АСТРОФИЗИКА

ТОМ 58 АВГУСТ, 2015 ВЫПУСК 3

ДВИЖЕНИЕ ПЛАНЕТЫ В АТМОСФЕРЕ КРАСНОГО ГИГАНТА

М.И.ВОЛОБУЕВА, П.А.ТАРАКАНОВ

Поступила 1 июня 2015
Принята к печати 24 июня 2015

При достижении звездой, в процессе эволюции, стадии красного гиганта наиболее близкие к ней планеты оказываются внутри атмосферы гиганта. Построены численные газодинамические модели гиперзвукового обтекания планеты веществом атмосферы красного гиганта. Проведено сравнение полученных результатов с аналитическими моделями движения планеты в атмосфере звезды.

Ключевые слова: звезды: красные гиганты: внесолнечные планеты

1. *Постановка задачи.* По достижении звездой стадии красного гиганта планеты, находившиеся на околозвездных орбитах, могут оказаться внутри атмосферы гиганта. Оценки показывают, что снижение планеты внутрь атмосферы красного гиганта вследствие торможения незначительно, и планета может долгое время двигаться внутри атмосферы, создавая сильную ударную волну. В частности, в работе [1] механизм воздействия близкого спутника на атмосферу красного гиганта рассматривается в качестве возможного объяснения фотометрической и спектральной переменности мирид. Однако в этой работе была сделана лишь грубая оценка интенсивности излучения возмущенной области, а детальные расчеты газодинамических моделей излучающего газа в подобных условиях не производились.

Задачей данной работы является построение сравнительно более точной количественной модели взаимодействия планеты с атмосферой красного гиганта. Рассматривается газодинамическая модель гиперзвукового обтекания планеты веществом атмосферы звезды. Исследуется распределение макроскопических параметров возмущенного газа за головной ударной волной, для чего было проведено численное решение системы уравнений газовой динамики с учетом переноса излучения.

Поскольку построение полноценной газодинамической модели обтекания планеты потоком излучающего газа является довольно сложной задачей, возникает потребность в построении упрощенных моделей данного явления, которые позволили бы быстро получить количественные оценки возможных эффектов.

Такие оценки были сделаны в работе [2]. В частности, там указано, что явления, возникающие при движении планеты сквозь атмосферу красного гиганта, качественно должны быть подобны распространению ударной волны от метеорного тела в атмосфере Земли или от детонирующего цилиндрического заряда [3]. Скорость планеты значительно превышает скорость звука в атмосфере гиганта, т.е. движение является гиперзвуковым, что приводит к образованию сильной ударной волны.

2. *Основные параметры модели.* Исследуем задачу гиперзвукового обтекания затупленного тела невязким газом в предположении, что эффективность лучистого переноса энергии достаточно велика, что позволяет пренебречь конвективным переносом и теплопроводностью. Будем также считать, что в возмущенной области выполняется условие локального термодинамического равновесия. Данные предположения являются вполне оправданными при движении с большой скоростью [4,5].

Ввиду того, что размеры планеты малы по сравнению с размерами звездной оболочки, можно считать, что параметры невозмущенной внешней среды вдоль поверхности разрыва всюду постоянны, а движение планеты является прямолинейным. При расчете коэффициентов поглощения учитывались процессы ионизации (связанно-свободные переходы) и тормозного излучения (свободно-свободные переходы). При получении результатов считалось, что коэффициент отражения поверхности планеты равен нулю, а ее собственным излучением и излучением газовой среды вне ударного слоя можно пренебречь. Таким образом, расчет интенсивности излучения относится только к собственному излучению возмущенной области.

При выборе геометрической модели учитывались два обстоятельства.

