

ОБ УСКОРЕННОМ РАСШИРЕНИИ РАННЕЙ И ПОЗДНЕЙ ВСЕЛЕННОЙ В РАМКАХ СКАЛЯРНО-ТЕНЗОРНОЙ ТЕОРИИ ТЯГОТЕНИЯ. I

Р.М.АВАКЯН¹, Г.Г.АРУТЮНЯН¹, С.В.СУШКОВ²

Поступила 22 июля 2016

Принята к печати 14 декабря 2016

Основная идея эволюционного развития ранней Вселенной состоит в том, что горячей стадии предшествовала инфляционная стадия. В большинстве современных построений инфляционного режима предполагается наличие специфического скалярного поля (инфлатона), которое расширяет пространство колоссальными темпами, температура при этом стремительно падает, реальные частицы практически исчезают и Вселенная заполняется вакуумом с уравнением состояния $P = -\epsilon$. В первой части статьи в качестве инфлатона выбран космологический скаляр модифицированной теории Йордана-Бранса-Дикке (ЙБД). Рассмотрены задачи в "эйнштейновском" и собственном представлениях теории ЙБД.

Ключевые слова: *инфляция; скалярно-тензорная теория гравитации*

1. *Введение.* Определенные концептуальные трудности, возникающие при построении космологической эволюции ранней Вселенной (проблемы горизонта и плоскостности) фактически не затрагивают апробированную известными наблюдениями стандартную модель. Они лишь позволяют находить разумные начальные условия инфляционного процесса [1,2], который экспоненциальное расширение во времена, близкие к планковским ($t_p \sim 10^{-34}$ с.), переводит в степенной характер. Существенно, что при этом различные области пространства, оказываясь удаленными за времена H_0^{-1} (H_0 - соответствующее значение параметра Хаббла), перестают взаимодействовать, но "память" о предыдущей связи остается, что и решает проблему горизонта в инфляционной модели. Проблема "плоскостности" существенно связана с величиной временного интервала, в течение которого уравнение состояния сохраняется в виде $P = -\epsilon$. В таком случае за ≈ 70 "хаббловских" времен с точностью до 10^{-60} возникает "гладкая" Вселенная. Одновременно решается и проблема горизонта. Это экзотическое уравнение состояния естественно возникает во всех жизнеспособных моделях. В частности, к удовлетворительному инфляционному расширению приводит динамика скалярного поля при весьма естественных предположениях.

В настоящей работе в рамках различных представлений модифицированной

теории ЙБД построен ряд инфляционных режимов с учетом специфики скалярного поля для различных де-ситтеровских моделей Вселенной, заполненной вакуумом ($P = -\epsilon$) от момента t_{pl} до начала горячей стадии. Во всех рассмотренных случаях присутствует специфический космологический скаляр, являющийся, по сути, переменным аналогом "эйнштейновской" космологической постоянной Λ . В некоторых моделях применяется известное предположение [3] о связи Λ с параметром Хаббла, в частности, о пропорциональности космологического скаляра его определенным степеням.

2. *Инфляционная модель, построенная на основе "эйнштейновского" представления.* Идея о существовании скалярного поля самым естественным образом возникла при попытке объединить гравитацию с электромагнетизмом в пятимерии. Объединенная группа произвольных преобразований координат четырехмерия и калибровочных преобразований потенциала электромагнитного поля оказалась в изоморфной группе преобразований пятимерного риманова пространства, относительно которой инвариантны полевые уравнения. В этой изоморфной группе X^μ преобразуются как 5-векторы, что позволяет построить дополнительный инвариант $g_{\mu\nu} X^\mu X^\nu$. Таким образом, без спекуляций и дополнительных гипотез в результате физического анализа возникла идея обобщения теории гравитации, в которой, кроме тензорного и векторного полей, фигурирует скалярное поле (гравитационный скаляр). ЙБД одна из физически содержательных и полно разработанных версий, в которой гравитационный скаляр непосредственно не взаимодействует с материей. Действие традиционной задачи, соответствующее модифицированному варианту теории ЙБД, имеет вид [4]

$$S = \frac{1}{c} \int \sqrt{-g} \left[-\frac{y}{2k} (R + 2\varphi(y)) + \zeta g^{\mu\nu} \frac{y_\mu y_\nu}{y^2} \right] d^4 x,$$

