходах сравнимы с соответствующими скоростями спонтанных процессов. Существенную роль играют также фотовозбуждение и фотоионизация из возбужденных состояний.

Ключевые слова: *вынужденные процессы:фотоионизация:звездные атмосферы*

1. *Введение.* В предлагаемой работе мы оцениваем влияние излучения фотосферы на процессы ионизации, рекомбинации, возбуждения вышележащих слоев газа и их тормозного излучения.

Во-первых, такими слоями могут быть хромосферы Солнца и звезд спектральных классов G-M в спокойных условиях или во время вспышки. Температура спокойной фотосферы T_* лежит в диапазоне от 3000 К до 7000 К, а в случае вспышки в ней может образоваться горячее пятно с температурой (10000 ÷ 20000 К). Brown [1], Костюк и Пикельнер [2] при исследовании солнечных вспышек, пользуясь модифицированной формулой Саха, учли фотоионизацию водорода со второго уровня излучением фотосферы в бальмеровском континууме. Гринин и Катышева [3,4] впервые показали важность учета ионизации фотосферным излучением из возбужденных состояний водорода в околозвездных оболочках. Температуру фотосферы авторы приняли равной 5000 К, типичной для звезд типа T Tauri. Кацова и др. [5] рассмотрели рассеяние излучения в частотах линии $Ly\alpha$. Более поздние газодинамические NLTE-расчеты [6] учитывают процессы ионизации, возбуждения, деактивации и рекомбинации в 6-уровневом атоме водорода с учетом рассеяния в линиях.

Во-вторых, в пульсирующих звездах - цефеидах, долгопериодических переменных типа Миры Кита и полуправильных переменных - над фотосферой может находиться вызванная пульсациями ударная волна. Расчеты высвечивания газа за фронтом ударной волны для условий в холодных звездах ($T_* = 3000$ К) выполнены в работах [7,8] с учетом четырех уровней, а также в [9] в модели 25-уровневой системы. Результаты работы [8] использовали Gillet&Fokin [10] для случая звезд типа RR Lyrae ($T_* = 7000$ K). Во всех этих статьях фотосферное излучение не учитывалось.

Ниже мы изложим результаты расчетов, позволяющих выяснить, в каких случаях влиянием фотосферы действительно можно пренебречь, а при каких оно оказывается существенным. Излучение фотосферы рассматриваем в рамках модели черного тела. Отсутствие излучения, идущего сверху вниз, учитываем фактором дилюции $W = 0.5$. Полагаем, что надфотосферный газ состоит из чистого водорода. В разделах 2, 3 и 4 оценен вклад вынужденных процессов в коэффициент фоторекомбинации, в мощность рекомбинационных и тормозных потерь. В 5-м разделе рассмотрены роль фотоионизации из возбужденных состояний и фотовозбуждение субординатных переходов, в 6-м - бальмеровский декремент.

2. *Коэффициент вынужденной фоторекомбинации*. Сечения вынужденной $s^{(i)}$ и спонтанной $s^{(s)}$ фоторекомбинации связаны известным соотношением

$$s^{(i)} = s^{(s)} \cdot n_{\omega}. \tag{1}$$

Здесь n_{ω} - число заполнения фотонов, в случае дилютированного поля теплового излучения равное

$$n_{\omega} = \frac{W}{e^{h\nu/k_B T_*} - 1}, \tag{2}$$

где T_* - температура излучения. В случае атома водорода сечение спонтанной фоторекомбинации на дискретный уровень с главным квантовым числом k выражается через сечение фотоионизации [11]:

$$s_k^{(s)} = \sigma_k \frac{\alpha^2}{2} k^2 \left(\frac{h\nu}{\mathrm{Ry}}\right)^2 \frac{\mathrm{Ry}}{E}, \tag{3}$$

которое в приближении Крамерса имеет вид [11]:

$$\sigma_k = \frac{64}{3\sqrt{3}} \alpha \pi a_0^2 \frac{1}{k^5} \left(\frac{\mathrm{Ry}}{h\nu}\right)^3. \tag{4}$$

Коэффициент вынужденной фоторекомбинации $r_k^{(i)}$ получается суммированием по всем возможным значениям скорости свободного электрона u произведения $s_k^{(i)} u$ с учетом распределения электронов по энергии E:

$$r_k^{(i)} = \int_0^{\infty} s_k^{(i)} u \cdot f(E)\, dE. \tag{5}$$

Для функции распределения пользуемся формулой Максвелла:

$$f(E)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}(k_B T_e)^{-3/2}\sqrt{E}\cdot e^{-E/k_B T_e}. \tag{6}$$

Подставляя в (5) формулы (1)-(4) и (6), получаем:

$$r_k^{(i)}=\int_0^{\infty} s_k^{(s)} n_\omega u f(E)dE=\frac{64}{3\sqrt{3\pi}}\frac{W}{k^3}\alpha^4\pi a_0^2 c\cdot\beta_k^{3/2}e^{\beta_k}\cdot J_1(\rho, b_k). \tag{7}$$

Здесь введены обозначения:

$$\beta_k=\frac{1}{k^2}\frac{\mathrm{Ry}}{k_B T_e},\quad b_k=\frac{1}{k^2}\frac{\mathrm{Ry}}{k_B T_*},\quad \rho=\frac{T_*}{T_e},\quad J_1(x,y)=\int_y^{\infty}\frac{e^{-xt}}{t(e^t-1)}dt.$$

Алгоритм вычисления интеграла J_1 приведен в разделе 8. Если в подынтегральной функции (7) исключить множитель n_ω, то мы получим известное определение коэффициента спонтанной рекомбинации

$$r_k^{(s)}=\int_0^{\infty} s_k^{(s)} u f(E))dE,$$

в принятом нами приближении равный

$$r_k^{(s)}=\frac{64}{3\sqrt{3\pi}}\frac{W}{k^3}\alpha^4\pi a_0^2 c\cdot\beta_k^{3/2}e^{\beta_k}\cdot \mathrm{Ei}_1(\beta_k),$$

где $\mathrm{Ei}_1(\beta_k)$ - интегральная показательная функция.

