

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИХ АППРОКСИМАЦИЙ КРИВЫХ БЛЕСКА ЗАТМЕННЫХ ДВОЙНЫХ ЗВЕЗД С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

И.Л.АНДРОНОВ¹, М.Г.ТКАЧЕНКО¹, Л.Л.ЧИНАРОВА²

Поступила 17 октября 2016

Принята к печати 14 декабря 2016

Проведен сравнительный анализ специальных профилей затмений, применяемых для феноменологического моделирования кривых блеска затменных двойных звезд. Рассмотрены семейства функций, обобщающие локальные аппроксимации и теоретически неограниченные по ширине функции, основанные на гауссиане. Для анализа использована кривая блеска звезды V0882 Car = 2MASS J11080308-6145589 классического подтипа Алголя (β Персея). Проанализировав десятки модифицированных функций с дополнительными параметрами, было выбрано 14 наилучших по критерию наименьшей суммы квадратов отклонений. Наилучшими являются функции с дополнительным параметром, описывающие ограниченные по фазе профили.

Ключевые слова: затменные двойные звезды; кривые блеска

1. *Введение.* Феноменологическое моделирование кривых блеска переменных звезд позволяет получить параметры, необходимые для регистрации объекта в "Общем каталоге переменных звезд" (ОКПЗ) [1], "Индекс переменных звезд" VSX (<http://aavso.org/vsx>) и аналогичных каталогах. Оно является первичным для небольшой доли звезд, которые потом исследуют методами спектроскопии, поляриметрии или многоцветной фотометрии. Для большинства же звезд дополнительные исследования отсутствуют, и феноменологическое моделирование остается основным источником информации об объекте. Классические методы исследования переменных звезд описаны, например, в [2]. Методы аппроксимации симметричных и асимметричных экстремумов рассмотрены в [3], а полиномиальные аппроксимации реализованы в компьютерных программах [4,5].

В большинстве случаев параметры определялись по отдельным участкам кривой блеска. К ним относятся значения блеска в главных максимуме и минимуме, а для затменных систем - еще и во вторичных минимуме и максимуме, что указывалось в примечаниях в ОКПЗ [1]. Кроме того, для затменных систем обязательным параметром является ширина минимума D , и желательным - продолжительность фазы полного затмения.

При анализе полных кривых блеска использовались как графические методы сглаживания, так и аппроксимации тригонометрическим полиномом (усеченным рядом Фурье). Для звезд типа EA (типа Алголя), количество параметров становится очень большим, что приводит к появлению видимых волн на кривой блеска (эффект Гиббса [6]), а также увеличению статистической погрешности сглаживающей кривой блеска и соответствующих значений в максимуме и минимуме.

Кроме того, плавные аппроксимации (в том числе, и тригонометрическим полиномом [7,8], а также "симметричным" тригонометрическим полиномом [9]) не позволяют определить один из необходимых параметров - ширину затмения. Поэтому возникла необходимость введения функций ("специальных профилей"), которые бы статистически оптимально описывали затмения и использовали меньшее число параметров. Андронов [10,11] предложил аппроксимацию "NAV" ("New Algol Variable", "Новая звезда типа Алголя"), которая применялась нами для многих звезд не только типа Алголя (EA), но и двух других типов - EB (β Лир) и EW (W Большой Медведицы) [12-15]. Аппроксимации, основанные на гауссиане и ее модификациях, рассмотрел Микулашек [16,17].

Альтернативный подход заключается в физическом моделировании кривых блеска, основанном на методе Wilson-Devinney [18], для реализации которого различными авторами были разработаны соответствующие программы [19-23]. Однако для физического моделирования необходимы значения параметров (температура хотя бы одного из компонентов и отношение масс), которые достоверно можно получить из спектральных наблюдений, а они проведены для ~1% известных затменных двойных систем.

Еще одной возможностью является использование упрощенной физической модели, в которой звезды предполагают сферически симметричными, и пренебрегают эффектом потемнения диска к краю [24]. Эта модель была использована для исследования и классификации затменных двойных звезд [25], в том числе, для обзора OGLE [26], и также реализована нами [27].

В настоящей работе мы исследуем модификации феноменологического моделирования с целью улучшения качества аппроксимации за счет введения одного или более дополнительных параметров. Работа проводится в рамках международных проектов "Междолготная астрономия" [28,29] "Астроинформатика" и национального проекта "Украинская виртуальная обсерватория" [30,31].

2. *Данные.* Для иллюстрации применения предложенных функций, нами использовались наблюдения одной из звезд типа Алголя (2MASS J11080308-6145589 [32], которая недавно получила название V0882 Car [1]).

