АСТРОФИЗИКА

ТОМ 59 ФЕВРАЛЬ, 2016 ВЫПУСК 1

ЗАКОНЫ СЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ИЗЛУЧЕНИЯ, ВЫХОДЯЩЕГО ИЗ РАССЕИВАЮЩИХ АТМОСФЕР, СОДЕРЖАЩИХ ИСТОЧНИКИ ЭНЕРГИИ

А.Г.НИКОГОСЯН[1], Н.Г.КАПАНАДЗЕ[2]

Поступила 15 ноября 2015

В данной работе развивается теоретико-групповой подход для решения астрофизических задач теории переноса излучения, описанный в предыдущей серии работ. Дается вывод законов сложения для наблюдаемых интенсивностей излучения в случае, когда атмосферы не только поглощают и рассеивают падающее на них излучение, но и сами излучают, благодаря содержащимся в них источникам энергии. Для иллюстрации применения полученных законов рассматриваются некоторые частные задачи переноса, представляющие, на наш взгляд, практический интерес.

Ключевые слова: *перенос излучения: группы: частичное перераспределение: неоднородные атмосферы*

1. *Введение.* Теоретико-групповой подход для решения задач переноса излучения впервые применялся одним из авторов в работах [1-3]. Были введены понятия групп композиции поглощающих и рассеивающих, в общем случае, неоднородных сред, а также групп трансляций оптических глубин. Представления, построенные для указанных групп, обладают большой общностью и могут применяться при рассмотрении достаточно широкого круга астрофизических задач, связанных с переносом излучения. Напомним, что представления групп композиций позволяют по известным оптическим свойствам складываемых сред, определяющим их отражательную и пропускательную способности, находить аналогичные свойства для получаемой составной атмосферы. Эти представления являются дальнейшим обобщением законов сложения слоев Амбарцумяна [4] (см. также [5]) и значительно расширяют круг их применения.

Коэффициенты отражения и пропускания в общем случае могут зависеть от направления, частоты и других характеристик падающего излучения, поэтому удобно представить их в виде матриц. Если среда неоднородная, то ее оптические свойства зависят от того, какая из ее границ освещается снаружи, иными словами, она обладает свойством полярности (см., например, [6,7]). Как и в работах [2,3], для коэффициентов отражения и пропускания будем пользоваться обозначениями $\mathbf{R}$ и $\mathbf{Q}$, соответственно, если среда освещается справа на приводимом ниже рисунке, и $\bar{\mathbf{R}}$, $\mathbf{Q}^*$, если освещается слева. Звездочкой обозначена транспонированная матрица. Отсылая за подробностями к работе [2], отметим, что базовыми величинами в представлениях групп композиций являются матрицы $\mathbf{P} = \mathbf{Q}^{-1}$, $\mathbf{S} = \mathbf{RP}$, $\bar{\mathbf{S}} = \mathbf{P}\bar{\mathbf{R}}$ и $\mathbf{M} = \mathbf{Q}^{*} - \mathbf{S}\bar{\mathbf{R}}$. Представление группы композиции, так называемый "составитель" (composer), обозначаемый нами через $\tilde{\mathbf{A}}$, в общем случае неоднородных сред имеет вид

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P} & -\bar{\mathbf{S}} & 0 & 0 \\ \mathbf{S} & \mathbf{M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{M} & -\mathbf{S} \\ 0 & 0 & \bar{\mathbf{S}} & \mathbf{P} \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где тильдой отмечаются суперматрицы, если же среды однородные, то композиция сред достигается действием оператора

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P} & -\mathbf{S} \\ \mathbf{S} & \mathbf{M} \end{pmatrix}. \tag{2}$$

С помощью оператора (1) можно определить глобальные оптические свойства семейства многокомпонентных атмосфер независимо от того, какие именно характеристики, определяющие физические свойства компонентов и процесс диффузии излучения в них являются переменными. Таким образом, как было показано в отмеченной работе, задача о диффузном отражении и пропускании в ее общей постановке сводится к матричному произведению соответствующих матриц с последующим обращением матрицы **P** для составной атмосферы. При этом предполагается, что компоненты и, следовательно, среда в целом не содержат первичных источников энергии (source-free problem). Между тем в реальности любая физическая атмосфера помимо того, что рассеивает и поглощает падающее на нее излучение, сама излучает ввиду вырабатываемой в ней энергии. Типичными примерами в солнечной атмосфере могут явиться спикулы, протуберанцы, надтепловые струи, корональные плюмы и т.д. В связи с этим возникает вопрос, насколько эффективным может оказаться применяемый нами теоретико-групповой подход при решении данной более общей задачи.