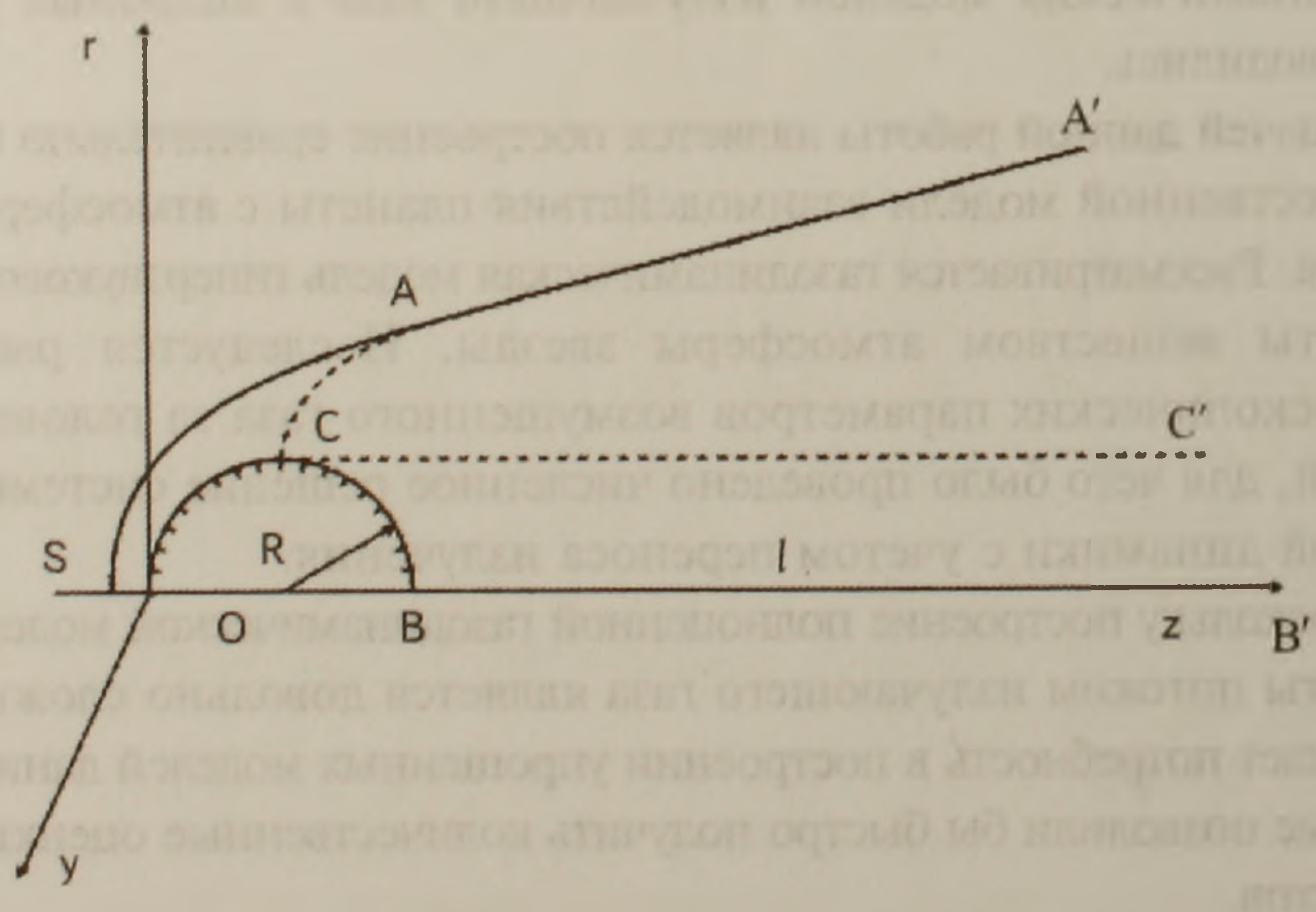

Рис.1. Модель течения около планеты.

С одной стороны, расчетная область возмущенного течения около планеты должна быть достаточно протяженной и включать область в "следе" планеты. С другой стороны, для приближенного вычисления распределения плотности, температуры, давления и других параметров газа за ударной волной высокая точность не требуется. Поэтому была выбрана простейшая модель возмущенного течения (рис.1), которая ранее показала хорошие результаты при расчетах ударных волн от метеорных тел в атмосфере Земли [4].

Планета считается сферической с радиусом R. Во избежание сложностей при расчете течения в следе за планетой, эта область заменяется непроницаемым цилиндром с радиусом R и образующей CC'. Таким образом, расчет течения сводится к решению задачи обтекания затупленного по сфере цилиндра (совместного решения задач обтекания сферы в области $ACOS$ и продольного обтекания цилиндра с головной ударной волной в области $A'ACC'$, с общей границей на линии AC). Во внутренней области цилиндра $B'BCC'$ параметры возмущенного газа в поперечных сечениях считаются постоянными и равными соответствующим значениям на границе CC', полученным из решения в области $A'ACC'$.

3. *Вычислительная схема.* Система уравнений, описывающая движение равновесного излучающего газа без учета вязкости и теплопроводности, хорошо известна [6-8]. Она состоит из уравнений газовой динамики, дополненных уравнением состояния идеального газа и уравнением переноса излучения.

Эффективным методом решения рассматриваемой задачи является метод установления. Идея метода состоит в решении нестационарных уравнений и нахождении искомого стационарного течения как предела при больших значениях времени. Преимущество состоит в том, что при таком подходе решаются уравнения гиперболического типа, для которых сравнительно просто выполнить условия устойчивости.

Существуют многочисленные реализации идеи метода установления. Основное их различие состоит в способах аппроксимации уравнений во внутренних точках. Для детального исследования газодинамического обтекания тел, форма которых значительно отличается от сферической, особенно при наличии излома или резкого изменения направления образующей контура, удобно использовать метод установления на основе известной схемы Мак-Кормака [4,9].