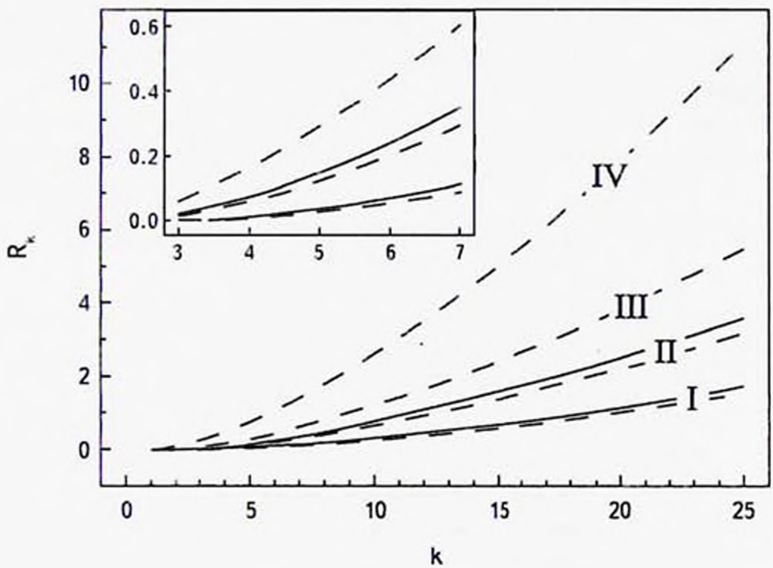

Рис.1. Отношение R_k коэффициентов вынужденной и спонтанной рекомбинации при трех значениях температуры излучения T_*: I - 3000 K, II - 6000 K, III - 10000 K, IV - 20000 K; сплошные кривые соответствуют электронной температуре 6000 K, штриховые - 10000 K; во врезке - графики I-III для уровней $k=3\div 7$.

На рис.1 показано отношение $R_k = r_k^{(i)}/r_k^{(s)}$ как функция главного квантового числа k для различных температур излучения и газа. Верхнюю границу $K_{\Pi T}$ определяем по критерию Инглиса-Теллера [12] через электронную плотность N_e, выраженную в см$^{-3}$:

$$K_{IT} = 3.10 - 0.13\lg(2N_e).$$

В случае атмосфер звезд-гигантов величину N_e примем равной 10^{12} см$^{-3}$, ей соответствует $K_{IT}=25$; для карликов, соответственно $N_e = 10^{14}$ см$^{-3}$ и $K_{IT}=13$.

Для основного и первого возбужденного состояний ($k<3$) в рассматриваемом диапазоне $T_* \leq 20000$ К вынужденная рекомбинация относительно невелика. Ее вклад становится существенным у более высоких уровней. Например, вклад 25% при $T_* = 20000$ К дает рекомбинация уже на третий уровень, а при $T_* = 10000$ К - на пятый. В звездах спектрального класса G, которым соответствует $T_* = 6000$ К, областью заметного влияния вынужденной рекомбинации ($R_k > 20\%$) является $k > 5$. В случае звезд класса M ($T_* = 3000$ К) вынужденная рекомбинация пренебрежимо мала вплоть до $k = 12$. Как нами показано в работе [13], тройная рекомбинация начинает доминировать уже при $k = 10$, т.е., для звезд класса M вынужденную рекомбинацию учитывать не обязательно. Таким образом, вынужденная фоторекомбинация существенна при $T_* > 5000$ К в диапазоне значений главного квантового числа $3 < k < 10$.

3. *Вклад в рекомбинационное излучение*. Коэффициент интегрального по частоте излучения ε_k при рекомбинации на k-й уровень в расчете на одну пару "ион-электрон" получается при включении излучаемой энергии $h\nu$ в подынтегральную функцию:

$$\varepsilon_k^{(s,i)} = \int_0^\infty s_k^{(s)} u \cdot h\nu \begin{Bmatrix} 1 \\ n_\omega \end{Bmatrix} f(E)\, dE.$$

По аналогии с предыдущим разделом приходим к формулам

$$\begin{aligned} \varepsilon_k^{(s)} &= \frac{64}{3\sqrt{3\pi}} \alpha^4 \pi a_0^2 c \cdot \mathrm{Ry} \cdot \frac{\sqrt{\beta_k}}{k^2}, \\ \varepsilon_k^{(i)} &= \frac{64}{3\sqrt{3\pi}} \alpha^4 \pi a_0^2 c \cdot \frac{\beta_k^{3/2}}{k^2} k_B T \cdot e^{\beta_k} \cdot W \cdot J_0(\rho, b_k), \end{aligned} \tag{8}$$

где

$$J_0(x,y) = \int_y^\infty \frac{e^{-xt}}{e^t - 1}\, dt.$$

Алгоритм вычисления интеграла J_0 приведен в *Приложении*.