В настоящей работе будет описан способ решения такого рода задач в предположении, что отражательная и пропускательная способности отдельных компонентов известны. В следующем разделе вводятся основные величины и дается постановка задачи. Приводится вывод законов сложения для интенсивностей излучения, выходящего из атмосфер с внутренними источниками энергии. В последующих трех разделах полученные законы для иллюстрации применяются для решения задач, имеющих определенный практический интерес. Обсуждение результатов работы дается в заключительном разделе.

2. *Закон сложения для интенсивностей.* Пусть имеются две поглощающие и рассеивающие среды, которые сами излучают благодаря содержащимся внутри источникам энергии. Среды могут быть неоднородными, например, ввиду того, что указанные источники распределены в среде неравномерно, или один или несколько параметров, характеризующие процесс поглощения или рассеяния (профиль коэффициента поглощения в линии, вклад поглощения в непрерывном спектре, закон перераспределения по частотам и направлениям и т.д.), меняются с глубиной. Для интенсивностей излучения, выходящего через границы таких сред, введем обозначения $\mathbf{I}_i^{(k)}$ (i, $k=1$, 2) так, что нижний индекс указывает на номер среды (см. рис.1), в то время как верхний - на то, с какой границы среды выходит излучение, причем левой границе соответствует индекс 1, а правой - 2.

Внизу на рис.1 изображена композитная среда, полученная в результате объединения двух сред. Интенсивности излучения, выходящего из такой составной атмосферы, будут снабжаться нижним индексом $1 \cup 2$.

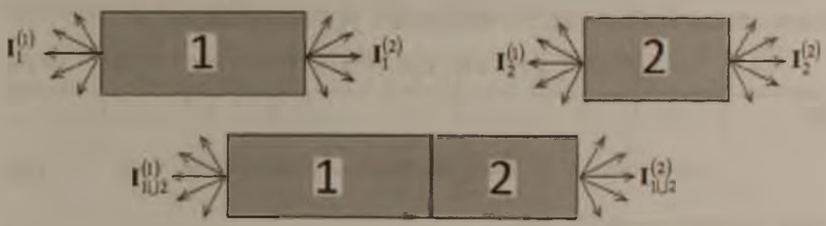

Рис.1. К закону сложения интенсивностей излучения, выходящего из двух поглощающих, рассеивающих и излучающих сред.

Наше исследование начнем с величины $\mathbf{I}_{1\cup 2}^{(1)}$. С учетом многократного отражения излучения, имеющего место на стыке двух сред можно написать

$$\mathbf{I}_{1\cup 2}^{(1)} = \mathbf{I}_1^{(1)} + \mathbf{Q}_1\overline{\mathbf{R}}_2\mathbf{I}_1^{(2)} + \mathbf{Q}_1\overline{\mathbf{R}}_2\mathbf{R}_1\overline{\mathbf{R}}_2\mathbf{I}_1^{(2)} + \mathbf{Q}_1\left(\overline{\mathbf{R}}_2\mathbf{R}_1\right)^2\overline{\mathbf{R}}_2\mathbf{I}_1^{(2)} + \\ + \mathbf{Q}_1\mathbf{I}_2^{(1)} + \mathbf{Q}_1\overline{\mathbf{R}}_2\mathbf{R}_1\mathbf{I}_2^{(1)} + \mathbf{Q}_1\left(\overline{\mathbf{R}}_2\mathbf{R}_1\right)^2\mathbf{I}_2^{(1)}, \tag{3}$$

или

$$\mathbf{I}_{1\cup 2}^{(1)} = \mathbf{I}_1^{(1)} + \mathbf{Q}_1\mathbf{T}\left[\overline{\mathbf{R}}_2\mathbf{I}_1^{(2)} + \mathbf{I}_2^{(1)}\right], \tag{4}$$

где введено обозначение

$$\mathbf{T} = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\overline{\mathbf{R}}_2\mathbf{R}_1\right)^k. \tag{5}$$

С другой стороны, как было показано в [2],

$$\mathbf{P}_{1\cup 2} = \mathbf{P}_2\mathbf{T}^{-1}\mathbf{P}_1. \tag{6}$$

причем

$$\mathbf{T}^{-1} = \mathbf{E} - \overline{\mathbf{R}}_2\mathbf{R}_1\,, \tag{7}$$

где $\mathbf{E}$ - единичная матрица.

