

МОДЕЛЬ ДИНАМО В ТОРЕ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ВО ВНЕШНИХ КОЛЬЦАХ ГАЛАКТИК

Е.А.МИХАЙЛОВ

Поступила 16 сентября 2017

Принята к печати 7 марта 2018

В настоящее время практически не вызывает сомнений, что в некоторых спиральных галактиках присутствуют магнитные поля напряженностью несколько мкГс. Их возникновение связано с действием механизма динамо. Уравнения теории динамо достаточно сложны, поэтому часто используется планарное приближение, которое исходит из того, что галактический диск достаточно тонкий, поэтому можно заменить некоторые частные производные на алгебраические выражения. У некоторых галактик есть внешние кольца, в которых также можно предположить существование магнитных полей. Их генерация может быть также исследована с помощью планарного приближения, однако ввиду того, что оно было разработано не для колец, а для тонких дисков, в данном случае можно получить лишь качественный результат. Поэтому для изучения данного процесса используется модель динамо в торе. С ее помощью был проведен анализ возможных сценариев эволюции магнитного поля во внешних кольцах. Получено, что при не очень интенсивных движениях генерируется поле, обладающее квадрупольной симметрией. При более быстрых движениях возможен рост дипольной составляющей поля, получение которой принципиально невозможно при использовании планарного приближения.

Ключевые слова: *внешние кольца галактик; теория динамо*

1. *Введение.* В настоящее время надежно установлено, что ряд спиральных галактик обладает магнитными полями напряженностью в несколько мкГс. С наблюдательной точки зрения свидетельством их существования является фарадеевское вращение плоскости поляризации электромагнитного излучения, измеряемое на современных радиотелескопах [1]. Стоит отметить значимые результаты, полученные в последние десятилетия с помощью таких инструментов, как LOFAR [2], VLA [3] и других [4]. В будущем имеются планы исследования галактического магнетизма с помощью строящегося радиотелескопа SKA [5,6]. Возникновение полей описывается с помощью механизма динамо. Он основан на совместном действии дифференциального вращения и альфа-эффекта, связанного с закрученностью турбулентных движений ионизированной компоненты межзвездного газа. Одновременно магнитное поле ослабляется за счет действия турбулентной диффузии, которая способствует его диссипации. Ввиду этого генерация

магнитного поля является пороговым эффектом. При определенных значениях соответствующих управляющих параметров динамо, магнитное поле растет, в противном случае оно может лишь затухать [6].

Эволюция крупномасштабных полей галактик описывается с помощью так называемого уравнения Штесенбека-Краузе-Рэдлера, которое является следствием усреднения уравнений магнитной гидродинамики по характерным масштабам порядка 50 - 100 пк [7,8]. Оно достаточно сложно для изучения, поэтому, как правило, генерация описывается с помощью так называемого планарного приближения, которое использует тот факт, что галактический диск достаточно тонкий, поэтому можно считать, что магнитное поле лежит в экваториальной плоскости, а компонентой магнитного поля, перпендикулярной к ней, можно пренебречь. Кроме того, частные производные магнитного поля вдоль вертикального направления могут быть заменены на алгебраические выражения [9-13]. В таком случае уравнения для генерации поля становятся заметно проще и не содержат зависимости от расстояния до экваториальной плоскости. Результаты, даваемые планарным приближением, хорошо согласуются с данными астрономических наблюдений. Возможность генерации магнитного поля характеризуется так называемым динамо-числом, которое имеет определенное критическое значение. При его превышении затухание поля сменяется его ростом [11,12].

Кроме того, ряд галактик обладает так называемыми внешними кольцами [14]. Они располагаются на некотором расстоянии от основной части галактики и имеют относительно небольшую ширину. В них также присутствует ионизованный газ, для которого свойственны турбулентные движения. Кроме того, во внешних кольцах можно обнаружить дифференциальное вращение. Все это позволяет предполагать существование магнитных полей в данных объектах, рост которых должен быть также обусловлен действием механизма динамо [15].