Из полной фазовой кривой, опубликованной в [32], использовался участок в интервале фаз $[-0.08, 0.08]$, в котором было получено 120 наблюдений блеска. Это позволяет исследовать отдельный минимум для сравнения аппроксимаций, в то время, как для исследования звезд мы используем полные фазовые кривые с учетом эффектов отражения, эллипсоидальности, О'Коннела и различия профилей главного и вторичного минимумов при их одинаковой ширине [12-15].

3. *Основные формулы.* В качестве независимой переменной используется фаза. Однако значения начальной эпохи, определенные другими методами, могут быть несколько сдвинуты, поэтому, для моделирования затмений, необходимо использовать разность фаз $u = \phi - \phi_0$, где ϕ_0 - фаза, соответствующая середине вычета, описывающего затмения. Аппроксимация участка кривой блеска может быть записана в общем виде, как

$$x(\phi) = C_1 - C_2 G(\phi - C_3; C_4; \dots; C_m), \quad (1)$$

где C_1 - сглаженное значение блеска на фазе $\phi = C_3$ с учетом затмения, C_2 - амплитуда затмения, и функция G зависит как от фазы, так и от дополнительных параметров, описывающих профиль затмения. Из них важнейшим является C_4 , который описывает характерную ширину минимума. Если использовать функции G , изменяющиеся лишь в пределах затмения, то удобно ввести C_4 , как полуширину затмения, и безразмерный параметр $\varepsilon = z = (\phi - C_3)/C_4$. Ниже мы будем использовать переменные u и ε для неограниченных по фазе профилей, и z - для минимумов с конечной полушириной C_4 , т.е. $-1 \leq z \leq 1$.

В отличие от статей [10,11,13,14], в которых мы определяли C_1 , как интегральное среднее значение блеска по усеченной аппроксимации тригонометрическим полиномом второй степени без учета вкладов затмений, в данной работе мы исследуем качество аппроксимации самого минимума, и удобнее переопределить C_1 , как значение блеска в минимуме. Данная функция $G(\varepsilon) = 1 - H(\varepsilon)$, где $H(\varepsilon)$ - функция, использованная ранее [13,14] (уравнение (3)).

Основные свойства функции $G(\varepsilon): G(0) = 0$. Для ограниченных по фазе функций мы используем обозначение z вместо ε , чтобы подчеркнуть, что $G(z) = 1$ при $|z| > 1$. Из соображений симметрии целесообразно определить функцию $G(\varepsilon) = G(-\varepsilon) = G(|\varepsilon|)$, как симметричную.

Классической функцией, используемой, например, для описания в первом приближении профилей спектральных линий, расширенных вследствие эффекта Доплера, является гауссиана

$$G(u) = 1 - \exp(-|C_4|u^2). \quad (2)$$

В данном случае, $|C_4| = 1/2\sigma^2$, где σ - характерная ширина, имеющая в теории вероятностей смысл среднеквадратичного отклонения. Эта функция характеризуется всего лишь четырьмя параметрами, что не позволяет учитывать разнообразие наблюдающихся профилей минимумов.

В табл.1 и на рис.1 приведены выбранные нами наилучшие аппроксимации в порядке ухудшения их качества по критерию минимальности SSE (суммы квадратов невязок). Гауссиана занимает последнее 14-е место. Для исследуемого