Поскольку в данной задаче моделируется гиперзвуковое обтекание затупленного по сфере цилиндра, для решения двумерных газодинамических уравнений удобно использовать криволинейную систему координат, связанную с образующей контура (рис.2). Ось Ox направлена вдоль образующей, ось Oy - по нормали к ней. Также для вспомогательных целей вводится цилиндрическая система координат Ozr с началом в критической точке.

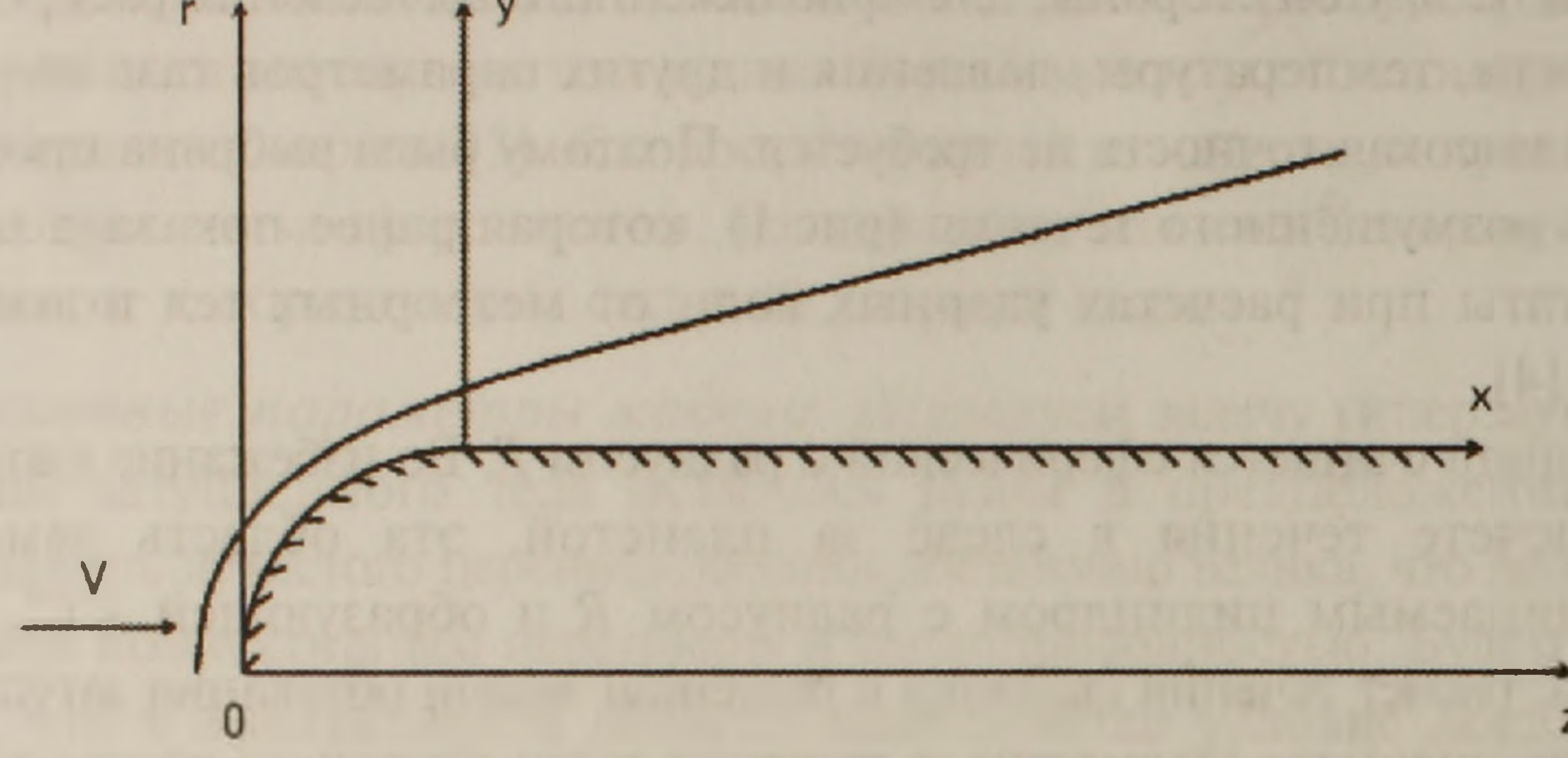

Рис.2. Используемая система координат.