В настоящее время существует определенный недостаток наблюдательных данных о магнитных полях во внешних кольцах галактик. В связи с этим представляется важным промоделировать возможные сценарии эволюции поля и указать параметры объектов, при которых можно ожидать его роста, а при каких возбуждение механизма динамо является маловероятным.

При этом возможность применения планарного приближения в случае внешних колец оказывается весьма спорной. В отличие от основной части галактики, размеры которой в радиальном направлении существенно превышают полутолщину, ширина внешнего кольца оказывается вполне сопоставимой с ней. Поэтому требуется использовать другие представления о магнитном поле, учитывающие его зависимость от расстояния до экваториальной плоскости.

Поскольку форма внешнего кольца оказывается достаточно близкой к

тору, удобно использовать модель магнитного поля в торе. В таком случае можно рассмотреть модель магнитного поля в виде комбинации тороидальной компоненты и части векторного потенциала, характеризующей полоидальную составляющую магнитного поля. В случае наличия осевой симметрии модель сводится к системе из двух уравнений, которые могут быть решены численно [16-19].

В данной работе был изучен вопрос о возможности генерации магнитного поля с использованием двух различных подходов. Первый основывается на планарном приближении, второй - на модели динамо в торе. Для того, чтобы возможно было сравнить результаты, даваемые обеими моделями, уравнения планарного приближения переписаны в тех же безразмерных переменных, которые использовались для модели динамо в торе. Были получены пороговые значения управляющих параметров, при которых возможен рост магнитного поля в том или ином случае. Хотя они и отличаются в силу вполне понятных причин, качественно результаты оказываются в обоих случаях схожими. Исследован вопрос о влиянии нелинейных эффектов (связанных с насыщением его роста при приближении напряженности магнитного поля к значению, соответствующему равномерному распределению по энергии) на эволюцию магнитного поля.

Можно сделать вывод о том, что генерация магнитного поля в целом ряде внешних колец вполне возможна. Конечно, для этого необходимы достаточно жесткие условия, которым, однако, удовлетворяют не все объекты. В частности, внешние кольца должны быть достаточно широкими - в противном случае процессы затухания магнитного поля будут превалировать над генерацией, обусловленной механизмом динамо. Приводятся типичные зависимости магнитного поля от времени в различных случаях.

Отметим, что рост магнитного поля за счет описанных явлений - не единственная возможность для возникновения магнитных полей во внешних кольцах галактик. В частности, возможен перенос поля из внутренних частей галактики за счет распространения нелинейных волн из основной части галактики, который известен в математической физике как эффект Колмогорова -Петровского-Пискунова [15,20-22]. Особую роль данный механизм должен играть в случае так называемых полярных колец, которые располагаются в плоскости, не совпадающей с экваториальной плоскостью галактики.

2. *Модель для магнитного поля галактики.* Магнитное поле H как галактик, так и внешних колец состоит из двух основных компонентов - крупномасштабной B и мелкомасштабной b [6,13]:

$$H = B + b.$$

Эволюция мелкомасштабной составляющей описывается с помощью

уравнения Штеенбека-Краузе-Рудлера, получаемого при осреднении основных уравнений магнитной гидродинамики [8]:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = \text{rot}[\mathbf{V}, \mathbf{V}] + \text{rot}(\alpha \mathbf{V}) + \eta \Delta \mathbf{V}, \quad (1)$$

где $\mathbf{V} = r\Omega \mathbf{e}_\phi$ - скорость крупномасштабных движений (r - расстояние до центра галактики, Ω - скорость ее вращения), α - коэффициент, характеризующий альфа-эффект (связанный с закрученностью турбулентных движений), $\eta = l\nu/3$ - коэффициент, характеризующий турбулентную диффузию (l - типичный масштаб турбулентности, составляющий величину 50 - 100 пк и совпадающий с типичными размерами областей, в которых сосредоточена мелкомасштабная составляющая галактического магнитного поля, ν - скорость турбулентных движений).