Если теперь умножить обе части соотношения (4) слева на $\mathbf{P}_{1\cup 2}$ и ввести в рассмотрение вспомогательные величины $\mathbf{F}_i^{(1)} = \mathbf{P}_i\mathbf{I}_i^{(1)}$, $\mathbf{F}_i^{(2)} = \mathbf{P}_i^*\mathbf{I}_i^{(2)}$ $(i = 1,\ 2)$, $\mathbf{F}_{1\cup 2}^{(2)} = \mathbf{P}_{1\cup 2}^*\mathbf{I}_{1\cup 2}^{(2)}$, то несложно получить первый из искомых законов сложения

$$\mathbf{F}_{1\cup 2}^{(1)} = \mathbf{F}_2^{(1)} + \mathbf{a}_1\mathbf{F}_1^{(1)} + \mathbf{b}_1\mathbf{F}_1^{(2)}\,, \tag{8}$$

где введены следующие обозначения $\mathbf{a}_1 = \mathbf{P}_2\mathbf{T}^{-1} = \mathbf{P}_{1\cup 2}\mathbf{Q}_1$, $\mathbf{b}_1 = \overline{\mathbf{S}}_2\mathbf{Q}_1^*$. Соотношение (8) показывает, что если известны коэффициенты отражения и пропускания обоих компонентов и предварительно определены указанные коэффициенты для составной среды с помощью представления группы композиции (1) (см. [2]), то вспомогательная величина $\mathbf{F}_{1\cup 2}^{(1)}$ представляет собой линейную комбинацию аналогичных величин для компонентов.

Для интенсивности излучения, выходящего через правую границу композитной атмосферы, по аналогии с (4), будем иметь

$$\mathbf{I}_{1\cup 2}^{(2)} = \mathbf{I}_2^{(2)} + \mathbf{Q}_2^*\overline{\mathbf{T}}\left[\mathbf{R}_1\mathbf{I}_2^{(1)} + \mathbf{I}_1^{(2)}\right], \tag{9}$$

где

$$\overline{\mathbf{T}} = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\mathbf{R}_1\overline{\mathbf{R}}_2\right)^k \tag{10}$$

Легко показывается [2], что

$$\overline{\mathbf{T}}^{-1} = \mathbf{E} - \mathbf{R}_1\overline{\mathbf{R}}_2\,. \tag{11}$$

С другой стороны, из (6) следует

$$\mathbf{P}_{1\cup 2}^* = \mathbf{P}_1^*\left(\mathbf{T}^{-1}\right)^*\mathbf{P}_2^* = \mathbf{P}_1^*\overline{\mathbf{T}}^{-1}\mathbf{P}_2^* \tag{12}$$

После умножения обеих сторон (9) слева на $\mathbf{P}_{1\cup 2}^*$, с учетом (12), получаем второе из искомых законов сложения

$$\mathbf{F}_{1\cup 2}^{(2)} = \mathbf{F}_1^{(2)} + \mathbf{a}_2\mathbf{F}_2^{(2)} + \mathbf{b}_2\mathbf{F}_2^{(1)}\,, \tag{13}$$

где $\mathbf{a}_2 = \mathbf{P}_1^*\overline{\mathbf{T}}^{-1} = \mathbf{P}_{1\cup 2}^*\mathbf{Q}_2^*$, $\mathbf{b}_2 = \mathbf{S}_1^*\mathbf{Q}_2$.

Взятые вместе, соотношения (8) и (13) могут быть записаны в компактном виде

$$\begin{pmatrix}\mathbf{F}_{1\cup 2}^{(1)}\\ \mathbf{F}_{1\cup 2}^{(2)}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\mathbf{a}_1\mathbf{F}_1^{(1)}\\ \mathbf{a}_2\mathbf{F}_2^{(2)}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\mathbf{E} & \mathbf{b}_1\\ \mathbf{b}_2 & \mathbf{E}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{F}_2^{(1)}\\ \mathbf{F}_1^{(2)}\end{pmatrix}. \tag{14}$$

Рассмотрим некоторые следствия, вытекающие из полученных формул.