Таблица 1

ХАРАКТЕРИСТИКИ НАИЛУЧШИХ АППРОКСИМАЦИЙ

№	Формула	SSE	$\sigma[C_j]$	$X_c(C_j)$	$\sigma[X_c]$	m
1.	$1 - (1 - (z + C_6 z (1 - z))^{C_1})^{1.5}, z \leq 1$	0.00459	-0.00139	15.0412 ± 0.0034	0.00142	6
2.	$\frac{(1 - \exp(1 - \cosh(z)))^{C_1}}{(1 - \exp(1 - \cosh(1)))^{C_1}}, z \leq 1$	0.00462	-0.00139 ± 0.00012	15.0394 ± 0.0080	0.00129	5
3.	$(1 - C_6 - C_7 - C_8 z ^2 + C_6 z^4 + C_7 z^6 + C_8 z^8)^{C_3}, z \leq 1$	0.00462	-0.00139 ± 0.00012	15.0437 ± 0.0035	0.00166	8
4.	$1 - (1 - z ^{C_5})^{C_6}, z \leq 1$	0.00462	-0.00139 ± 0.00012	15.0435 ± 0.0032	0.00142	6
5.	$\begin{cases} 0, & \text{if } u \leq C_6 \\ 1 - (1 - (u - C_6)/(C_4 - C_6))^{C_5})^{1.5}, & \text{if } C_6 < u < C_4 \end{cases}$	0.00465	-0.00139 ± 0.00012	15.0338 ± 0.0040	0.00143	6
6.	$1 - (1 - z ^{C_5})^{1.5}, z \leq 1$	0.00477	-0.00139 ± 0.00012	15.0485 ± 0.0031	0.00131	5
7.	$1 - \exp(-C_6 (\cosh(\epsilon) - 1)^{C_5})$	0.00480	-0.00139 ± 0.00012	15.0458 ± 0.0031	0.00145	6
8.	$1 - (1 - (1 - \exp(1 - \cosh(\epsilon)))^{C_5}) (1 + C_6 \epsilon^2 + C_7 \epsilon^4)$	0.00487	-0.00139 ± 0.00012	15.0455 ± 0.0087	0.00159	7
9.	$1 - \exp(C_5 (1 - \cosh(\epsilon)))$	0.00500	-0.00142 ± 0.00012	15.0377 ± 0.0035	0.00135	5
10.	$1 - \exp(1 - \cosh(\epsilon))$	0.00509	-0.00140 ± 0.00013	15.0393 ± 0.0034	0.00121	4
11.	$\frac{(1 - \exp(- C_5 z^2 - C_6 z^4 - C_7 z^6))^{C_4}}{(1 - \exp(- C_5 - C_6 - C_7))^{C_4}}, z \leq 1$	0.00544	-0.00146 ± 0.00013	15.0550 ± 0.0143	0.00180	8
12.	$1 - (1 - z^2)^{C_5}, z \leq 1$	0.00581	-0.00143 ± 0.00014	15.0609 ± 0.0184	0.00145	5
13.	$(1 - \exp(- C_4 u^2))^{C_5}$	0.00599	-0.00143 ± 0.00014	15.0334 ± 0.0053	0.00147	5
14.	$(1 - \exp(- C_4 u^2))$	0.00736	-0.00134 ± 0.00016	15.0456 ± 0.0050	0.00145	4

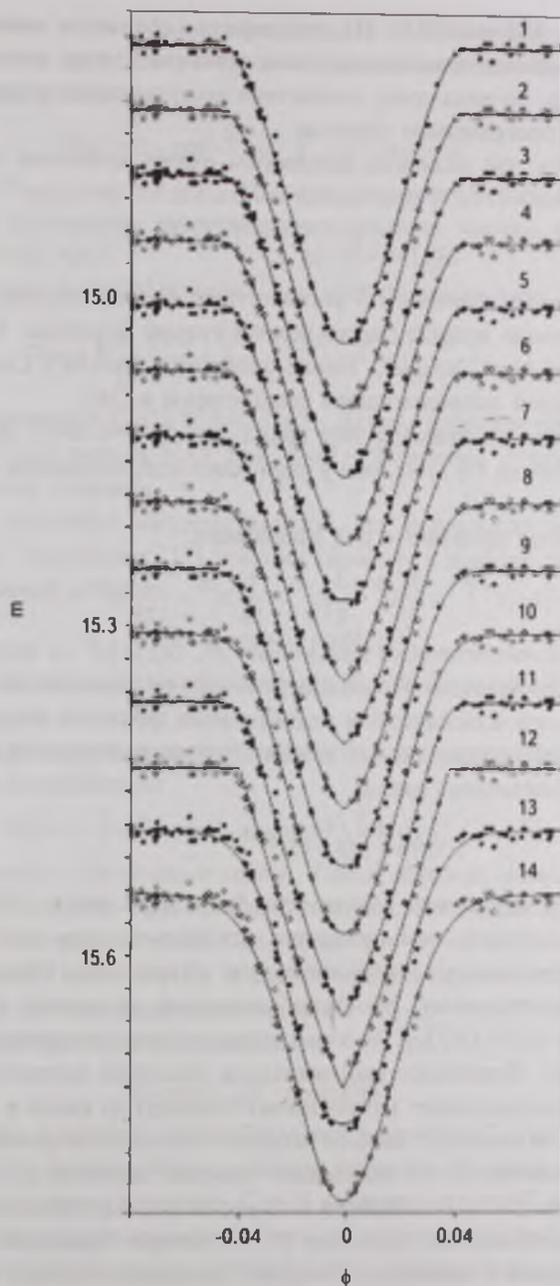


Рис. 1. Аппроксимации участка вблизи минимума блеска звезды V0882 Car = 2MASS J11080308-6145589 различными функциями. Нумерация кривых соответствует приведенной в табл. 1.

ряда и функции, $SSE = 0.00736$. И, хотя плохая сходимость наблюдений с гауссианой наблюдается практически у всех затменных звезд, ее продолжают использовать [33], по-видимому, вследствие популярности в статистике и внедрения в ряд программных пакетов.