Как правило, уравнение (1) решается не в явном виде (ввиду того, что это достаточно сложно и требует значительных вычислительных ресурсов), а с использованием одного из приближений, позволяющих понизить размерность задачи. В случае внешних колец можно предположить наличие осевой симметрии, что дополнительно облегчает процесс решения задачи. В случае основной части галактики хорошо себя зарекомендовало планарное приближение [10].

2.1. Планарное приближение. Предположим, что магнитное поле лежит в плоскости диска, поэтому в случае использования цилиндрической системы координат r - ϕ - z для нас будут существенны лишь компоненты B_r и B_ϕ . Кроме этого, предположим, что альфа-эффект является нечетной функцией расстояния до экваториальной плоскости [9,23]:

$$\alpha = \alpha_0 \frac{z}{h},$$

где h - полутолщина кольца. Характерная величина альфа-эффекта связана с действием кориолисовой силы и может быть описана так:

$$\alpha_0 = \frac{\Omega l^2}{h}.$$

Можно считать, что магнитное поле зависит от расстояния до экваториальной плоскости по следующему закону [11]:

$$B_r(r, z) = B_r(r, 0) \cos\left(\frac{\pi z}{2h}\right), \quad B_\phi(r, z) = B_\phi(r, 0) \cos\left(\frac{\pi z}{2h}\right),$$

поэтому производные магнитного поля вдоль вертикального направления можно заменить на довольно простые выражения [13]:

$$\frac{\partial^2 B_r}{\partial z^2} = -\frac{\pi^2}{4h^2} B_r, \quad \frac{\partial^2 B_\phi}{\partial z^2} = -\frac{\pi^2}{4h^2} B_\phi.$$

Тогда векторное уравнение (1) сведется к системе из двух скалярных уравнений (предполагается наличие плоской кривой вращения, для которой $d\Omega/dr = -\Omega/r$):

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = -\frac{\Omega I^2}{h^2} B_\phi - \eta \frac{\pi^2}{4h^2} B_r + \eta \Delta_r B_r, \quad (2)$$

$$\frac{\partial B_\phi}{\partial t} = -\Omega B_r - \eta \frac{\pi^2}{4h^2} B_\phi + \eta \Delta_r B_\phi, \quad (3)$$

где Δ_r - часть оператора Лапласа, связанная с производными по расстоянию до центра галактики.

Удобно использовать безразмерные переменные. Время возможно измерять в единицах a^2/η , где a - полуширина внешнего кольца (см. рис.1). Расстояния

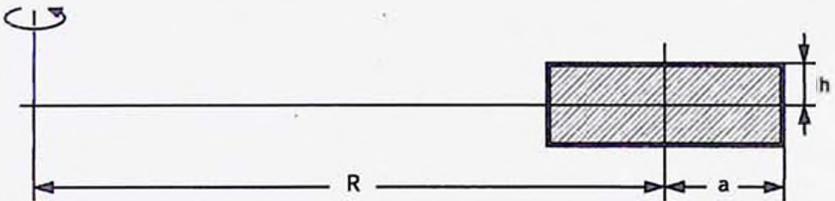


Рис.1. Схема внешнего кольца галактики.

измеряются в расстояниях до центра галактики R . Таким образом, используются переменные $\tilde{r} = r/R$, $\tilde{z} = z/R$, $\tilde{t} = t\eta/a^2$. С целью сокращения записи "тильды" мы будем в дальнейшем опускать. Тогда система уравнений (2)-(3) для магнитного поля будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = -S_\alpha B_\phi - \frac{\pi^2 k^2}{4} B_r + \lambda^2 \Delta_r B_r, \quad (4)$$

$$\frac{\partial B_\phi}{\partial t} = -S_\omega B_r - \frac{\pi^2 k^2}{4} B_\phi + \lambda^2 \Delta_r B_\phi, \quad (5)$$

где $k = a/h$ характеризует соотношение между полушириной и полутолщиной внешнего кольца, $\lambda = a/R$ соотношение между расстоянием до центра и полушириной. В таких переменных расстояние до центра галактики будет единичным, а полуширина кольца равна λ . Коэффициент $S_\alpha = 3\Omega la^2/vh^2$ характеризует альфа-эффект, $S_\omega = 3\Omega a^2/lv$ - дифференциальное вращение.