где $k = 8\pi/c^4 G$, $\varphi(y)$ - аналог изменяющейся во времени эйнштейновской космологической постоянной. При переходе к ньютоновскому пределу возникло обозначение $y_0 = 2(2 + \zeta)/G(3 + 2\zeta)$, которое при $\zeta \rightarrow \infty$ дает известный результат. Что касается используемого в статье "эйнштейновского" представления

$$S = \int \sqrt{-g} \left[-\frac{y_0}{16\pi} (R + 2\varphi(\Phi)) + \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \Phi_\alpha \Phi_\beta \right] d^4 x, \quad (1)$$

где

$$\Phi_\alpha = \frac{y_\alpha}{y} \sqrt{\frac{3 + 2\zeta}{16\pi}} y_0.$$

то оно возникает при специфическом конформном преобразовании $g_{\mu\nu} = (y/y_0) g_{\mu\nu}$. В итоге $(y_0/8\pi)\varphi(\Phi)$ играет роль потенциальной энергии

$V(\Phi)$ такого скалярного поля. Для упрощения текста принято обозначение $y_0 = 1/G$.

Полевые уравнения с использованием стандартной метрики ФРУ (Фридман-Робертсон-Уолкер) для плоской Вселенной

$$dS^2 = dt^2 - a^2(t) [dr^2 + r^2 d\Omega^2] \quad (2)$$

имеют вид

$$\ddot{\Phi} + 3\dot{\Phi}H + V'(\Phi) = 0, \quad (3)$$

$$3H^2 = \frac{8\pi}{y_0} \left(\frac{\dot{\Phi}^2}{2} + V(\Phi) \right), \quad (4)$$

$$2\dot{H}^2 + 3H^2 = -\frac{8\pi}{y_0} \left(\frac{\dot{\Phi}^2}{2} - V(\Phi) \right). \quad (5)$$

Здесь предполагается отсутствие обычного вещества ($P=0$, $\varepsilon=0$), введены обозначения $8\pi G \cdot V(\Phi) = \varphi(\Phi)$, $H = \dot{a}/a$, точкой обозначена производная по времени, штрихом - производная по скалярному полю Φ .

Из (4) и (5) следуют соотношения

$$2H = -8\pi G \cdot \dot{\Phi}^2, \quad (6)$$

$$2H' = -8\pi G \cdot \Phi. \quad (7)$$

поскольку H зависит от Φ .

С учетом (6) из (4) имеем

$$H = \varphi(\Phi) - 3H^2, \quad (8)$$

откуда из (7) получаем

$$2H'^2 = 8\pi G \cdot (3H^2 - \varphi(\Phi)). \quad (9)$$

Таким образом, (8) и (9) позволяют получить зависимости соответственно от t и Φ для параметра Хаббла H при определенном выборе $\varphi(\Phi)$.

2.1. Зависимость H от скаляра Φ . Если рассматривать модель с $\varphi(\Phi) = \alpha H^4$ ($\alpha > 0$) и ввести обозначение $x = \sqrt{\frac{3}{\alpha}} \frac{1}{H}$, то уравнение (9) сводится к виду

$$\frac{dx}{\sqrt{x^2 - 1}} = \sqrt{12\pi G} \cdot d\Phi, \quad (10)$$

решением которого при условии $x^2 > 1$ является

$$x = \text{ch} \sqrt{12\pi G} \Phi, \quad (11)$$

Таким образом, в результате

$$H = \frac{H_{DS}}{e^{\sqrt{12\pi G}\Phi} + e^{-\sqrt{12\pi G}\Phi}}, \quad (12)$$

а потенциальная энергия имеет вид, представленный на рис.1,

$$V(\Phi) = \frac{3}{8\pi G} H_{DS}^2 \left(\frac{H}{H_{DS}} \right)^4, \quad (13)$$

где индекс DS означает величину параметра Хаббла на инфляционной стадии.