Относительный вклад вынужденного излучения характеризуем отношением $\rho_k = \varepsilon_k^{(i)}/\varepsilon_k^{(s)}$, которое приведено на рис.2. Как и в предыдущем разделе, этот вклад при фиксированной температуре возрастает с номером уровня, оставаясь пренебрежимо малым при $T_e = 3000$ K. Его величина достигает 20%, начиная с седьмого уровня для $T_e = 6000$ K, пятого - для $T_e = 10000$ K и третьего - для $T_e = 20000$ K.

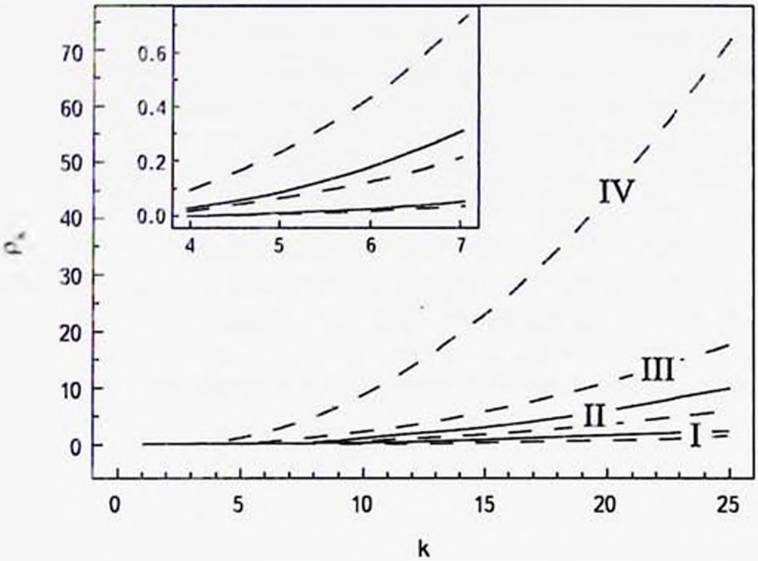

Рис.2. Отношение мощности радиационных потерь при вынужденной и спонтанной рекомбинации; обозначения кривых соответствуют рис.1.

4. *Тормозное излучение.* Сечение спонтанного тормозного излучения $\varsigma_\nu^{(s)}$ в расчете на единицу линейной частоты и на пару электрон-протон в приближении Крамерса [11] равно

$$\varsigma_\nu^{(s)} = \frac{h}{\mathrm{Ry}}\frac{16}{3\sqrt{3}}\alpha^3\pi a_0^2\left(\frac{\mathrm{Ry}}{E}\right)\left(\frac{\mathrm{Ry}}{h\nu}\right).$$

Спектральная мощность излучения $\varepsilon_\nu^{(fs)}$ получается интегрированием скорости потери энергии по всем возможным значениям энергии электрона в диапазоне $E > h\nu$:

$$\varepsilon_\nu^{(fs)} = \int_{h\nu}^{\infty}\varsigma_\nu^{(s)}u\cdot h\nu\cdot f(E)dE = h\frac{32}{3\sqrt{3\pi}}\alpha^4\pi a_0^2 c\cdot\sqrt{\frac{\mathrm{Ry}}{k_B T_e}}\cdot e^{-h\nu/k_B T_e}.$$

Сечение вынужденного излучения $\varsigma_\nu^{(i)}$, как и в случае рекомбинации, равно произведению $\varsigma_\nu^{(s)}n_\omega$. Множитель n_ω не зависит от энергии электронов, поэтому для спектральной мощности имеем:

$$\varepsilon_\nu^{(fi)} = \varepsilon_\nu^{(fs)}\cdot n_\omega = W\cdot h\frac{32}{3\sqrt{3\pi}}\alpha^4\pi a_0^2 c\cdot\sqrt{\frac{\mathrm{Ry}}{k_B T_e}}\cdot\frac{e^{-h\nu/k_B T_e}}{e^{h\nu/k_B T_e}-1}.$$

Полные тормозные потери получаются в результате интегрирования по всему диапазону частот. Коэффициент спонтанного излучения равен

$$\varepsilon^{(fs)} = \frac{32}{3\sqrt{3\pi}} \alpha^4 \pi a_0^2 c \cdot \mathrm{Ry} \sqrt{\frac{k_B T_e}{\mathrm{Ry}}} .$$

В случае дилютированного теплового поля излучения интеграл, описывающий вклад вынужденного излучения, логарифмически расходится на нижнем пределе. Поэтому введем отличную от нуля минимальную частоту $\nu_{\min}$. Тогда имеет место формула, аналогичная (8):

$$\varepsilon^{(fi)} = \frac{32}{3\sqrt{3\pi}} \alpha^4 \pi a_0^2 c \cdot k_B T_* \cdot \mathrm{W} \cdot J_0(\rho, \gamma_*), \qquad (9)$$

где

$$\gamma_* = \frac{h\nu_{\min}}{k_B T_*} .$$

Соответственно, полный коэффициент тормозного излучения равен

$$\varepsilon^{(f)} = \varepsilon^{(fs)} + \varepsilon^{(fi)} = \frac{32}{3\sqrt{3\pi}} \alpha^4 \pi a_0^2 c \cdot \mathrm{Ry} \sqrt{\frac{k_B T_e}{\mathrm{Ry}}} \cdot \left[1 + F_{\mathrm{ind}}\right],$$

где

$$F_{\mathrm{ind}} = \mathrm{W} \cdot \frac{T_*}{T_e} \cdot J_0(\rho, \gamma_*).$$

Величина F_{ind} равна отношению мощностей вынужденного и спонтанного излучения.