3. *LTE атмосферы*. В этом частном случае коэффициенты рассеяния в обеих средах тождественно равны нулю, т.е. $\mathbf{b}_1 = \mathbf{b}_2 = \mathbf{0}$, где $\mathbf{0}$ - нулевая

матрица. Тогда суперматрица, входящая во второе слагаемое в правой части (14), превращается в единичную суперматрицу (как и в упомянутых выше работах [2,3], обозначения суперматриц снабжаются сверху тильдой)

$$\tilde{\mathbf{E}} = \begin{pmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{pmatrix}, \tag{15}$$

в результате чего получаем следующие соотношения

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F}^{(1)}_{1\cup 2} \\ \mathbf{F}^{(2)}_{1\cup 2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \mathbf{F}^{(1)}_1 + \mathbf{F}^{(1)}_2 \\ \mathbf{a}_2 \mathbf{F}^{(2)}_2 + \mathbf{F}^{(2)}_1 \end{pmatrix}, \tag{16}$$

или

$$\mathbf{I}^{(1)}_{1\cup 2} = \mathbf{I}^{(1)}_1 + \mathbf{Q}_1 \mathbf{I}^{(1)}_2, \quad \mathbf{I}^{(2)}_{1\cup 2} = \mathbf{I}^{(2)}_2 + \mathbf{Q}^*_2 \mathbf{I}^{(2)}_1, \tag{17}$$

физический смысл которых очевиден.

4. *Многокомпонентные атмосферы*. Рассмотрим атмосферу, состоящую из N компонентов, каждый из которых может быть неоднородным и отличающимся от всех остальных (см. рис.2).

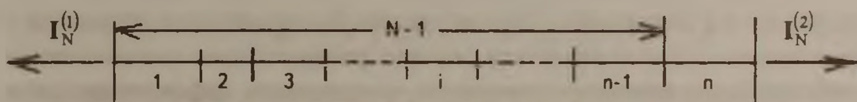

Рис.2. Излучающая атмосфера, состоящая из N компонентов.

Для такой атмосферы соотношение (14) запишется в виде

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F}^{(1)}_N \\ \mathbf{F}^{(2)}_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \mathbf{F}^{(1)}_{N-1} \\ \mathbf{a}_2 \mathbf{F}^{(2)}_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 & \mathbf{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{F}^{(1)}_n \\ \mathbf{F}^{(2)}_{N-1} \end{pmatrix}, \tag{18}$$

где N - количество компонентов, $\mathbf{a}_1 = \mathbf{P}_N \mathbf{Q}_{N-1}$, $\mathbf{a}_2 = \mathbf{P}^*_N \mathbf{Q}^*_n$, $\mathbf{b}_1 = \tilde{\mathbf{S}}_n \mathbf{Q}^*_{N-1}$ и $\mathbf{b}_2 = \mathbf{S}^*_{N-1} \mathbf{Q}_n$.

Если компоненты среды могут лишь поглощать излучение, то из соотношений (17) имеем

$$\mathbf{I}^{(1)}_N = \mathbf{I}^{(1)}_{N-1} + \mathbf{Q}_{N-1} \mathbf{I}^{(1)}_n, \quad \mathbf{I}^{(2)}_N = \mathbf{I}^{(2)}_n + \mathbf{Q}_n \mathbf{I}^{(2)}_{N-1}. \tag{19}$$

Полученные рекуррентные соотношения легко суммируются, позволяя получить явные выражения. Например, второе из них дает

$$\mathbf{I}^{(2)}_N = \sum_{k=1}^{n-1} \mathbf{I}^{(2)}_k \prod_{i=k+1}^{n} \mathbf{Q}_i + \mathbf{I}^{(2)}_n. \tag{20}$$

5. *Однородные атмосферы*. Рассмотрим коротко тот частный случай закона сложения, когда компоненты составной атмосферы однородные, однако могут отличаться друг от друга значениями тех или иных параметров,