2.2. *Временная зависимость H .* Уравнение (8) можно представить в виде

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{H}{H_{DS}} \right) = 3H_{DS} \left[\left(\frac{H}{H_{DS}} \right)^4 - \left(\frac{H}{H_{DS}} \right)^2 \right], \quad (14)$$

и в результате проинтегрировать уравнение

$$\frac{dz}{z^4 - z^2} = 3H_{DS} dt, \quad (15)$$

где $z = H/H_{DS}$.

Решение (15) представим в виде

$$3H_{DS}(t-t_0) = \frac{H_{DS}}{H} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{H_{DS} - H}{H_{DS} + H} \right). \quad (16)$$

График временной зависимости параметра Хаббла представлен на рис.2, где введено обозначение $t-t_0 = t$. Физическую интерпретацию процесса имеет смысл рассматривать с точки зрения безразмерного ускорения $q = \ddot{a}a/\dot{a}^2 = H/H^2 + 1$, которое оказывается равным

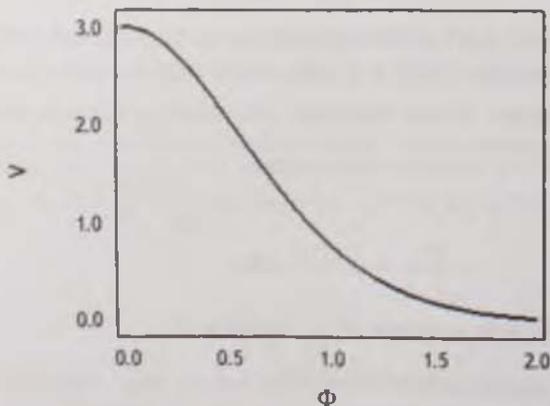


Рис.1. Зависимость потенциала скалярного поля от Φ .

$$q = 3 \left(\frac{H}{H_{DS}} \right)^2 - 2 \quad (17)$$

и при значении $H_c = \sqrt{2/3} H_{DS}$ обращается в нуль. При анализе (16) имеем следующую асимптотику $t \rightarrow -\infty$, $H(t) \approx H_{DS} - \exp(6 H_{DS}(t-t_0))$, т.е. параметр Хаббла экспоненциально быстро стремится к H_{DS} . На рис.2, изображающем временную зависимость $H(t)$, нулевое значение параметра q реализуется

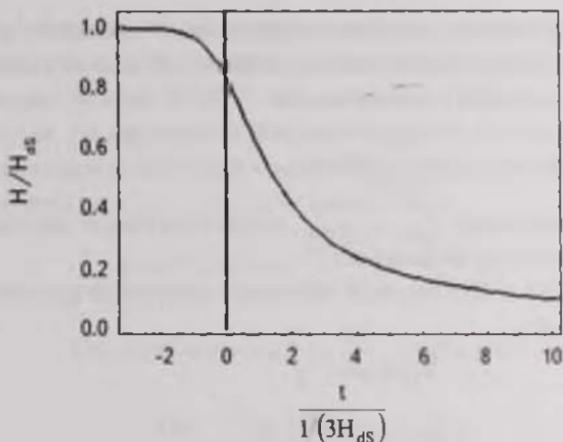


Рис.2. Временная зависимость параметра Хаббла.

вблизи $t=0$, где меняется поведение параметра масштабного фактора от экспоненциального характера к степенному ($t \rightarrow \infty$, $H(t) \rightarrow 1/3t$). Таким образом, в рамках рассматриваемой модели возникновение инфляционного процесса можно связать с асимптотическим квази-деситтеровским процессом при изменении параметра Хаббла от $H_{DS} = \text{const}$ до значения H_c , что соответствует интервалу положительного q от единицы до нуля, после чего ускорение становится отрицательным.