Для учета того, что реальные минимумы имеют конечную продолжительность, Андронов [10,11] предложил использовать функцию

$$G(z) = 1 - (1 - |z|^\beta)^{1.5}, \quad (3)$$

у которой показатель степени 1.5 соответствует теоретическому асимптотическому поведению кривой блеска вблизи границ затмения. Метод был назван NAV ("New Algol Variable", "Новая звезда типа Алголя"). Свойства тест функции для данной аппроксимации рассмотрены в [34].

Для рассмотренного примера этот метод дает $SSE = 0.00477$ (6-е место в рейтинге), что лишь на 4% хуже, чем у наилучшей аппроксимации с большим числом параметров.

Разложение этой функции в ряд Маклорена

$$G(z) = 1 - (1 - |z|^\beta)^{1.5} = \frac{3}{2}|z|^\beta - \frac{3}{8}|z|^{2\beta} - \frac{1}{16}|z|^{3\beta} - \frac{3}{128}|z|^{4\beta} + \dots \quad (4)$$

показывает, что асимптотически при малых $|z|$, $G(z) \sim |z|^\beta$, и этот параметр определяет профиль функции. Поскольку речь идет об окрестностях минимума (при $|z| \approx 0$), то, при классическом исследовании функции ожидается, что будет существовать положительная вторая производная функции. В нашем случае, вторая производная равна

$$G''(z) = \frac{3}{2}\beta(\beta-1)|z|^{\beta-2}, \quad (5)$$

т.е. положительна и конечна только при $\beta = 2$. При $\beta > 2$, $G''(z) = 0$, т.е. минимум более плоский, чем ожидается для большинства аналитических функций с асимптотически параболическим минимумом. Параметр $\beta = 1$ соответствует "треугольному" профилю минимума, поскольку при $z \rightarrow 0$, асимптотически $G(z) = (3/2)|z|$. В этом случае первая производная терпит разрыв при $z = 0$. Физически минимальным пределом является значение $\beta = 1.5$, которое соответствует мгновенному переходу от входа в затмение к выходу из него ("мгновенное" полное затмение меньшей по размеру звезды).

Значения параметра $\beta \gg 2$ описывают "плоские" минимумы, или "полные затмения". Однако для значительного количества исследованных нами звезд, статистически оптимальное значение $\beta < 2$, которое приводит к разрыву второй производной и визуально "острому" профилю. Однако и для этих звезд, $\beta \geq 1.5$, так что аппроксимации являются физически реальными, хотя и отличаются от обычно исследуемых аналитических функций с $\beta = 2$.

Микулашек и др. [16] модифицировали классическую гауссиану таким образом, чтобы также получить степенную асимптотику вблизи минимума. В наших обозначениях,

$$G(u) = (1 - \exp(-|C_4|u^2))^r = (1 - \exp(-\theta))^r, \quad (6)$$

SSE = 0.00599 (13 место), т.е. введение дополнительного параметра $C_3 = r$ приводит к улучшению качества аппроксимации, однако, обычно уступает нашему методу NAV.

Разложение в ряд Маклорена для этой функции дает

$$G(u) = \theta^r \left(1 - \frac{r\theta}{2} + \frac{(3r^2+r)\theta^2}{24} - \frac{(r^3+r^2)\theta^3}{48} + \dots \right), \quad (7)$$

т.е. асимптотически $G(u) \sim \theta^r = |C_4|^r u^{2r}$. Данная функция подобна функции, полученной для метода NAV при $\beta = 2r$. Основное отличие имеет место вблизи границ затмения.

Чтобы улучшить аппроксимацию, не привлекая дополнительных параметров, Микулашек [17] заменил параболу в показателе экспоненты на гиперболический косинус

$$G(\varepsilon) = (1 - \exp(1 - \cosh(\varepsilon)))^r. \quad (8)$$

При $r=1$, эта аппроксимация занимает 10-е место в табл.1, в соответствии с рейтингом по величине SSE.

После добавления к имеющимся 5-ти параметрам еще 3, в [17] была предложена модификация

$$G(\varepsilon) = 1 - (1 - (1 - \exp(1 - \cosh(\varepsilon)))^{C_5}) \left(1 + C_6 \varepsilon^2 + C_7 \varepsilon^4 \right), \quad (9)$$

которая заняла 8-е место в табл.1. Таким образом, аппроксимация NAV для рассматриваемого ряда предпочтительнее, чем рассмотренные [17].

В [13,14] мы рассматривали модификации функций, как предложенных нами в [10,11], так и в [17]. В данной работе список модификаций был расширен, и лучшие приведены в табл.1.