Нижний предел $h\nu_{\min}$ принимаем равным частоте, на которой возмущенный газ становится непрозрачным по тормозному излучению:

$$\tau_{ff}(\nu_{\min}) = 1. \qquad (10)$$

Большая точность в определении частоты $\nu_{\min}$ не нужна в силу того, что зависимость интеграла от нее только логарифмическая. В диапазоне частот $\nu < \nu_{\min}$ вынужденное излучение при необходимости учитываем обычным путем, следуя закону Кирхгофа.

Коэффициент тормозного поглощения вычисляем по формуле

$$\kappa_\nu^{(ff)} = \frac{256}{3\sqrt{3}} \alpha \pi^{5/2} a_0^5 \left(\frac{\mathrm{Ry}}{h\nu}\right)^3 \sqrt{\frac{\mathrm{Ry}}{k_B T_e}} N_e N_i .$$

Сечение поглощения в центре линии $\mathrm{Ly}\alpha$ атома водорода равно

$$\sigma_{12} = 4\pi^{3/2} a_0^2 \sqrt{\frac{M_{\mathrm{H}}}{m_e}} \frac{\mathrm{Ry}}{E_{12}} f_{12} \sqrt{\frac{\mathrm{Ry}}{k_B T_{ai}}} ,$$

где M_H и m_e - массы, соответственно, атома водорода и электрона, f_{12} - сила осциллятора в поглощении, E_{12} - энергия перехода. Найдем отношение υ оптических глубин по тормозному поглощению $\tau_{ff}(\nu)$ на частоте ν и в линии Lyα:

$$\upsilon = \frac{\tau_{ff}(\nu)}{\tau_{\mathrm{Ly}\alpha}} = \frac{\kappa_\nu^{(ff)}}{\sigma_{12} N_1} = \frac{64\pi}{3\sqrt{3}} \frac{\alpha a_0^2}{f_{12}} \cdot \sqrt{\frac{m_e}{M_\mathrm{H}}} \cdot \frac{E_{12}}{\mathrm{Ry}} \cdot \sqrt{\frac{T_{at}}{T_e}} \cdot \left(\frac{\mathrm{Ry}}{h\nu}\right)^3 \frac{N_e N_i}{N_1}.$$

Величину $\nu_{\min}$, исходя из условия (10), выражаем через оптическую глубину в линии Lyα:

$$\frac{h\nu_{\min}}{\mathrm{Ry}} = \sqrt[3]{\frac{64\pi\alpha}{3\sqrt{3} f_{12}}} \cdot a_0 \cdot \sqrt[6]{\frac{m_e}{M_\mathrm{H}}} \sqrt[3]{\frac{E_{12}}{\mathrm{Ry}}} \cdot \sqrt[6]{\frac{T_{at}}{T_e}} \cdot \sqrt[3]{\frac{N_e N_i}{N_1} \tau_{\mathrm{Ly}\alpha}} \approx 1.5 \cdot 10^{-3}.$$

Как видно из последней формулы, искомая частота слабо зависит от параметров высвечивающегося газа. Оптическую глубину в линии Lyα взяли из расчетов высвечивания ударной волны, $\tau_{\mathrm{Ly}\alpha} \approx 10^5$. Мы приняли температуры равными, $T_{at} = T_e \approx 20000$ K, а степень ионизации газа - половине: $N_e = N_p = N_1$. Таким образом, получаем оценку для γ_*:

$$\gamma_* = \frac{h\nu_{\min}}{\mathrm{Ry}} \frac{\mathrm{Ry}}{k_B T_*} \approx 1.5 \cdot 10^{-3} \frac{\mathrm{Ry}}{k_B T_*}.$$

В последней строке табл.1 приведены значения величины F_{ind}. Итак, в случае тормозного излучения вклад вынужденных процессов в охлаждение сравним с вкладом спонтанного излучения.

Таблица 1

ВКЛАД ВЫНУЖДЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СКОРОСТЬ ОХЛАЖДЕНИЯ ПРИ СВОБОДНО-СВОБОДНЫХ ПЕРЕХОДАХ

T_*, K	3000	6000	10000	20000
γ_*	0.08	0.04	0.02	0.01
$J_0(\rho, \gamma_*)$	2.45	2.89	3.18	3.46
F_{ind}	0.2	0.4	0.8	1.7

5. ***Фотоионизация из возбужденных состояний и фотовозбуждение субординатных переходов***. Скорость фотоионизации тепловым излучением также вычисляем в приближении Крамерса:

$$\Phi_k(T_*) = 4\pi W \int_{\nu_k}^{\infty} \sigma_k^{(ph)} \frac{B(T)}{h\nu} d\nu = \frac{8}{3\pi\sqrt{3}} \frac{W}{k_5} \alpha^4 \frac{c}{a_0} K_1(b_k), \quad k \ge 2,$$

где

$$K_1(y) = \int_y^{\infty} \frac{1}{t(e^t - 1)} dt.$$

Алгоритм расчета интеграла $K_1(y)$ с учетом расходимости в точке $y = 0$ опубликован в [14]. Для сравнения скоростей фото- и ударной ионизации мы вводим величину φ_k, равную логарифму их отношения:

$$\varphi_k = \lg\left(\frac{\Phi_k(T_*)}{q_k(T_e)N_e}\right), \tag{11}$$

где q_k - коэффициент ионизации электронным ударом, вычисленный по формулам работы [15]. Графики φ_k приведены на рис.3, величина N_e принята равной 10^{12} см$^{-3}$. Хорошо видно, что влияние фотоионизации существенно в случае состояний небольшого возбуждения, $2 \le k \le 7$, в то время как электронным ударом контролируется ионизация из высоковозбужденных состояний.