Оценим возможность генерации магнитного поля. Радиальную часть оператора Лапласа можно заменить на следующее выражение:

$$\Delta_r \approx -\frac{\pi^2}{4\lambda^2}.$$

Тогда система уравнений (4)-(5) (в таком случае частные производные

можно заменить на полные) сведется к виду:

$$\frac{dB_r}{dt} = -S_\alpha B_\varphi - \frac{\pi^2 k^2}{4} B_r - \frac{\pi^2}{4} B_r, \quad (6)$$

$$\frac{dB_\varphi}{dt} = -S_\omega B_r - \frac{\pi^2 k^2}{4} B_\varphi - \frac{\pi^2}{4} B_\varphi. \quad (7)$$

Предполагая, что магнитное поле растет по экспоненциальному закону:

$$B_r \propto \exp(\gamma t), \quad B_\varphi \propto \exp(\gamma t),$$

можно получить следующие скорости роста:

$$\gamma = -\frac{\pi^2}{4} (1 + k^2) \pm \sqrt{S_\alpha S_\omega}.$$

Введем число, характеризующее совместное действие альфа-эффекта и дифференциального вращения:

$$Q = S_\alpha S_\omega = \frac{9\Omega^2 a^4}{v^2 h^2}.$$

Одна из скоростей роста магнитного поля будет всегда отрицательной, знак второй зависит от безразмерного параметра Q , характеризующего соотношение между дифференциальным вращением, альфа-эффектом и диссипацией, связанной с турбулентными движениями. Чем выше интенсивность первых двух механизмов по сравнению с диссипацией, тем больше величина Q . Рост магнитного поля возможен, если хотя бы одна из скоростей роста положительна. Это достигается в ситуации, когда $Q > Q_{cr}$ где:

$$Q_{cr} = \frac{\pi^4}{16} (1 + k^2)^2.$$

Смысл Q примерно тот же, что и у динамо-числа D , известного в теории галактического динамо [11]. Возможность роста магнитного поля во внешнем кольце связана с соотношением между его радиальными и вертикальными размерами, характеризуемого числом k . В частности, если полуширина равна полутолщине, $k = 1$. Тогда:

$$Q_{cr} = 24.4.$$

Данная оценка получена из достаточно грубых соображений. Поэтому имеет смысл проверить ее численно. Задача решалась с граничными условиями:

$$B_r|_{r=1-\lambda} = B_r|_{r=1+\lambda} = B_\varphi|_{r=1-\lambda} = B_\varphi|_{r=1+\lambda} = 0.$$

Тороидальная компонента магнитного поля в случае, когда порог генерации превышен, показана на рис.2. Отметим, что в данном случае возможен рост лишь квадрупольного магнитного поля - это принципиальное ограничение, следующее из построения планарного приближения. Кроме того, планарное

приближение исходит из того, что размеры объекта в вертикальном направлении существенно меньше, чем в экваториальной плоскости. Поэтому рассмотренный нами случай $k=1$ (когда они равны) не вполне корректен. Ввиду этого имеет смысл рассмотреть другую модель, учитывающую зависимость от расстояния до экваториальной плоскости.