описывающих процесс диффузии излучения в них. Тогда можно написать $\mathbf{F}_i^{(1)} = \mathbf{F}_i^{(2)} = \mathbf{F}_i$ $(i = 1,\ 2)$ и, например, из (13) получаем

$$\mathbf{F}_{1\cup 2}^{(2)} = \mathbf{F}_1 + (\mathbf{a}_2 + \mathbf{b}_2)\mathbf{F}_2, \tag{21}$$

где теперь $\mathbf{a}_2 = \mathbf{P}_{1\cup 2}^{*}\mathbf{Q}_2 = \mathbf{P}_1(\mathbf{E} - \mathbf{R}_1\mathbf{R}_2)$, $\mathbf{b}_2 = \mathbf{S}_1\mathbf{Q}_2$. Наконец, если оба компонента являются однородными и одинаковыми, то, как нетрудно видеть,

$$\mathbf{F}_{N=2} = \left[\mathbf{E} + \mathbf{P}_1\left(\mathbf{E} + \mathbf{R}_1\mathbf{Q}_1 - \mathbf{R}_1^2\right)\right]\mathbf{F}_{N=1}. \tag{22}$$

В случае N различающихся однородных компонентов на основании (8) можно написать

$$\mathbf{F}_N^{(1)} = \mathbf{F}_1^{(1)} + \mathbf{P}_N\mathbf{Q}_{N-1}\mathbf{F}_{N-1}^{(1)} + \mathbf{P}_1\mathbf{R}_1\mathbf{F}_{N-1}^{(2)}, \tag{23}$$

или, переходя к интенсивностям,

$$\mathbf{I}_N^{(1)} = \mathbf{I}_{N-1}^{(1)} + \mathbf{Q}_N\mathbf{P}_1\left(\mathbf{I}_1^{(1)} + \mathbf{R}_1\mathbf{I}_{N-1}^{(2)}\right). \tag{24}$$

Физический смысл полученного соотношения становится более прозрачным, если записать его в одномерном приближении

$$I_N^{(1)} = I_{N-1}^{(1)} + q_{N-1}\left(I_1^{(1)} + r_1 I_{N-1}^{(2)}\right), \tag{25}$$

где через r и q обозначены, соответственно, коэффициенты отражения и прохождения. Для пользования данным рекуррентным соотношением необходимо предварительно определить r из известного дифференциального уравнения инвариантного погружения [6,7], после чего коэффициент прохождения находится в явном виде по формуле (см. [7]).

$$q_N(\tau) = \exp\left(-\int_0^{N_\tau}\left[1 - \frac{\lambda}{2}\left(1 + r(t)\right)\right]dt\right). \tag{26}$$

где λ - коэффициент переизлучения кванта при элементарном акте рассеяния.

6. *Интенсивность излучения, выходящего из неоднородной атмосферы с внутренними источниками энергии*. В качестве одного из приложений и проверки полученного нами закона сложения рассмотрим атмосферу, в которой диффузия излучения происходит с частичным перераспределением излучения по частотам. Такая задача нами обсуждалась в работах [2,3], поэтому будем придерживаться принятых там обозначений, именно

$$\mathbf{n}(\tau_0) = \frac{\lambda(\tau_0)}{2}\mathbf{\Gamma}, \quad \mathbf{m} = \alpha - \mathbf{n}(\tau_0), \tag{27}$$

где τ_0 - оптическая толщина атмосферы, α и Γ - являются дискретными аналогами профиля коэффициента поглощения и закона перераспределения по частотам.

Обратимся к закону сложения (13) и устремим оптическую толщину второго слоя к нулю. Тогда с точностью до величин первой степени малости по отношению к $\Delta\tau_0$ имеем

$$\mathbf{a}_2 \sim \mathbf{P}^*(\tau_0)(\mathbf{E} - \mathbf{Rn}\Delta\tau_0), \quad \mathbf{b}_2 \sim \mathbf{S}^*(\tau_0)(\mathbf{E} - \mathbf{m}\Delta\tau_0). \tag{28}$$

Вводя вектор ε, обозначающий мощность источников энергии, легко получить

$$\frac{d\,\mathbf{F}^{(2)}}{d\,\tau_0} = \left[\mathbf{P}^*(\tau_0) + \mathbf{S}^*(\tau_0)\right]\varepsilon(\tau_0), \tag{29}$$