Среди них функция Микулашека

$$(1 - \exp(|C_6|(1 - \cosh(\varepsilon))))^{C_5}, \quad (10)$$

в которую мы добавили дополнительный параметр $|C_6|$ (у Микулашека он отсутствует, т.е. может считаться равным единице). Отметим, что эта функция (при фиксированном значении $C_5 = 1$) является "штатной" для определения моментов минимумов затменных звезд на интернет-странице var2.astro.cz.

Более удачной оказалась модификация с перенесением степени под знак экспоненты

$$1 - \exp(-|C_6|(\cosh(\varepsilon) - 1)^{C_5}). \quad (11)$$

Рейтинг аппроксимации 7 ($SSE = 0.480$).

Очевидно, что выбор гиперболического косинуса вместо обычной параболы связан с более резким уменьшением показателя экспоненты при удалении от нуля в знакостоянном ряде:

$$1 - \cosh(\varepsilon) = -\frac{\varepsilon^2}{2} - \frac{\varepsilon^4}{24} - \frac{\varepsilon^6}{720} - \frac{\varepsilon^8}{40320} - \dots \quad (12)$$

Также мы попробовали ограниченную по фазе аппроксимацию с учетом разложения по четным степеням аргумента

$$G(z) = \frac{(1 - \exp(-|C_5|z^2 - |C_6|z^4 - |C_7|z^6))^{\varepsilon_5}}{(1 - \exp(-|C_5| - |C_6| - |C_7|))^{\varepsilon_5}}, \quad (13)$$

однако, это оказалось менее удачным (рейтинг 11, $SSE = 0.00544$). Знаки абсолютной величины показывают то, что параметры положительные.

Таким образом, неограниченные функции с использованием экспоненты и гиперболического косинуса, имеют рейтинги 7 и ниже, т.е. все эти аппроксимации хуже по критерию минимальности SSE , чем исходный алгоритм NAV (соответствующий рейтингу 6).

Однако мы попытались усовершенствовать метод NAV, и модифицировать ограниченные по фазе профили затмения ($|z| \leq 1$). Пять функций (1-5 в табл.1) показали одинаковые результаты по SSE в пределах не значимой статистически разности в 1.5%. В порядке улучшения рейтинга, это кусочно-непрерывная функция с участком полного затмения

$$G(u) = \begin{cases} 0, & \text{если } |u| \leq C_6 \\ 1 - \left(1 - \frac{(|u| - |C_6|)}{(C_4 - |C_6|)}\right)^{\varepsilon_5}, & \text{если } C_6 < |u| < C_4 \end{cases} \quad (14)$$

с дополнительным показателем степени C_6 (ранее принимающимся равным 1.5)

$$G(u) = 1 - \left(1 - |z|^{C_5}\right)^{\varepsilon_5}. \quad (15)$$

Выше по рейтингу ряд по четным степеням z (который может быть получен разложением в ряд экспоненты с модифицированным нами показателем), возведенный в степень

$$G(z) = \left(1 - C_6 - C_7 - C_8|z^2 + C_6z^4 + C_7z^6 + C_8z^8\right)^{\varepsilon_5}. \quad (16)$$

Отличный результат, соответствующий рейтингу 2, дает и функция Микулашека, которую мы предлагаем сделать ограниченной по фазе

$$G(z) = \frac{(1 - \exp(1 - \cosh(z)))^{\varepsilon_5}}{(1 - \exp(1 - \cosh(1)))^{\varepsilon_5}}. \quad (17)$$

Однако наилучший результат по рейтингу для исследуемого ряда показывает

метод NAV с модифицированным аргументом с дополнительным параметром C_6 в интервале $(-1,1)$:

$$G(z) = 1 - \left(1 - \left(|z| + C_6 |z|(1 - |z|)\right)^{C_6}\right)^{1.5}. \quad (18)$$

4. *Теоретические семейства функций.* На рис.2 показаны семейства аппроксимаций для основных методов, модификации к которым исследовались в данной работе. Вверху показаны ограниченные по фазе функции (3), предложенные Андроновым в [10,11], а внизу - неограниченные функции Микулашека (10). Для сравнения по профилю вблизи центра затмения, принимались значения $\beta = 2r$ для одного и того же набора данных. Основное отличие этих семейств - в ограниченности и неограниченности теоретических профилей, а вблизи центра затмения, профили становятся одинаково степенными. Однако предпочтительнее в этом случае использовать только участки с восходящей и нисходящей ветвями [35].