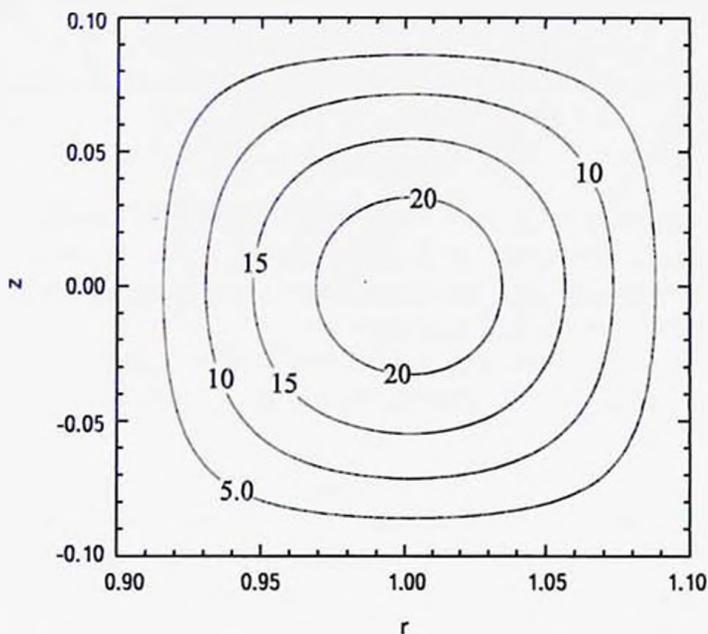


Рис.2. Тороидальное магнитное поле, полученное в рамках планарного приближения при $t=3$, $S_{\omega}=4$, $S_{\omega}=15$.

2.2. Динамо в торе. Форма внешнего кольца оказывается достаточно близкой к тору. Поэтому при изучении в них магнитных полей весьма актуальной является модель динамо в торе [16-19]. Можно разделить крупномасштабную составляющую магнитного поля на две части:

$$\mathbf{B} = B\mathbf{e}_{\varphi} + \text{rot}(A\mathbf{e}_{\varphi}), \quad (8)$$

где B - тороидальная компонента, A - часть векторного потенциала, характеризующая полоидальную компоненту.

Тогда, если считать, что тороидальная составляющая существенно превышает полоидальную, а конфигурация поля является осесимметричной, мы получаем следующие уравнения для эволюции [19]:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\Omega l^2 z}{h a} B + \eta \Delta A, \quad (9)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \Omega \frac{\partial A}{\partial z} + \eta \Delta B. \quad (10)$$

Отметим, что оператор Лапласа подразумевает дифференцирование по переменным r и z . Систему уравнений (9)-(10) удобно переписать, используя те же безразмерные переменные, что и в случае планарного приближения (см. выше):

$$\frac{\partial A}{\partial t} = S_a z B + \lambda^2 \Delta A, \quad (11)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = S_m \frac{\partial A}{\partial z} + \lambda^2 \Delta B. \quad (12)$$

Логично предположить, что возможность генерации магнитного поля будет также определяться числом Q . Данная модель более сложна для оценок, чем планарное приближение. Поэтому приведем качественные оценки, которые дадут лишь приблизительный результат.

Произведение тороидального магнитного поля на расстояние до экваториальной плоскости можно грубо оценить так:

$$zB \sim \frac{\lambda B}{2}.$$

Производную компоненты векторного потенциала, отвечающей за полюидальное поле, оценим следующим образом (считая, что характерный пространственный масштаб изменения векторного потенциала равен λ):

$$\frac{\partial A}{\partial z} \sim \frac{A}{\lambda}.$$

Обращаем внимание, что в данном случае все линейные размеры измеряются в безразмерных величинах (единица измерения соответствует радиусу внешнего кольца). В рамках таких единиц переменные изменяются в пределах $-\lambda < z < \lambda$, $1 - \lambda < r < 1 + \lambda$.

Аналогично тому, как это делалось для планарного приближения, лапласианы можно заменить так:

$$\Delta A = -\frac{\pi^2}{2\lambda^2} A, \quad \Delta B = -\frac{\pi^2}{2\lambda^2} B.$$