Уравнение образующей тела удобно задать в системе Ozr в параметрической форме, где параметром служит длина образующей:

$$z_w = z_w(x), \quad r_w = r_w(x). \tag{1}$$

Система уравнений газовой динамики излучающего газа для рассматриваемой задачи записывается следующим образом:

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} + \mathbf{w} = 0, \tag{2}$$

где вектор-функции **A**, **F**, **G** и **w** имеют вид

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \rho H_1 \\ \rho H_1 u \\ \rho H_1 v \\ \rho H_1\left(\alpha - \dfrac{p}{\rho}\right) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho u v \\ \rho u \alpha \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho H_1 v \\ \rho H_1 u v \\ \rho H_1\left(v^2 + \dfrac{p}{\rho}\right) \\ \rho H_1 v \alpha \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_0 \\ w_0 u + \dfrac{\rho u v}{R} \\ w_0 - \dfrac{\rho u^2 + p}{R} \\ w_0 \alpha + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\left(q_y r H_1\right)}{\partial y} \end{pmatrix}$$

и

$$H_1 = 1 + \frac{y}{R(x)}, \quad \alpha = \frac{u^2 + v^2}{2} + h, \quad w_0 = \rho u \frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial x} + \rho v H_1 \frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial y}.$$

Здесь ρ - плотность газа, p - давление, h - энтальпия, q_y - проекция вектора потока излучения на ось Oy, u и v - проекции скорости на оси Ox и Oy соответственно, $R(x)$ - радиус кривизны.

Замыкается система связью между термодинамическими переменными ρ, p, h. В простейшем случае одноатомного идеального газа эта связь имеет вид:

$$\rho = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{p\mu}{h}, \tag{3}$$

где μ - молярная масса, $\gamma = 5/3$ - показатель адиабаты.

Расчетная область ограничена поверхностью тела, осью симметрии и ударной волной. Для удобства расчетная область отображается на прямоугольник путем замены переменных

$$x = x, \quad \eta = \frac{y}{s(x,t)}, \tag{4}$$

где $s(x, t)$ - форма ударной волны, изменяющаяся в процессе установления решения во времени.

В качестве численной схемы используется схема Мак-Кормака [9]. На первом шаге (предикторе) вычисляются предварительные значения параметров:

$$A_{ij}^{k+1/2} = A_{ij}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(F_{ij}^k - F_{i-1\,j}^k\right) - \frac{\Delta t}{\Delta y}\left(G_{ij}^k - G_{ij-1}^k\right) - \omega_{ij}^k \Delta t. \tag{5}$$

На следующем шаге (корректоре) значения уточняются:

$$A_{ij}^{k+1} = \frac{1}{2}\left[A_{ij}^k + A_{ij}^{k+1/2} - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(F_{i+1\,j}^{k+1/2} - F_{ij}^{k+1/2}\right) - \frac{\Delta t}{\Delta y}\left(G_{ij+1}^{k+1/2} - G_{ij}^{k+1/2}\right) - \omega_{ij}^{k+1/2}\Delta t\right]. \tag{6}$$

На границах в формулах (5), (6) применяются соответствующие односторонние разности.

Для выбора шага по времени используется критерий устойчивости Куранта-Фридрихса-Леви:

$$\Delta t = \min_{(x,\eta)}\left[\frac{\Delta x \Delta\eta}{|u|\Delta x + |v|\Delta\eta + a\sqrt{\Delta x^2 + \Delta\eta^2}}\right]. \tag{7}$$

Общая схема расчета состоит в следующем. Задается начальное положение ударной волны и начальное поле термодинамических параметров в возмущенной области. В качестве начальных использовались как результаты аналитических оценок из работы [2], так и другие наборы данных. Конечно, удачное задание начальных величин уменьшает длительность вычислений.

Затем в процессе расчета необходимо корректировать положение ударной волны. Пользуясь значениями термодинамических параметров на предыдущем шаге по времени, можно определить скорость ударной волны

χ из условий сохранения массы и импульса, после чего новое положение ударной волны $s(r, t)$ определяется путем решения уравнения

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \chi\left(n_{sz}n_{wz} + n_{sr}n_{wr}\right) \tag{8}$$

с использованием одномерного варианта схемы Мак-Кормака. Здесь величины с индексами z и r - компоненты вектора нормали

$$\mathbf{n} = \left(n_z, n_r\right) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dr}{dx}\right)^2}}\left(-\frac{dr}{dx}, \frac{dz}{dx}\right), \tag{9}$$

а индексы s и w относятся к образующим ударной волны и тела, соответственно, уравнения которых заданы формулами типа (1).

Разностные формулы имеют следующий вид. Предиктор:

$$s_i^{k+1/2} = s_i^k + \left(\frac{\partial s}{\partial t}\right)^k \Delta t, \tag{10}$$

и корректор:

$$s_i^{k+1} = \frac{1}{2}\left[s_i^k + s_i^{k+1/2} + \left(\frac{\partial s}{\partial t}\right)^{k+1/2} \Delta t\right]. \tag{11}$$

Значения параметров на границе, полученные из схемы Мак-Кормака, заменяются соответствующими значениями, найденными из граничных условий с использованием вычисленной ранее скорости ударной волны χ.