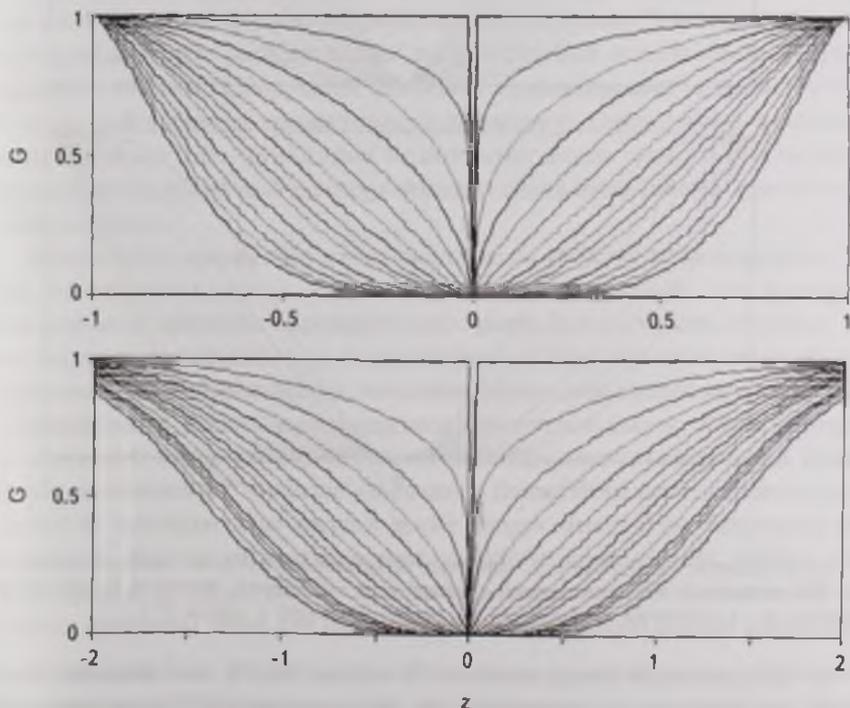


Рис.2. Вверху: влияние на функцию G параметра ($\beta = C_6$, в формуле (3)) для значений $\beta = 2r$ и $r = 0.001, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2$ (ширина увеличивается); внизу: влияние параметра r ($= C_6$, в формуле (10)) на форму кривых блеска для того же набора значений, что и вверху.

На рис.3 показаны семейства аппроксимаций для наилучшей модификации (18). Введение дополнительного параметра уменьшило значение SSE на 2.5% по сравнению с исходной формулой (3). Таким образом, функция представляется наиболее перспективной для улучшения аппроксимации профиля затмения. Естественным физическим ограничением является интервал $(-1,1)$, в противном случае функция перестает быть монотонно изменяющейся от центра затмения к краям.

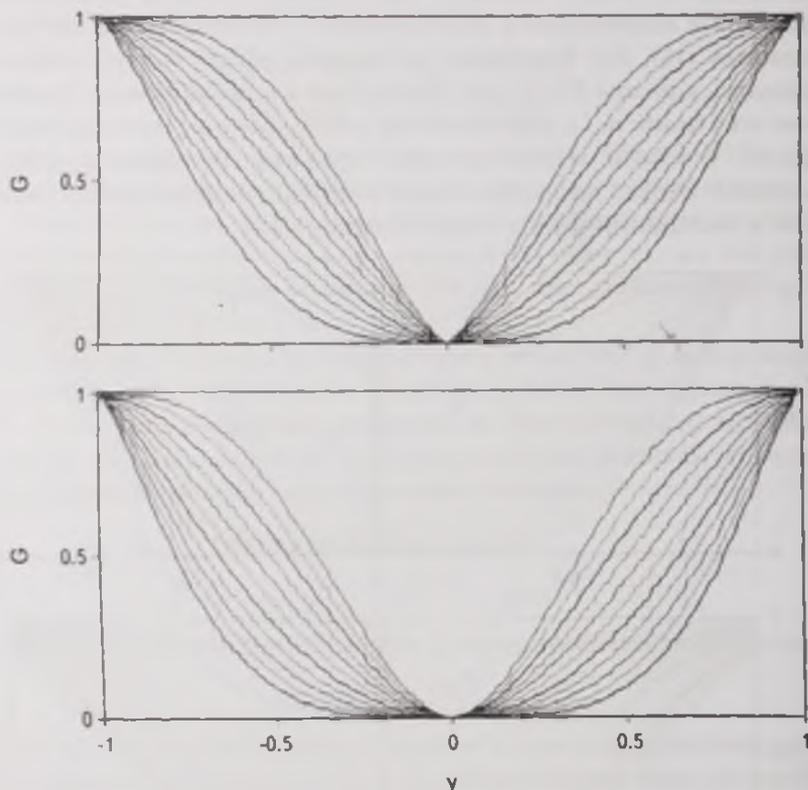


Рис.3. Влияние на функцию G параметра C_0 (уравнение (18)) на профиль минимума при фиксированных значениях $\alpha = 1.5$ (вверху) и $\alpha = 2$ (внизу). Значение C_0 для линий меняется от -1 (широкий профиль) до $+1$ (узкий профиль) с шагом 0.2 .