Тогда систему уравнений (11)-(12) для эволюции магнитного поля можно заменить следующим качественным аналогом:

$$\frac{dA}{dt} = S_a \frac{\lambda B}{2} - \frac{\pi^2}{2} A, \quad (13)$$

$$\frac{dB}{dt} = S_m \frac{A}{\lambda} - \frac{\pi^2}{2} B. \quad (14)$$

Точно так же, как и в предыдущем случае, можно предположить, что поле будет расти по экспоненциальному закону:

$$A \propto \exp(\gamma t), \quad B \propto \exp(\gamma t).$$

Для скорости роста мы получим выражение:

$$\gamma = -\frac{\pi^2}{2} \pm \sqrt{\frac{S_\alpha S_\omega}{2}}.$$

Она может быть положительной в том случае, если превышен порог генерации:

$$Q = S_\alpha S_\omega > Q_{cr}.$$

Для критического значения получим, что

$$Q_{cr} \approx 49.$$

Проверим данный результат численно. Будем решать задачу в области:

$$\rho = \sqrt{(r-1)^2 + z^2} < \lambda.$$

В качестве граничных условий выберем следующие [18]:

$$B|_{\rho=\lambda} = \frac{\partial A}{\partial \rho}|_{\rho=\lambda} = 0.$$

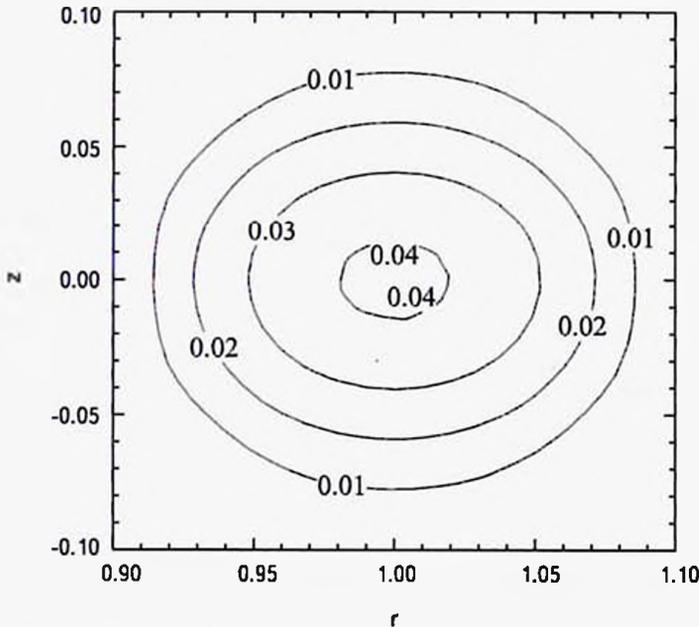


Рис.3. Торoidalное магнитное поле, полученное в рамках модели динамо в торе при $t = 3$, $S_\alpha = 4$, $S_\omega = 15$.

Численный расчет, в отличие от планарного приближения, достаточно существенно корректирует качественные оценки. Рост при положительных значениях наблюдается в случае, если $Q > 42$ [19]. Именно при таких значениях дифференциальное вращение и альфа-эффект оказываются достаточно интенсивными, чтобы противостоять диссипации.

Один из характерных результатов для торoidalной компоненты магнитного поля в том случае, когда порог генерации достигается, показан на рис.3. Можно отметить, что результаты в данном случае в целом сходны с тем, что было в случае более планарного приближения, исходящего из более простых соображений. Имеющееся магнитное поле также обладает квадрупольной симметрией: магнитное поле является четной функцией расстояния до экваториальной плоскости:

$$B(z) = B(-z).$$

Кроме того, модель динамо в торе предусматривает возможность генерации структур дипольной симметрии, когда поле является нечетной функцией координаты z

$$B(z) = -B(-z).$$

В таком случае в экваториальной плоскости (при $z = 0$) $B = 0$. С учетом того, что процессы, способствующие генерации магнитного поля, наиболее интенсивны именно в экваториальной плоскости и быстро слабее с ростом z , требуется наложить на скорости движений в галактике намного более жесткие условия. Расчет показывает, что дипольные магнитные поля могут генерироваться при $Q > 1190$ [19]. Это может достигаться в ситуации, когда угловая скорость вращения внешнего кольца примерно на порядок превышает значения, характерные для центральной части. Кроме того, для генерации магнитных полей подобного типа требуются начальные условия, асимметричные относительно экваториальной плоскости. В случае наличия в начальных условиях даже небольшого симметричного слагаемого, симметрия магнитного поля может со временем переключиться с дипольной на квадрупольную.