Подтверждением конца инфляции может служить поведение параметра Хаббла, следующее из (17)

$$\frac{\dot{H}}{H^2} = q - 1 = 3 \left[\left(\frac{H}{H_{DS}} \right)^2 - 1 \right], \quad (18)$$

поскольку $q \rightarrow 0$ при $|\dot{H}/H^2| = 3\Phi^2/2V \rightarrow 1$ нарушается один из критериев медленного скатывания. Что касается потенциала скалярного поля, то

$$V(q) = \frac{3}{8\pi G} H_{DS}^2 \left(\frac{H}{H_{DS}} \right)^4 = \frac{3}{8\pi G} H_{DS}^2 \left(\frac{q+2}{3} \right)^2, \quad (19)$$

при $q=0$ $V \approx 3H_{DS}^2/2\pi G$, что также отличается от оценки медленного

скатывания (24). Действительно, вид уравнения (3) позволяет применить простую физическую интерпретацию - механическое скатывание по профилю $U(\Phi)$ при наличии зависящего от времени коэффициента "хаббловского трения" $3H$. Инфляция в режиме медленного скатывания начинается, когда $3H\Phi$ доминирует над ускорением $\ddot{\Phi}$

$$\left| \frac{\ddot{\Phi}}{3H\dot{\Phi}} \right| \ll 1, \quad (20)$$

причем "хаббловское" трение способствует смещению Φ в сторону уменьшения потенциала. Второе условие медленного скатывания - это малость кинетического члена $\dot{\Phi}^2/2$ по сравнению с потенциалом

$$\frac{\dot{\Phi}^2}{2V(\Phi)} \ll 1, \quad (21)$$

что обеспечивает выполнение $P_{\text{эфф}} \approx -P_{\text{эфф}}$, соответствующего вакуумоподобной материи, характерной для инфляции.

При условиях (20) и (21) система основных уравнений рассматриваемой модели принимает вид

$$3H\dot{\Phi} \approx -V', \quad (22)$$

$$2H + 3H^2 \approx \frac{8\pi}{y_0} V, \quad (23)$$

$$V \approx 3H^2/8\pi G. \quad (24)$$

Очевидная неоднородность современной Вселенной, а также наблюдаемая анизотропность реликтового излучения, свидетельствуют о возникновении на ранних этапах развития неоднородностей плотности порядка $\delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$ со спектром, близким к плоскому спектру Гэрисона-Зельдовича [5,6]. В связи с этим в данной модели вышеописанный потенциал αH^4 работает до значения Φ_c , после чего вступает в силу вторичный потенциал типа $(k/2)(\Phi - \Phi_c)^n$. Предлагаемая гибридная инфляция заканчивается малыми колебаниями вблизи минимума вторичного потенциала, когда кинетическая энергия, как это видно из оценки (18), становится сравнимой с потенциальной энергией, "хаббловское" трение не играет прежней роли, и быстрые осцилляции Φ приводят к рождению частиц и даже к переходу в горячую стадию расширения [6,7].

Что касается числа так называемых e -фолдингов $N(\Phi) = \ln(a_k/a(\Phi))$ ($a(\Phi)$ - значение масштабного фактора в момент, когда поле инфлатона Φ , a_k - масштабный фактор после окончания процесса инфляции), то в режиме "медленного скатывания" с учетом (7)

$$N_{\text{тен}}(\Phi) = \int_{\Phi}^{\Phi_k} H(\Phi) \frac{d\Phi}{\Phi} = \frac{8\pi}{y_0} \int_{\Phi}^{\Phi_k} \frac{H(\Phi)}{2H'} d\Phi = \frac{1}{3} \ln \frac{\text{sh}\Phi_k}{\text{sh}\Phi}. \quad (25)$$

Поскольку традиционно используются параметры медленного скатывания

$$\epsilon = \frac{y_0}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \ll 1,$$

$$\eta = \frac{y_0}{8\pi} \left| \frac{V''}{V} \right| \ll 1,$$

то необходимая величина $N_{\text{гор.}}(\Phi)$ образуется задолго до конца инфляции.

3. *Равноускоренное эволюционное расширение Вселенной.*

Рассматривается де-ситтеровская космологическая модель в собственном представлении теории ЙБД $P=0$, $\epsilon=0$, $\varphi=\alpha H^2$.