Уравнение переноса изучения и выражение для вектора потока излучения $\mathbf{q}$ в общем виде имеют вид:

$$\Omega \cdot \nabla I_\nu = æ_\nu\left[B_\nu(T) - I_\nu\right], \tag{12}$$

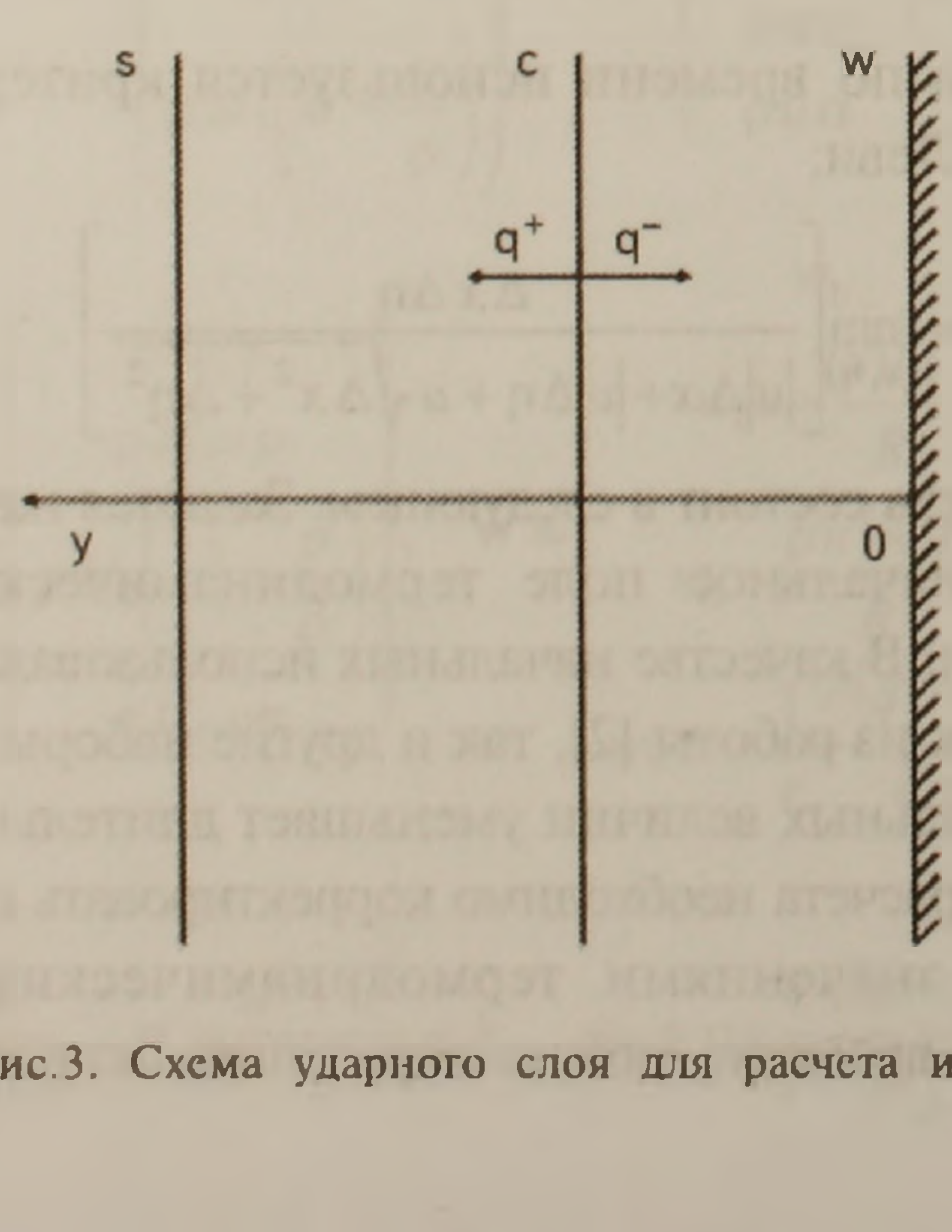

Рис.3. Схема ударного слоя для расчета излучения.

$$\mathbf{q} = \int_0^{\infty}\int_{\Omega} \Omega I_\nu(\Omega) d\Omega d\nu, \tag{13}$$

где I_ν - интенсивность излучения, $B_\nu(T)$ - функция Планка, $æ_\nu$ - коэффициент поглощения.

Для расчета вклада излучения применяется приближение плоского слоя (рис.3). Предполагается, что параметры меняются только в поперечном по отношению к слою направлении, что значительно упрощает расчеты.