Один из примеров генерации дипольного магнитного поля показан на рис.4. Отметим, что этот результат принципиально невозможно получить, пользуясь планарным приближением.

Кроме того, возможна генерация магнитного поля и при отрицательных значениях параметра Q . Так же, как и при положительных, возможно возникновение как квадрупольного, так и дипольного магнитного поля. При этом, модуль величины данного числа должен быть выше, чем при положительных значениях [19].

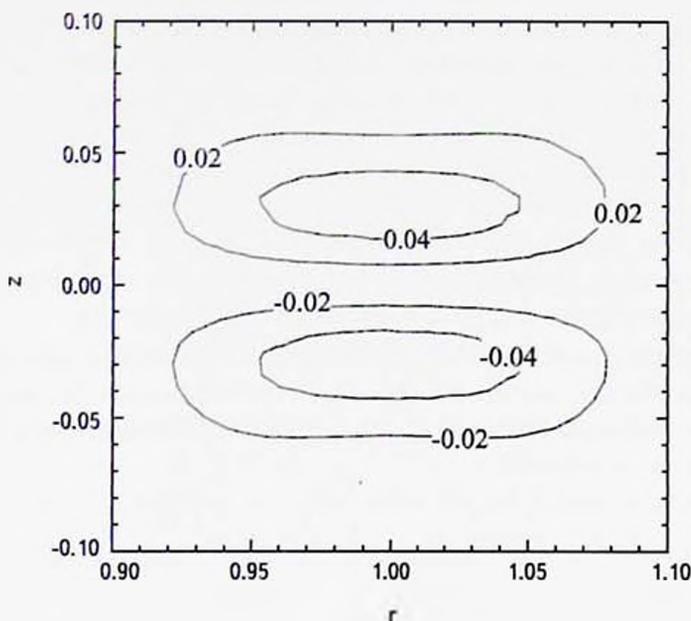


Рис.4. Торондальное магнитное поле, полученное в рамках модели динамо в торе при $l = 3$, $S_{\alpha} = 4$, $S_{\omega} = 300$.

3. *Выводы.* Был изучен вопрос о генерации магнитного поля во внешних кольцах галактик. Для этого были использованы две различных модели: планарное приближение, разработанное для тонких галактических дисков, и модель динамо в торе, которая представляется более реалистичной для внешних колец. Показано, что процесс генерации магнитных полей является пороговым, определены критические значения управляющих параметров, которые соответствуют растущим решениям. Построены диаграммы для магнитных полей при различных конфигурациях магнитного поля. Продемонстрировано, что в отличие от планарного приближения, для модели динамо в торе возможна генерация как квадрупольных, так и дипольных структур. Хотя магнитное поле дипольной симметрии может генерироваться при достаточно специфических условиях, накладываемых на кинематику движений во внешнем кольце, этот результат может быть полезен в будущем при исследовании магнитных полей в других объектах тороидальной формы, например, в аккреционных торах.

Отметим, что работа механизма динамо *in situ* не является единственной возможностью для возникновения и поддержания магнитных полей во внешних кольцах галактик. Так, в ряде работ было показано, что как в периферийных областях, так и во внешних кольцах одним из механизмов переноса структур

поля является так называемый эффект Колмогорова-Петровского-Пискунова. Он хорошо известен в математической физике и связан с распространением нелинейных волн. Магнитное поле сначала вырастает до уровня насыщения в основной части галактики, затем с помощью волны распространяется во внешние области [15,20-22]. Скорость распространения может быть оценена при помощи асимптотической теории контрастных структур. Кроме того, в случае полярных колец, пересекающихся с основной частью галактики, возможна "перекачка" магнитного поля из основной части галактики в кольцо. Это может происходить за счет линейных явлений переноса.