Уравнения традиционной космологической модели, соответствующие модифицированному действию теории ЙБД, представленному в начале статьи в обозначениях $\psi = \dot{y}/y$, $H = \dot{a}/a$ имеют вид

$$\dot{\psi} + \psi^2 + 3\psi H = \frac{2\alpha H^2}{3+2\zeta} \left(1 - \frac{2H}{H\psi} \right), \quad (26)$$

$$2\dot{H} + 3H^2 = -\dot{\psi} - \psi^2 \left(1 + \frac{\zeta}{2} \right) - 2\psi H + \alpha H^2, \quad (27)$$

$$3H^2 = \frac{1}{2}\zeta\psi^2 - 3\psi H + \alpha H^2. \quad (28)$$

Здесь космологический скаляр $\varphi(y) = \alpha H^2$ (α - безразмерная постоянная) играет роль плотности вакуумной энергии. Такой выбор космологического скаляра приводит к соотношению

$$\frac{\psi}{H} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 2\zeta(3 - \alpha)}}{\zeta} = \gamma \quad (29)$$

с ограничением $\alpha \leq 3 + (9/2\zeta)$.

С учетом (29) из (26) или (27) получаем

$$\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{\gamma(1 - \gamma(1 + \zeta))}{2 + \gamma} = -\sigma. \quad (30)$$

откуда определяются временные зависимости параметра Хаббла H , масштабного фактора a и скалярного потенциала y .

$$H = \frac{H_0}{1 + \sigma H_0(t - t_0)}, \quad (31)$$

$$\frac{a}{a_0} = (1 + \sigma H_0(t - t_0))^{1/\sigma}. \quad (32)$$

$$\frac{y}{y_0} = \left(\frac{a}{a_0} \right)^\gamma = (1 + \sigma H_0(t - t_0))^{\gamma/\sigma}, \quad (33)$$

$$q = 1 - \sigma. \quad (34)$$

Положительные значения q получаются при $\sigma < 1$, что соответствует $2 < \alpha < 3$, в случае больших ζ .

Заслуживают внимания соотношения, получающиеся для предельного значения $\alpha_{\max} \leq 3 + (9/2\zeta)$, при котором $\gamma = \sigma = 3/\zeta$. Масштабный фактор

$$a = a_0 \left(1 + \frac{3}{\zeta} t' \right)^{\zeta^3}$$

при $\zeta \rightarrow \infty$, согласно известной формуле

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n} \right)^n = e^x$$

при переходе к эйнштейновской теории растет по экспоненциальному закону

$$a = a_0 e^{H_0(t-t_0)},$$

что соответствует равноускоренному инфляционному сценарию с $q = 1$.

При этом

$$\frac{\dot{\psi}}{H^2} = \frac{3}{\zeta} \frac{\dot{H}}{H^2} = -\frac{9}{\zeta^2} \rightarrow 0,$$

так что $H = \text{const}$ и уравнение состояния имеет вид

$$P = -\rho \approx -3H^2.$$

4. Заключение. Инфляционная парадигма обеспечивает естественный способ решения проблемы плоскостности и горизонта в стандартной космологии, а также генерирует возмущения плотности, являющиеся источником для образования крупномасштабной структуры Вселенной и обусловлены квантовыми флуктуациями поля. Одним из важных предсказаний инфляции является то, что возмущения плотности имеют почти масштабно-инвариантный спектр [5]. Примечательно, что это предсказание может быть непосредственно проверено измерениями температурной анизотропии космического микроволнового фона (СМВ). В различных наблюдательных проектах (COBE, WMAP, PLANCK) температурная анизотропия подтверждает основные предсказания инфляционного сценария в пределах точности наблюдений. Таким образом, свойства ранней Вселенной могут быть исследованы с применением высокоточных наблюдений. Известно, что модель с потенциалом четвертой степени поля с неминимальным гравитационным взаимодействием в представлении Йордана находится в полном согласии с данными спутника PLANCK [7].