или

$$\mathbf{I}^{(2)}(\tau_0) = \mathbf{Q}^*(\tau_0)\int_0^{\tau_0}\left[\mathbf{P}^*(t) + \mathbf{S}^*(t)\right]\varepsilon(t)\,dt. \tag{30}$$

Отсылая читателя к работе [3], за вероятностным смыслом введенных и использованных там величин

$$\mathbf{U}(\tau, \tau_0) = \mathbf{P}(\tau)\mathbf{Q}(\tau_0), \quad \mathbf{V}(\tau, \tau_0) = \mathbf{S}(\tau)\mathbf{Q}(\tau_0), \tag{31}$$

вместо (30) окончательно находим физически очевидный результат

$$\mathbf{I}^{(2)}(\tau_0) = \int_0^{\tau_0}\left[\mathbf{U}^*(\tau_0, t) + \mathbf{V}^*(\tau_0, t)\right]\varepsilon(t)\,dt, \tag{32}$$

поскольку $\mathbf{U}^*$ и $\mathbf{V}^*$ показывают вероятность выхода кванта через границы неоднородной атмосферы толщины τ_0 с глубины τ.

7. *Заключение*. В предыдущих работах данной серии был установлен закон сложения неоднородных сред, не содержащих источников энергии и освещающихся извне. Он позволил применить методы теории групп в задачах переноса излучения при весьма общих предположениях относительно физики диффузии излучения в атмосфере. В связи с этим естественно было рассмотреть аналогичную задачу для другого, относительно более важного для приложений случая, когда среда излучает сама благодаря внутренним источникам. Выше было показано, что в вопросе сложения наблюдаемых интенсивностей важным является введение в рассмотрение вспомогательных величин $\mathbf{F}_i^{(k)} = \mathbf{P}_i\mathbf{I}_i^{(k)}$ $(i,\ k = 1,\ 2)$. Полученные законы сложения представляют величину $\mathbf{F}_{1\cup 2}^{(i)}$ для композитной атмосферы в виде линейной комбинации аналогичных величин для ее компонентов (см. формулы (14)). При этом предполагается, что предварительно решена задача о диффузном отражении и пропускании для каждого компонента, поэтому величины $\mathbf{a}_i$ и $\mathbf{b}_i$ считаются известными. Описанный в работе подход особенно продуктивен при рассмотрении многокомпонентных атмосфер. В этом случае требуемые интенсивности наблюдаемого излучения находятся рекуррентным образом в результате простых вычислений, сводящихся к операции умножения матриц. При этом, разумеется, находится

решение для семейства композитных атмосфер с различным количеством компонентов.

[1] Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна, Армения, e-mail: nikoghoss@bao.sci.am

[2] Абастуманская астрофизическая обсерватория им. Е.К.Харадзе, Грузия, e-mail: natela.kapanadze@iliauni.edu.ge

ADDING LAWS FOR INTENSITIES OF RADIATION OUTGOING FROM SCATTERING ATMOSPHERES CONTAINING ENERGY SOURCES

A.G.NIKOGHOSSIAN[1], N.G.KAPANADZE[2]

The paper develops the group-theoretical approach in solving astrophysical problems of the radiation transfer theory described in the previous series of papers. We derive adding laws for observing intensities of radiation for the case of atmospheres which not only absorb and scatter the incident radiation but also radiate thanks to the energy sources they contain. To illustrate applications of the derived laws, we consider some specific transfer problems which are of practical interest in our opinion.

Key words: *radiative transfer: groups:partial redistribution: inhomogeneous atmospheres*

ЛИТЕРАТУРА

1. *А.Г.Никогосян*, Астрофизика, **54**, 149, 2011, (Astrophysics, **54**, 126, 2011).
2. *А.Г.Никогосян*, Астрофизика, **57**, 295, 2014, (Astrophysics, **57**, 272, 2011).
3. *А.Г.Никогосян*, Астрофизика, **57**, 407, 2014, (Astrophysics, **57**, 375, 2011).
4. *В.А.Амбарцумян*, Изв., АН АрмССР, N1-2, 1944.
5. *В.В.Соболев*, Перенос излучения в атмосферах звезд и планет, Гостехиздат, М., 1956.
6. *A.G.Nikoghossian*, Astron. Astrophys., **422**, 1059, 2004.
7. *А.Г.Никогосян*, Астрофизика, **47**, 124, 2004, (Astrophysics, **47**, 104, 2004).