5. *Обсуждение результатов.* В статье [10,11] мы рассматривали различные функции для аппроксимации. Впоследствии в [17] было приведено несколько новых функций, однако, они по-прежнему были формально бесконечно широки. То есть феноменологическая аппроксимация с большим числом параметров описывает кривую с меньшим среднеквадратичным

отклонением. Однако общей проблемой при увеличении числа параметров является неортогональность базисных функций и соответствующее резкое ухудшение точности определения даже предыдущих параметров. Нами было проведено сравнение некоторых модификаций метода NAV и методов, основанных на гауссиане [13,14]. В данной работе список аппроксимирующих функций существенно расширен, однако, он составляет примерно треть от проверявшихся нами модификаций. Для уменьшения влияния на аппроксимацию внезатменной части кривой блеска, нами были выделены из полной кривой блеска звезды V0882 Car = 2MASS J11080308-6145589 [32] только наблюдения в интервале вблизи минимума от -0.08 до 0.08, общим числом 120. Для аппроксимации нелинейным методом наименьших квадратов использовалась программа WinCurveFit v1.1.2 (Kevin Raner Software), которая позволяет определять до 8 параметров. Нами были рассмотрены аппроксимации с числом параметров от 5 до 8.

Результаты приведены в табл.1, соответствующие сглаживающие кривые - на рис.1 в порядке ухудшения качества аппроксимаций. В качестве основной тест-функции для ранжирования аппроксимаций использовалась сумма квадратов невязок. Наилучшей оказалась аппроксимация методом NAV, в которую был добавлен корректирующий параметр. Однако очень небольшое различие между тест-функциями не позволяет делать вывод о неоспоримом преимуществе какой-либо аппроксимации перед несколькими практически равнозначными.

Метод Микулашека дает почти такую же по качеству аппроксимацию, но, как упоминалось выше, формально ширина затмения, где функция, описывающая профиль, пересекает ноль, равна бесконечности. Отметим, что для быстрого поиска периодов и автоматической классификации звезд, обычно использовались аппроксимации, имеющие значительно худшее согласие теории с наблюдениями, однако, вычисляющиеся сравнительно быстро. К ним относится классический метод предварительного исследования алголей, когда кривая блеска разделялась на "затмение" (выпадение блеска ниже какого-то предельного уровня) и "внезатменную часть, а также аппроксимации треугольником или параболой. Мы также анализировали данные аппроксимации, однако, они характеризуются существенно худшими значениями тест-функции SSE, и поэтому пригодны лишь для предварительной (неточной) оценки параметров.

6. Заключение. Рассмотренные функции и их модификации показывают естественное улучшение качества аппроксимации с увеличением числа параметров по критерию суммы квадратов невязок SSE, однако, эффект добавления параметра существенно различается для разных исходных функций. Среди 14 наилучших функций, самая лучшая аппроксимация без ограничения

по фазе, имеет лишь седьмой рейтинг. Наилучшая шестерка аппроксимаций соответствует ограниченной ширине минимума (что ожидается по физическому смыслу), причем как для модификаций функции (3) [10,11], так и функции (10) [17]. Оба семейства модификаций асимптотически имеют степенную зависимость вблизи центра затмения, различаясь на краях. Наилучшей для тестового ряда наблюдений является аппроксимация (18) с "искажением фазы", однако, статистическая значимость параметра должна определяться для каждого ряда наблюдений отдельно.

¹ Кафедра "Математика, физика и астрономия", Одесский Национальный Морской университет, Одесса, Украина,
e-mail: tt_ari@ukr.net masha.vodn@yandex.ua

² Астрономическая обсерватория, Одесский национальный университет им. И.И.Мечникова, Одесса, Украина, e-mail: lidia_chinarova@mail.ua

COMPARATIVE ANALYSIS OF PHENOMENOLOGICAL APPROXIMATIONS OF LIGHT CURVES OF ECLIPSING BINARY STARS WITH ADDITIONAL PARAMETERS

I.L.ANDRONOV¹, M.G.TKACHENKO¹, L.L.CHINAROVA²

A comparative analysis of the special profiles of the eclipses applied for the phenomenological modeling of the light curves of eclipsing binary stars is conducted. Families of functions are considered, generalizing local approximations and the functions theoretically unlimited in a width, based on a Gaussian. For an analysis, the light curve of the star V0882 Car = 2MASSJ11080308 - 6145589 of the classic Algol-subtype (β Persei) is used. Analyzing dozens of modified functions with additional parameters, it was chosen the 14 best according to the criterion of the least sum of squares of deviations. The best are the functions with an additional parameter, describing profiles, which are limited in phase.