С учетом предположений об отсутствии излучения газа в невозмущенной среде и излучения от планеты, выражение для потока выглядит следующим образом:

$$q_\nu(\tau) = \int_0^{\tau} B_\nu(\tau') E_2(\tau - \tau') d\tau' + \int_{\tau_w}^{\tau} B_\nu(\tau') E_2(\tau' - \tau) d\tau', \tag{14}$$

где функция $E_2(\tau)$ - интегральная экспонента, τ - оптическая толщина:

$$\tau = \int_0^{l} æ_\nu d\xi. \tag{15}$$

Для определения суммарного потока производится интегрирование по всему диапазону частот, после чего вклад излучения в уравнение энергии в приближении плоского слоя вычисляется по формуле:

$$\nabla \mathbf{q} = \frac{dq}{dl}. \tag{16}$$

4. *Граничные условия*. Необходимо поставить граничные условия на ударной волне и на поверхности планеты. На ударной волне используются обычные условия Гюгонио [8]. Так как предполагается, что газ перед ударной волной не излучает и не поглощает, то всеми эффектами, связанными с опережающим излучением, пренебрежем.

Тогда условия могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{cases} \rho_\infty v_{n\infty} = \rho_s v_{ns} \\ v_{\tau\infty} = v_{\tau s} \\ p_\infty + \rho_\infty v_{n\infty}^2 = p_s + \rho_s v_{ns}^2 \\ h_\infty + \dfrac{v_{n\infty}}{2} = h_s + \dfrac{v_{ns}}{2} \\ I_{\nu s}^{+} = 0 \end{cases}, \tag{17}$$

где нижний индекс s относится к параметрам непосредственно за ударной волной, индекс ∞ - в однородном набегающем потоке. Верхний индекс + означает, что рассматривается излучение внешней невозмущенной среды.

На поверхности планеты выполняется условие непротекания. Процесс разрушения поверхности также не учитывается. Таким образом, последнее граничное условие имеет вид:

$$\mathbf{v}_w \cdot \mathbf{n} = 0, \tag{18}$$

где нижний индекс w обозначает параметры на границе с обтекаемым телом, $\mathbf{n}$ - вектор нормали к поверхности планеты.

5. *Результаты моделирования.* Ниже приведены результаты численного газодинамического моделирования обтекания планеты потоком излучающего газа. Расчет производился для девяти различных наборов параметров, указанных в табл.1 (Результаты для $V_{pl} = 25$ км/с представлены на рис.4).

Таблица 1

ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛЕЙ

№ модели	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Радиус планеты R, R_{Jup}	1.0	1.5	2.2	1.0	1.5	2.2	1.0	1.5	2.2
Скорость планеты V_{pl}, км/с	25	25	25	30	30	30	40	40	40

В качестве параметров газа в невозмущенной области были взяты характерные значения для атмосферы красного гиганта: температура $T_\infty = 2000$ К, плотность газа на расстоянии планеты $\rho_\infty = 10^{-12}$ г/см^3.

Сравнение результатов расчета положений фронта ударной волны (рис.5) с данными, полученными в работе [2], говорит о том, что упрощенные оценки геометрии ударной волны могут внести существенные ошибки в расчет интенсивности излучения. Согласно работе [2], уравнение фронта в координатах (r, z) может быть записано в виде:

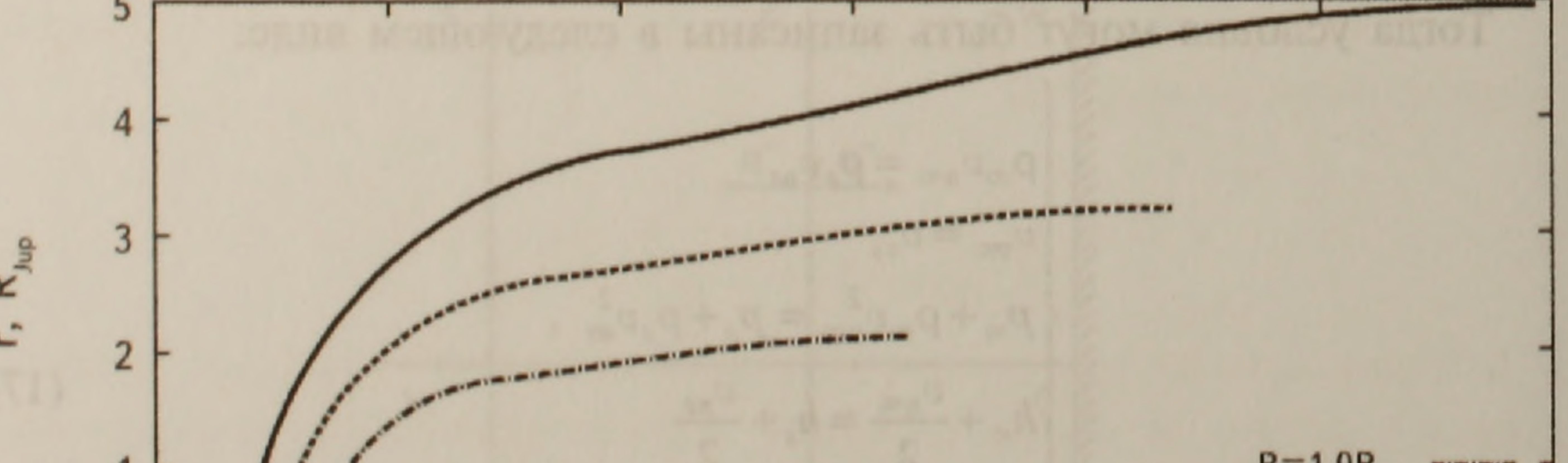

Рис.4. Зависимость положения фронта от размеров планеты. Результаты представлены для $V_{pl} = 25$ км/с (модели №1-3).

$$\frac{r}{d_{pl}} = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{1/4} \left(\frac{z}{d_{pl}}\right)^{1/2}, \qquad (19)$$

где d_{pl} - диаметр планеты. Выражение (19) дает завышенные значения для радиуса ударного фронта на больших расстояниях от планеты, в то время как наиболее яркая и горячая лобовая часть ударного слоя никак не учитывается, что должно приводить к сравнительной недооценке эффектов, возникающих при движении планеты в атмосфере красного гиганта.

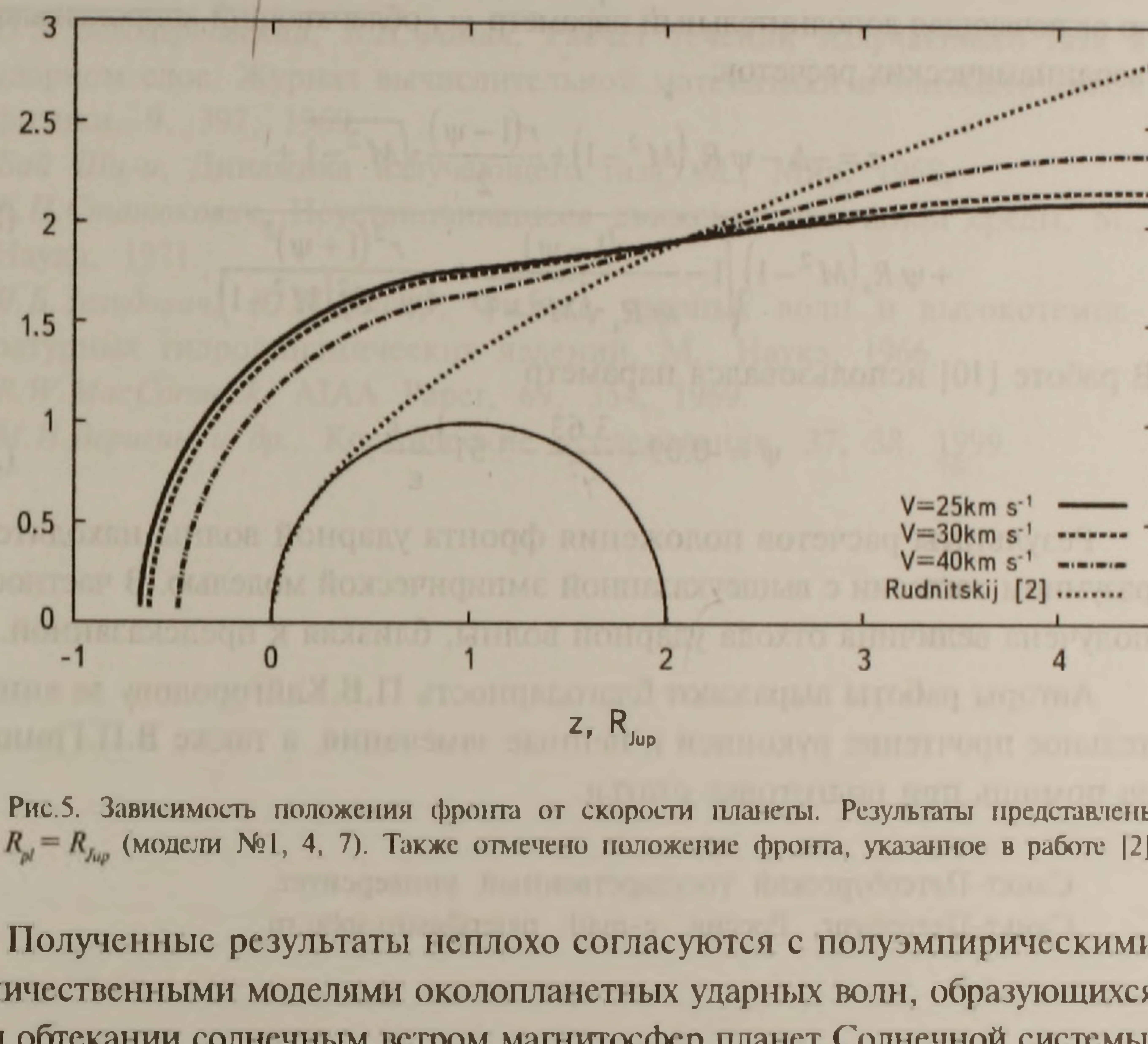

Рис.5. Зависимость положения фронта от скорости планеты. Результаты представлены для $R_{pl} = R_{Jup}$ (модели №1, 4, 7). Также отмечено положение фронта, указанное в работе [2].