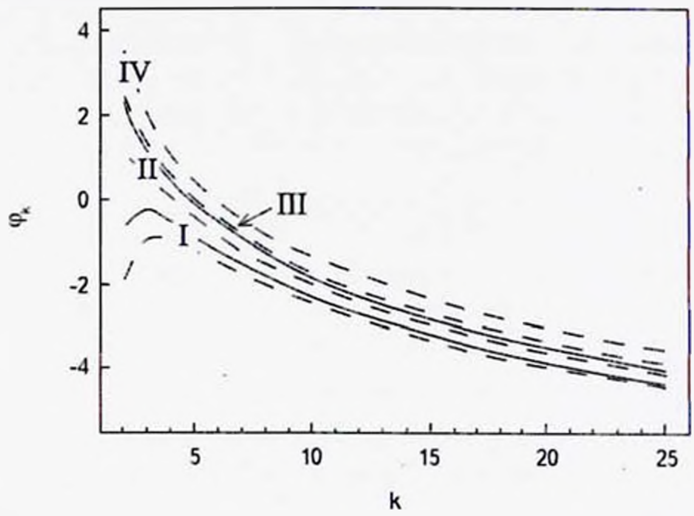

Рис.3. Логарифм отношения скорости фотоионизации и ударной ионизации для возбужденных состояний; обозначения кривых соответствуют рис.1.

Обращающий слой звезд спектральных классов M-G не сильно поглощает излучение в частотах линий бальмеровской серии, поэтому температуру излучения и в этом случае можно принять равной температуре фотосферы. Скорость фотовозбуждения Φ_{lu} с нижнего уровня l на верхний u в расчете на один атом на нижнем уровне равна

$$\Phi_{lu}(T_*) = W \cdot n_\omega(T_*) \cdot B_{lu},$$

где коэффициент Эйнштейна B_{lu} выражается через вероятность спонтанного перехода A_{ul} и статистические веса уровней g_l, g_u:

$$B_{lu} = \frac{g_u}{g_l} A_{ul}.$$

Аналогично (11) для линий бальмеровской серии составляем логарифм отношения

$$\psi_k = \lg\left(\frac{\Phi_{2k}(T_*)}{q_{2k}(T_e)N_e}\right),$$

в котором q_{2k} - коэффициент ударного возбуждения, рассчитанный по формуле из работы [15]. Как показывают графики рис.4, фотовозбуждение является существенным фактором для звезд класса G и горячее. Величина ψ_k как функция главного квантового числа k асимптотически стремится к некоторому конечному значению. Это объясняется тем, что при высоких значениях температуры коэффициент ударного возбуждения пропорционален силе осциллятора в поглощении.

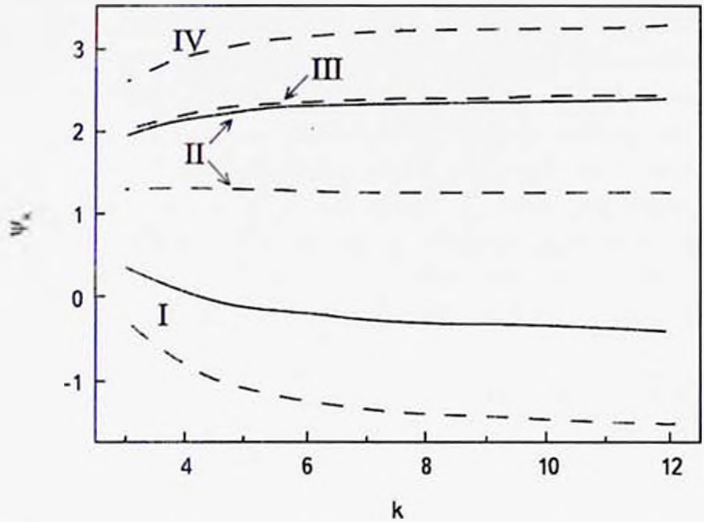

Рис.4. Логарифм отношения скорости фотовозбуждения и ударного возбуждения в линиях бальмеровской серии: обозначения кривых соответствуют рис.1.

6. *Бальмеровский декремент*. Степень влияния фотосферы на вышележащие слои зависит не только от ее температуры T_*, но и от параметров самих слоев - T_e и N_e. При $N_e < 10^{12}$ см$^{-3}$ газ прозрачен в линиях бальмеровской серии, и в первом приближении можно не учитывать ударные переходы между возбужденными состояниями. С увеличением плотности возрастает роль ударных процессов, и при $N_e = 10^{13}$ см$^{-3}$ может возникнуть самопоглощение в линиях бальмеровской серии. Введем обозначения N_p, N_k и N_a, соответственно, для концентрации протонов, атомов водорода на k-м уровне и полной концентрации атомов:

$$N_a = \sum_{k=1}^{K_{II}} N_k . \qquad (12)$$

Полную концентрацию водорода обозначим N_H:

$$N_H = N_a + N_p . \qquad (13)$$

Считаем выполненным условие электронейтральности. Для чисто водородной среды оно имеет вид:

$$N_e = N_p .$$

6.1. ***Газ, прозрачный в линиях бальмеровской серии***. Здесь мы полагаем, что заселение уровней с $k = 3$ до $k = K_{II}$ происходит путем рекомбинации и возбуждения электронным ударом из основного состояния, а также радиационными переходами с более высоких уровней. Такая постановка задачи имеет некоторое сходство с расчетами рекомбинационного излучения межзвездного газа, но здесь мы рассматриваем все три канала рекомбинации: спонтанную, вынужденную и безызлучательную.