Key words: *eclipsing binary stars; light curves*

ЛИТЕРАТУРА

1. N.N.Samus, O.V.Durlevich, E.V.Kazarovets et al., 1, 2025, 2009, (<http://www.sai.msu.su/gcvs/gcvs/>).

2. *V.P.Tsesseovich*, Moscow, Nauka., p.350, 1971.
3. *I.L.Andronov*, ASP Conf. Ser, **335**, 37, 2005.
4. *V.V.Breus*, Odessa Astron. Publ., **16**, 24, 2003.
5. *K.D.Andrych*, *I.L.Andronov*, *L.L.Chinarova*, *V.I.Marsakova*, Odessa Astron. Publ., **28**, 158, 2015.
6. *В.Ю.Теребуж*, Анализ временных рядов в астрофизике, М., Физматлит, с.394, 1992.
7. *I.L.Andronov*, Astron. Soc. Pacif. Conf. Ser., **292**, 391, 2003.
8. *I.L.Andronov*, *V.I.Marsakova*, Astrophysics, **49**, 370, 2006.
9. *S.M.Rucinski*, Publ. Astron. Soc. Pacif., **105**, 1433, 1993.
10. *I.L.Andronov*, Int.Conf. KOLOS-2010 Abstr. Booklet, Snina, Slovakia, 1, 2010.
11. *I.L.Andronov*, Astrophys., **55**, 536, 2012.
12. *I.L.Andronov*, *Yonggi Kim*, *Young-Hee Kim et al.*, Journal of Astronomy and Space Science, **32**, 127, 2015.
13. *I.L.Andronov*, *L.L.Chinarova*, *M.G.Tkachenko*, Physics J., **2**, 140, 2016.
14. *I.L.Andronov*, *M.G.Tkachenko*, *L.L.Chinarova*, Open European Journal on Variable Stars, **176**, 35, 2016.
15. *M.G.Tkachenko*, *I.L.Andronov*, *L.L.Chinarova*, Odessa Astron. Publ., **28**, 181, 2015.
16. *Z.Mikulášek*, *M.Zejda*, *J.Janik*, Proc. IAU Symp., **282**, 391, 2011.
17. *Z.Mikulášek*, Astron. Astrophys., **584**, 1, 2015.
18. *R.E.Wilson*, *E.J.Devinney*, Astrophys. J., **166**, 605, 1971.
19. *D.H.Bradstreet*, SASS, **24**, 23, 2005.
20. *A.M.Cherepashchuk*, Astronomicheskii Zhurnal, **70**, 1157, 1993.
21. *J.Kallrath*, *E.F.Milone*, Eclipsing Binary Stars: Modeling and Analysis. Springer-Verlag New York, p.444, 2009.
22. *J.M.Kreiner*, *S.Rucinski*, *S.Zola et al.*, Astron. Astrophys., **412**, 465, 2003.
23. *A.Prša*, *E.F.Guinan*, *E.J.Devinney et al.*, IAUS, **282**, 271, 2012.
24. *A.M.Shul'berg*, Close binary systems with spherical components. Moscow, Nauka, p.246, 1971.
25. *O.Yu.Maikov*, *E.Oblak*, *E.A.Avvakumova*, *J.Torra*, Astron. Astrophys., **465**, 549, 2007.
26. *J.Devor*, Astrophys. J., **628**, 411, 2005.
27. *I.L.Andronov*, *M.G.Tkachenko*, Odessa Astron. Publ., **26**, 204, 2013.
28. *I.L.Andronov*, *K.A.Antoniuk*, *P.Augusto et al.*, Astron. Astrophys. Transactions, **22** (issue 4-5), 793, 2003.
29. *I.L.Andronov*, *K.A.Antoniuk*, *A.V.Baklanov et al.*, Odessa Astron. Publ., **23**, 8, 2010.
30. *I.B.Vavilova*, *L.K.Pakuliak*, *Y.I.Protsyuk et al.*, KosNT, **17**, 74, 2011.
31. *I.B.Vavilova*, *L.K.Pakuliak*, *A.A.Shlyapnikov et al.*, KPCB, **28**, 85, 2012.
32. *P.Nicholson*, Open European Journal on Variable Stars, **102**, 1, 2009.
33. *P.Esposito et al.*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., **450**, 1705, 2015.
34. *M.G.Tkachenko*, Advances in Astronomy and Space Physics, **6**, 2016. (eprint arXiv:1611.04053).
35. *I.L.Andronov*, *K.D.Andrych*, Odessa Astron. Publ., **27**, 38, 2014.