Полученные результаты неплохо согласуются с полуэмпирическими количественными моделями околопланетных ударных волн, образующихся при обтекании солнечным ветром магнитосфер планет Солнечной системы. Согласно работе [10], в качестве нулевого приближения околопланетная ударная волна в цилиндрической системе координат (r, z) может быть описана гиперболической кривой:

$$z = -\Delta - R_s\left(M^2-1\right) + R_s\left(M^2-1\right)\sqrt{1+\frac{r^2}{R_s^2\left(M^2-1\right)}}, \qquad (20)$$

где Δ - минимальное расстояние (в критической точке) от поверхности планеты до ударной волны, R_s - радиус кривизны ударной волны, M - число Маха. Приближенные значения параметров Δ и R_s можно найти по формулам:

$$\frac{\Delta}{R} = \frac{\xi}{1.87 + 0.86\xi^{-3/5}}, \quad \frac{R_s}{R} = \left(\frac{1.058 + \xi}{1.067}\right)^{5/3},$$

$$\xi = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon}, \quad \varepsilon = \frac{(\gamma - 1)M^2 + 2}{(\gamma + 1)M^2}.$$

Здесь R - радиус планеты, γ - показатель адиабаты.

Следующим приближением для определения формы ударной волны может служить кривая, сохраняющая полезные свойства гиперболы (20), но включающая дополнительный параметр ψ, облегчающий аппроксимацию газодинамических расчетов:

$$z = -\Delta - \psi R_s\left(M^2 - 1\right) + \frac{r(1-\psi)}{2}\sqrt{M^2 - 1} + \\ + \psi R_s\left(M^2 - 1\right)\sqrt{1 - \frac{r(1-\psi)}{\psi R_s \sqrt{M^2 - 1}} + \frac{r^2(1+\psi)^2}{4\psi^2 R_s^2\left(M^2 - 1\right)}}. \tag{21}$$

В работе [10] использовался параметр

$$\psi = -0.09 + \frac{3.63}{\gamma^2} - 3.51\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}. \tag{22}$$

Результаты расчетов положения фронта ударной волны находятся в разумном согласии с вышеуказанной эмпирической моделью. В частности, получена величина отхода ударной волны, близкая к предсказанной.

Авторы работы выражают благодарность П.В.Кайгородову за внимательное прочтение рукописи и ценные замечания, а также В.П.Гринину за помощь при подготовке статьи.

Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Россия, e-mail: peter@astro.spbu.ru

PLANET MOTION IN A RED GIANT STAR ATMOSPHERE

M.I.VOLOBUEVA, P.A.TARAKANOV

When a star enters the red giant stage of its evolution, the closer planets will be embedded within the star's atmosphere. Numerical gas-dynamic models of hypersonic radiative gas flow around a planet are constructed. Results are compared with analytical shock wave model.

Key words: *stars: red giant stars: extrasolar planets*

ЛИТЕРАТУРА

1. *G.M.Rudnitskij*, The Impact of Large-Scale Surveys on Pulsating Star Research, ASP Conference Series, **203**, 384, 2000.
2. *G.M.Rudnitskij*, Publ. Astron. Soc. Aust., **19**, 499, 2002.
3. *М.А.Цикулин*, Ударные волны при движении в атмосфере крупных метеоритных тел, М., Наука, 1969.
4. *В.П.Стулов, В.Н.Мирский, А.И.Вислый*, Аэродинамика болидов, М., Физматлит, 1995.
5. *О.М.Белоцерковский, В.Н.Фомин*, Расчет течений излучающего газа в ударном слое. Журнал вычислительной математики и математической физики, **9**, 397, 1969.
6. *Бай Ши-и*, Динамика излучающего газа, М., Мир, 1968.
7. *К.П.Станюкович*, Неустановившиеся движения сплошной среды, М., Наука, 1971.
8. *Я.Б.Зельдович, Ю.П.Райзер*, Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений, М., Наука, 1966.
9. *R.W.MacCormack*, AIAA Paper, **69**, 354, 1969.
10. *М.И.Веригин и др.*, Космические исследования, **37**, 38, 1999.