Результаты расчетов бальмеровского декремента приведены на рис.5 для следующих параметров газа: $T_e = 10000$ K, $N_e = 10^{12}$ см$^{-3}$. Сплошная кривая построена без учета вынужденных переходов. Немонотонная зависимость интенсивности спектральных линий от квантового числа верхнего уровня k объясняется влиянием тройной рекомбинации, причем положение минимума

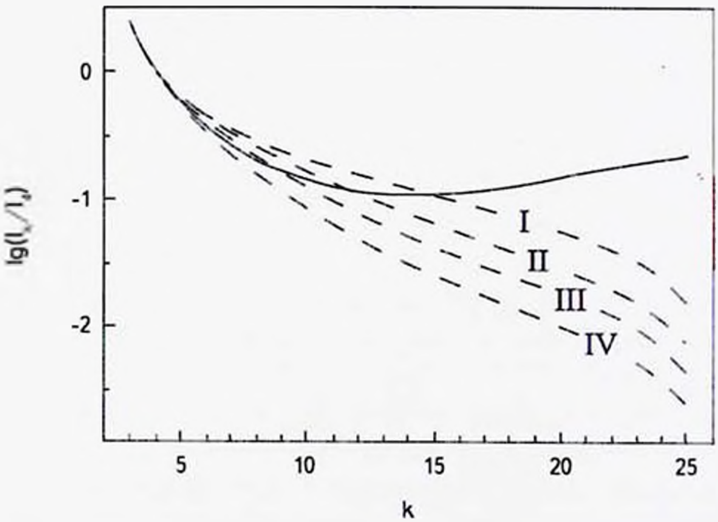

Рис.5. Бальмеровский декремент без самопоглощения в линиях субординатных переходов: штриховые кривые - с учетом вынужденных процессов, сплошная кривая - без учета; обозначения штриховых кривых соответствуют рис.1.

зависит от электронной плотности. Четыре штриховые кривые соответствуют разным значениям температуры излучения. Во всех случаях влияние вынужденного излучения проявляется у достаточно высоких членов серии, начиная с $H\zeta$.

6.2. *Самопоглощение в первых членах бальмеровской серии.* Хромосферный газ в стационарных условиях, как правило, прозрачен в линиях бальмеровской серии. Но нестационарное охлаждение за фронтом ударной волны сопровождается появлением слоя сильно нагретого (T_e>15000 K) и слабо ионизованного водорода (x<0.5). Он может оказаться непрозрачным в частотах первых четырех линий бальмеровской серии. Мы приняли T_e = 10000 K, $N_H = 10^{13}$ см$^{-3}$, $T_* = 20000$ K. Толщину слоя L положили равной 300 км. (Обычно размеры возмущенных областей значительно меньше, но в модельных расчетах эта величина позволяет имитировать нестационарные условия).

Относительные населенности дискретных уровней $\nu_k = N_k/N$ определялись одновременно с состоянием ионизации x путем решения системы уравнений баланса с учетом фотоионизации, спонтанной и вынужденной фоторекомбинации, спонтанных и вынужденных радиационных переходов с учетом рассеяния в спектральных линиях, а также процессов под действием электронного удара: дискретных переходов q_{ik}, ионизации и тройной рекомбинации γ_k

$$\left[\Phi_k(T_*) + q_k N_e + \sum_{k>i}\left(A^*_{ki} + \Phi^*_{ki} + q_{ki}N_e\right) + \sum_{k<i}\left(\Phi^*_{ki} + q_{ki}N_e\right)\right]\nu_k -$$
$$-\sum_{i<k}\left(A^*_{ik} + \Phi^*_{ik} + q_{ik}N_e\right)\nu_i - \sum_{i<k}\left(\Phi^*_{ik} + q_{ik}N_e\right)\nu_i = xN_e\left(r_k^{(s)} + r_k^{(i)} + \gamma_k N_e\right).$$

Из формул (12) и (13) следует условие нормировки для ν_k и x:

$$\sum_{k=1}^{K_H}\nu_k + x = 1.$$

Знак "*" означает, что учтено рассеяние в частотах спектральных линий при вычислении скорости V_{ik} некоторого радиационного перехода между дискретными состояниями: $V^*_{ik} = V_{ik}/\zeta_{ik}$. Число рассеяний ζ_{ik} мы вычисляем по оптической глубине в центре линии τ_{ik}, используя модель Соболева-Бибермана-Холстейна для доплеровского и хольцмарковского контуров, расчетные формулы приведены в [9]. Оптическая глубина в центре линии выражается через сечение σ_{ik}, населенность нижнего уровня, полную концентрацию водорода и толщину слоя:

$$\tau_{ik} = \sigma_{ik}\nu_i N_H L.$$

Выпишем формулу для сечения поглощения в центре линии в приближении доплеровского контура:

$$\sigma_{ik} = 4\pi^{3/2} a_0^2 \sqrt{\frac{M_H}{m_e}} \frac{Ry}{E_{ik}} f_{ik} \sqrt{\frac{Ry}{k_B T_{at}}}.$$

Результаты расчетов приведены на рис.6. Сплошной кривой изображен бальмеровский декремент без учета излучения фотосферы. Как видно из рисунка, при $T_* < 8000$ K излучение практически не влияет на декремент, а при $T_* > 10000$ K меняет результат примерно на 10-20%. Причиной является доминирование электронного удара над радиационными процессами.