Автор выражает благодарность профессору Д.Д.Соколову за полезные рекомендации, данные при подготовке работы, а также оргкомитету конференции "Современная звездная астрономия-2017" за возможность представить результаты проведенного исследования.

Работа была выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-32-00056 мол_а).

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова,
Физический факультет, Москва, Россия, e-mail: ea.mikhajlov@physics.msu.ru

TORUS DYNAMO MODEL FOR RESEARCH OF MAGNETIC FIELDS IN THE OUTER RINGS OF GALAXIES

Е.А.МИХАЙЛОВ

Now it is no doubt that some of spiral galaxies have magnetic fields of several μG . Their generation is connected with the dynamo mechanism. The equations of the dynamo theory are quite complicated, so the no-z approximation is often used. It is based on fact that the galaxy disc is very thin, so some of the partial derivatives can be changed by algebraic expressions. Some of the galaxies have outer rings where it is possible to suppose the existence of the magnetic fields, too. Their generation can be described by the no-z approximation, too, but the model, that was considered for thin disks (not for the rings), can give only qualitative result. So for studying this process the torus dynamo model is used. The possible scenarios of the field evolution in the outer rings have been studied. We have obtained that for slow motions in the outer rings the field of quadrupolar

symmetry will be generated. For more intensive processes we can obtain the dipolar component growth, which is impossible while using no-z approximation.

Key words: *outer rings of galaxies: dynamo theory*

ЛИТЕРАТУРА

1. *R.Beck, A.Brandenburg, D.Moss et al.*, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **34**, 155, 1996.
2. *R.Beck, J.Anderson, G.Heald et al.*, *Astron. Nachr.*, **334**, 548, 2013.
3. *C. van Eck, J.-A.Brown*, 11th Annual Meeting of the Northwest Section of APS, May 14-16, B1.005, 2009.
4. *M.Haverkorn, P.Katgert, A.G. de Bruyn*, *Astron. Astrophys.*, **427**, 169, 2004.
5. *R.Stepanov, R.Beck, T.Arshakian et al.*, *Astron. Astrophys.*, **480**, 45, 2008.
6. *T.Arshakian, R.Beck, M.Krause, D.Sokoloff*, *Astron. Astrophys.*, **494**, 21, 2009.
7. *Г.Морфат*, Возбуждение магнитного поля в проводящей среде, М., Мир, 1980.
8. *Ф.Краузе, К.-Х.Рэдлер*, Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо, М., Мир, 1984.
9. *K.Subramanian, L.Mestel*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **265**, 649, 1993.
10. *D.Moss*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **275**, 191, 1995.
11. *A.Phillips*, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **94**, 135, 2001.
12. *D.Moss, D.Sokoloff*, *Astron. Nachr.*, **332**, 88, 2011.
13. *Е.А.Михайлов*, Письма в Астрон. ж., **39**, 474, 2013.
14. *J.C.Theys, E.A.Spiegel*, *Astrophys. J.*, **208**, 650, 1976.
15. *D.Moss, E.Mikhailov, O.Sil'chenko et al.*, *Astron. Astrophys.*, **592**, A44, 2016.
16. *W.Deinzer, H.Grosser, D.Schmitt*, *Astron. Astrophys.*, **273**, 405, 1993.
17. *J.M.Brooke, D.Moss*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **266**, 733, 1994.
18. *J.M.Brooke, D.Moss*, *Astron. Astrophys.*, **303**, 307, 1995.
19. *Е.А.Михайлов*, Астрон. ж., **94**, 741, 2017.
20. *E.Mikhailov, A.Kasparova, D.Moss et al.*, *Astron. Astrophys.*, **568**, A66, 2014.
21. *Е.А.Михайлов*, Вестник Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. Астрон., **2**, 27, 2015.
22. *D.Moss, A.Shukurov, D.Sokoloff*, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **89**, 285, 1998.
23. *L.Mestel, K.Subramanian*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **248**, 677, 1991.