В рамках первой части данной работы проведено исследование инфляционной динамики в присутствии скалярного поля для двух различных

инфлатонных потенциалов с использованием модифицированной теории ЙБД. В первой задаче роль инфлатонного потенциала $V(\Phi) = \alpha H^4 / 8\pi G$ рассмотрена на основе эйнштейновского представления теории. Фактически удалось построить модель гибридного инфляционного процесса. Полевые уравнения можно представить также в виде системы уравнений первого порядка для безразмерных величин $x = \Phi/\Phi_0$, $t/t_0 = \tau$, $y = dx/d\tau$. Тогда параметр Хаббла принимает вид [8]

$$H = \frac{\sqrt{y^2 + 2V(x)}}{2t_0} \quad (35)$$

При выборе положительного потенциала $V(x)$ в общем случае введена функция $X(x)$ в соотношении $y = \sqrt{2V(x)} \operatorname{sh} X(x)$. Уравнения фазовых траекторий записываются в параметрической форме и исследуются для различных потенциалов. В частном случае $X(x) = x$, $V(x) = \alpha H^4$ параметр Хаббла принимает вид $H = H_0 / \operatorname{ch} x$ и реализуется асимптотический инфляционный сценарий, продолжительность которого связывается с интервалом изменения безразмерного параметра ускорения $q = \ddot{a}a/\dot{a}^2$ от единицы до нуля, после чего экспоненциальный рост масштабного фактора сменяется степенным. Это подтверждается приведенными графиками $V(x)$, $H(x)$, а также качественным анализом фазовых траекторий.

Во второй задаче в собственном представлении теории используется $V = \alpha H^2 / 8\pi G$. Этот потенциал хорошо работает при описании равноускоренного расширения позднего этапа эволюции Вселенной, но при определенных значениях α появляется возможность построения модели инфляционного экспоненциального расширения раннего развития уже в рамках ОТО.

В следующей статье будет представлен цикл моделей инфляции с различными космологическими скалярами, а также результаты согласования с наблюдательными данными.

Работа выполнена при поддержке Госкомитета по науке МОН РА в рамках совместного русско-армянского исследовательского проекта ISPF-009.

¹ Кафедра теоретической физики им. Г.С.Саакяна, ЕГУ, Армения, e-mail: golavag@ysu.am haghohar@ysu.am

² Казанский (Приволжский) федеральный университет, Россия, e-mail: sergey_sushkov@mail.ru

ON THE ACCELERATED EXPANSION OF THE EARLY AND LATE STAGES OF UNIVERSE IN THE FRAMEWORK OF SCALAR-TENSOR THEORY OF GRAVITY I

R.M.AVAGYAN, G.H.HARUTYUNYAN, S.V.SUSHKOV

The basic idea of evolutionary development for the early Universe is that the hot stage was preceded by an inflationary phase. In most modern constructions of the inflationary regime, the presence of a specific scalar field (inflaton) is assumed, which expands the space with enormous rates. During the expansion the temperature is falling rapidly, real particles practically disappear and the Universe becomes vacuum dominated with the equation of state $P = -\epsilon$. In the first part of this paper, as an inflation we take the cosmological scalar of the modified Jordan-Brans-Dicke (JBD) theory. The problems are considered in the Einstein and proper representations of the JBD theory.

Key words: *inflation: scalar-tensor theory of gravitation*

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Д.Долгов, Я.Б.Зельдович, М.В.Сажин, "Космология ранней Вселенной", МГУ, 1988.
2. Д.С.Горбунов, В.А.Рубаков, "Введение в теорию ранней Вселенной", М., 2006.
3. Carneiro, R.Tavakol, Gen. Relativ. Gravit., **41**, 2287, 2009.
4. Р.М.Авакян, Г.Г.Арутюнян, В.В.Папоян, Астрофизика, **48**, 455, 2005, (Astrophysics, **48**, 381, 2005).
5. V.A.Rubakov, JCAP, 9009, **030**, 2009.
6. A.A.Starobinsky, Phys. Lett B, **117**, 175, 1982.
7. R.Kallosh, A.Linde, JCAP, 06, 027, 2013.
8. R.M.Avagyan, E.V.Chubaryan, G.H.Harutyunyan, A.A.Saharian, Gen. Relativ. Gravit., **48**, 21, 1-21, 2016.