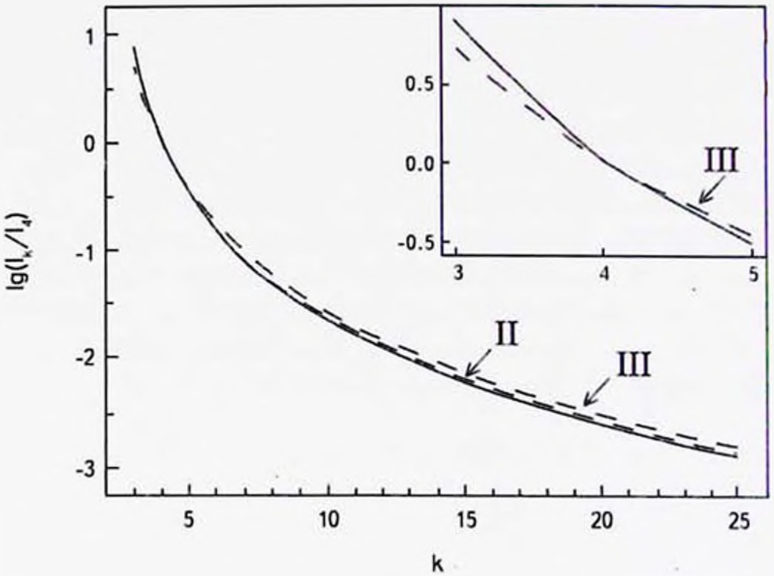

Рис.6. Бальмеровский декремент в случае самопоглощения в линиях субординатных переходов: штриховые кривые - с учетом излучения фотосферы, сплошная кривая - без учета; обозначения штриховых кривых соответствуют рис.1

7. *Заключение*. Излучение фотосферы при $T_* > 5000$ K может оказывать влияние на состояние вышележащего газа путем вынужденных процессов рекомбинации и тормозного излучения, а также путем фотоионизации и фотовозбуждения в частотах субординатных линий.

1. Относительный вклад вынужденной фоторекомбинации в полную скорость фоторекомбинации растет с номером уровня k, а при фиксированном значении k - по мере увеличения температуры излучения. Аналогичная ситуация имеет место и для потерь энергии при рекомбинационном излучении.

2. Полная по спектру скорость энергетических потерь путем вынужденного тормозного излучения сравнима со спонтанным излучением при $T_* > 5000$ K.

3. Фотоионизация наиболее эффективна в случае состояний среднего возбуждения, $2 \le k \le 7$.

4. Скорость фотовозбуждения в частотах линий бальмеровской серии при $T_* > 5000$ К может значительно превышать скорость ударного возбуждения при $T_e = 10000$ К и $N_e = 10^{12}$ см$^{-3}$.

5. Излучение фотосферы существенно влияет на бальмеровский декремент надфотосферного газа, прозрачного в линиях бальмеровской серии ($N_e < 10^{12}$ см$^{-3}$).

6. Бальмеровский декремент плотного газа ($N_e > 10^{14}$ см$^{-3}$), не прозрачного в первых четырех линиях бальмеровской серии, практически не зависит от температуры излучения.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ 15-03-03302 и гранта научной школы НШ 9670.2016.2.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Алгоритм вычисления интегралов J_0 и J_1. В обоих случаях алгоритм зависит от величины аргумента y. В диапазоне

$$y \geq 1$$

выполняем разложение по малому параметру e^{-y}. Интеграл J_0 представим в виде ряда:

$$J_0(x, y) = \int_y^\infty \frac{e^{-xt}}{e^t - 1} dt = \sum_{n=1}^\infty \int_y^\infty e^{-(x+n)t} dt = e^{-xy} \sum_{n=1}^\infty \frac{e^{-ny}}{x+n},$$

сходимость которого обусловлена множителем e^{-ny}. Последнюю сумму напишем в виде двух слагаемых:

$$\sum_{n=1}^\infty \frac{e^{-ny}}{x+n} = \Sigma_m^{(0)} + R_m^{(0)},$$

где $\Sigma_m^{(0)}$ - конечная сумма:

$$\Sigma_m^{(0)} = \sum_{n=1}^m \frac{e^{-ny}}{x+n},$$

а $R_m^{(0)}$ - остаток, верхнюю границу которого получаем из неравенства $n \geq m+1$:

$$R_m^{(0)} = \sum_{n=m+1}^\infty \frac{e^{-ny}}{x+n} < \frac{1}{x+m+1} \sum_{n=m+1}^\infty e^{-ny} = \frac{e^{-(m+1)y}}{x+m+1} \frac{1}{1-e^{-y}}.$$

Интеграл J_1 раскладываем в ряд по интегральным показательным функциям:

$$J_1(x, y) = \int_y^\infty \frac{e^{-xt}}{e^t - 1} \frac{dt}{t} = \sum_{n=1}^\infty \int_y^\infty e^{-(x+n)t} \frac{dt}{t} = \sum_{n=1}^\infty \mathrm{Ei}_1\left[(x+n)y\right].$$

Как и выше, представляем ряд в виде конечной суммы и остатка:

$$J_1(x,y)=\Sigma_m^{(1)}+R_m^{(1)},$$

где

$$\Sigma_m^{(1)}=\sum_{n=1}^{m}\mathrm{Ei}_1\left[(x+n)y\right],\quad R_m^{(1)}=\sum_{n=m+1}^{\infty}\mathrm{Ei}_1\left[(x+n)y\right]. \tag{14}$$

Для определения верхней границы остатка воспользуемся неравенством

$$\mathrm{Ei}_1(a)=\int_1^{\infty}e^{-at}\frac{dt}{t}<\int_1^{\infty}e^{-at}\frac{dt}{1}=\frac{e^{-a}}{a}. \tag{15}$$

Подставляя (15) в (14), получаем:

$$R_m^{(1)}<\sum_{n=m+1}^{\infty}\frac{e^{-(x+n)y}}{(x+n)y}<\frac{e^{-xy}}{(x+m+1)y}\sum_{n=m+1}^{\infty}e^{-ny}=\frac{e^{-(x+m+1)y}}{(x+m+1)y}\frac{1}{1-e^{-y}}.$$

Рассмотрим область малых значений аргумента y. Хотя оба ряда (14) и (15) сходятся при любых его положительных значениях, при $y<<1$ требуется слишком много слагаемых. Это связано с расходимостью обоих интегралов на нижнем пределе. Разбиваем область интегрирования J_i на три интервала:

$$J_i=I_1^{(i)}+I_{21}^{(i)}+I_3^{(i)}=\int_y^{\varpi}+\int_{\varpi}^{1}+\int_1^{\infty},$$

величину ϖ примем равной 0.2. Если $y>\varpi$, то первый интервал отсутствует. Интервал $y\geq 1$ рассмотрен выше, его вклад равен

$$I_3^{(i)}=J_i(x,1).$$

Для $y<\varpi$ пользуемся разложением

$$\frac{t}{e^t-1}=\sum_{k=0}^{\infty}B_k\frac{t^k}{k!},$$

где B_k - числа Бернулли; оно позволяет получить аналитическое выражение для интеграла. При выбранном значении ϖ достаточно сохранить слагаемые до $B_{10}t^{10}/10!$ включительно; выпишем необходимые числа Бернулли:

k	0	1	2	4	6	8	10
B_k	1	-1/2	1/6	-1/30	1/42	-1/30	5/66

В интервале $\varpi<y<1$ применяем метод Гаусса.

[1] Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия,
e-mail: whitecanvas05122010@mail.ru

[2] Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, Астрономический институт им. П.К.Штернберга, Москва, Россия,
e-mail: bychkov@sai.msu.ru

INFLUENCE OF PHOTOSPHERIC RADIATION ON ABOVE LAYERS OF STAR ATMOSPHERE

O.M.BELOVA[1], K.V.BYCHKOV[2]

It is investigated the influence of the photosphere thermal radiation on above located pure hydrogen gas. Rates of induced free-bound, bound-bound, and free-free processes are shown to be comparable to ones of the spontaneous processes, if the radiation temperature exceeds 5000 K. Photoexcitation and photoionization from the excited states also play the important role.

Key words: *induced process: photoionization: stellar atmospheres*

ЛИТЕРАТУРА

1. *J.C.Brown*, Solar Phys., **29**, 421, 1973.
2. *Н.Д.Костюк, С.Б.Пикельнер*, Астрон. ж., **51**, 1002, 1974.
3. *В.П.Гринин, Н.А.Катышева*, Изв. КрАО, **62**, 59, 1980.
4. *В.П.Гринин, Н.А.Катышева*, Изв. КрАО, **62**, 66, 1980.
5. *М.М.Кацова, А.Г.Косовичев, М.М.Лившиц*, Астрофизика, **17**, 285, 1981.
6. *J.C.Allred, A.F.Kowalski, M.Carlsson*, Astrophys. J., **809**, 104, 2015.
7. *Yu.A.Fadeev, D.Gillet*, Astron. Astrophys., **354**, 349, 2000.
8. *Yu.A.Fadeev, D.Gillet*, Astron. Astrophys., **420**, 423, 2004.
9. *О.М.Белова, К.В.Бычков, Е.С.Морченко и др.*, Астрон. ж., **91**, 745, 2014, (Astron. Reports, **58**, 650, 2014).
10. *D.Gillet, A.B.Fokin*, Astron. Astrophys., **565**, 423, 2014.
11. *Л.А.Вайнштейн, И.И.Собельман, Е.А.Юков*, Сечения возбуждения атомов и ионов атомами, М., Наука, 1973.
12. *Ч.Каули*, Теория звездных спектров, М., Мир, 1974.
13. *О.М.Белова, К.В.Бычков*, Астрофизика, **60**, 127, 2017, (Astrophysics, **60**, 111, 2017).
14. *К.В.Бычков, Е.С.Морченко*, Вестник МГУ Серия 3, Физика Астрономия, 89, 2011.
15. *L.C.Johnson*, Astrophys. J., **174**, 227, 1972.