АСТРОФИЗИКА

ТОМ 57 МАЙ, 2014 ВЫПУСК 2

МОДЕЛЬ ДЕ-СИТТЕРА В ПРИСУТСТВИИ СКАЛЯРНЫХ ПОЛЕЙ. III. (сравнение ускоренного расширения модельной Вселенной в различных представлениях ЙБД)

Р.М.АВАКЯН, Г.Г.АРУТЮНЯН, А.В.ОВСЕПЯН, А.С.КОТАНДЖЯН

Поступила 7 октября 2013
Принята к печати 19 февраля 2014

В данной части работы на основе модифицированной теории тяготения Йордана рассматривается космологическая модель де-Ситтера в случае самосогласованного скалярного поля при наличии космологического скаляра $\varphi = \Lambda y / y_0$. Этот вариант теории при конформном преобразовании $\tilde{g}_{\mu\nu} = (y/y_0) g_{\mu\nu}$ переходит в эйнштейновскую теорию с источником независимого скалярного поля, в рамках которой модель де-Ситтера изучена в первой части этой работы, поэтому представляет интерес сравнение параметров космологических моделей в этих двух представлениях теории тяготения Йордана. Полученные результаты демонстрируют факт зависимости влияния скалярного поля от безразмерного параметра ζ - на конкретном примере подтверждено, что при уменьшении ζ скалярное поле усиливается.

Ключевые слова: *космология: скалярное поле: вакуум: космологический скаляр*

1. *Введение*. Интерес к изучению неэйнштейновских теорий тяготения возник еще в связи с основанной на всестороннем анализе наблюдательных фактов концепцией Амбарцумяна [1], которая не укладывалась в схему общей теории относительности (ОТО) Эйнштейна.Возникла необходимость анализа применимости ОТО в сильных гравитационных полях [2]. Это стимулировало развитие теории тяготения и привело к возникновению многочисленных альтернативных вариантов, в том числе, тензорно-скалярных. Одним из приемлемых вариантов является теория тяготения Йордана-Бранса-Дикке (ЙБД) [3-4], следствия которой в случае слабых полей совпадают (в пределах точности современных экспериментов) с выводами ОТО, а в случае сильных полей отличны [5]. Теоретико-групповая база для создания этой теории выявилась при попытке объединения гравитации и электромагнетизма, при этом возникло утверждение о том, что гравитационную константу в каждой точке пространства-времени имеет смысл заменить скалярной полевой функцией. В результате возникла родственная ОТО теория, в которой гравитационную константу заменил гравитационный скаляр, и гравитация описывается тензорным и скалярным полями. Позднее аналогичная теория была разработана из соображений согласования ее с принципом Маха [6],

причем физические идеи, лежащие в основе этого предположения, вновь привели к переменности гравитационной константы и ее зависимости от распределения вещества. Одной из причин возрождения интереса к тензорно-скалярным теориям является необходимость учета инфляционной стадии развития при построении космологической эволюции Вселенной. В то время как в ОТО плавный переход от инфляции к фридмановской эпохе можно получить только после тонкой подстройки космологических параметров, наличие гравитационного скаляра в ЙБД позволяет осуществить смену эволюционных фаз без какой-либо подстройки. Кроме того, тензорно-скалярные теории возникают естественным образом в низко энергетическом пределе современных суперструнных теорий.

Современные космологические наблюдения крупномасштабных структур (красное смещение сверхновых типа Ia) подтверждают, что Вселенная в настоящее время расширяется с ускорением, и ее доминирующим компонентом является темная энергия [7]. В работе рассматриваются космологические модели в присутствии скалярного поля и космологической константы, которые, как показали расчеты, могут генерировать "темную сущность" и быть ответственными за ускорение расширяющейся Вселенной [8].

Работа посвящена теоретическому исследованию эволюции Вселенной в рамках различных вариантов тензорно-скалярных теорий ЙБД, с целью выявления ускоренного расширения. Имея в виду, что аргументы в пользу космологической константы в ОТО достаточно убедительны, подобная величина введена в теорию ЙБД [9], причем поле этой величины предполагается скалярным, но оно не может быть динамическим и управляется гравитационным скаляром ($y = y(x^{\mu})$) теории ЙБД таким образом, чтобы при переходе к "эйнштейновскому" представлению этот космологический скаляр обращался в обычную космологическую постоянную ОТО.

Функционал действия модифицированного варианта теории Йордана выбран следующим образом

$$W = \frac{1}{c}\int\left\{-\frac{y}{2k}\left[R + 2\Lambda\frac{y}{y_0} - \varsigma g^{\mu\nu}\frac{y_\nu y_\mu}{y^2}\right]\right\}\sqrt{-g}\,d^4x \qquad (1)$$

с $k = 8\pi/c^4$.

После конформного преобразования

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = \left(\frac{y}{y_0}\right)g_{\mu\nu} \qquad (2)$$

(1) принимает вид

$$\tilde{W} = \frac{1}{c}\int\left[-\frac{y_0}{16\pi}\left(\tilde{R} + 2\Lambda\right) + \frac{1}{2}\tilde{g}^{\mu\nu}\Phi_\mu\Phi_\nu\right]\sqrt{-\tilde{g}}\,d^4x, \qquad (3)$$

где

$$\Phi_\mu = \frac{y_\mu}{y}\sqrt{\frac{(3+2\zeta)y_0}{16\pi}}.$$

В результате получаются уравнения Эйнштейна с источником минимально-связанного скалярного поля [9] ("эйнштейновское" представление теории Йордана). Такая задача решена с использованием метрики ФРУ [10]

$$dS^2 = dt^2 - a(t)\left[dr^2 + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right)\right]. \tag{4}$$

В настоящей работе результаты, полученные для модели с минимально-связанным полем, сравниваются с моделью в присутствии самосогласованного скалярного поля в случае действия (1) и метрики

$$dS^2 = d\tau^2 - R(\tau)\left[dr^2 + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right)\right], \tag{5}$$

где

$$R(\tau) = \frac{a(t)}{y/y_0}, \quad d\tau = \frac{dt}{\sqrt{y/y_0}}.$$

2. *Модель с* $\varphi = \Lambda(y/y_0)$. Как и в предыдущей статье [11], решается стандартная космологическая задача с обозначениями $H = \dot{R}/R$, $\psi = \dot{y}/y$, $q = \ddot{R}R/R^2$. Система полевых уравнений имеет вид

$$\frac{1}{yR^3}\frac{d\left(\dot{y}R^3\right)}{d\tau} = \frac{2}{3+2\varsigma}\left(\varphi - y\frac{d\varphi}{dy}\right), \tag{6}$$

$$2\dot{H} + 3H^2 - \psi H + \frac{\varsigma}{2}\psi^2 - \varphi = 0, \tag{7}$$

$$3H^2 - \frac{\varsigma}{2}\psi^2 + 3\psi H - \varphi = 0. \tag{8}$$

Здесь точкой обозначена производная по τ.

В рамках поставленной задачи уравнение (6) имеет вид

$$\frac{\ddot{y}}{y} = -3\psi H \quad \text{или} \quad \dot{\psi} + \psi^2 + 3H\psi = 0, \tag{9}$$

откуда для эволюции расширяющейся Вселенной ($H > 0$) получаем

$$\frac{\ddot{y}}{\dot{y}} < 0 \Rightarrow \frac{\dot{\psi}}{\psi^2} < -1. \tag{10}$$

Разность уравнений (7)-(8)

$$2\dot{H} + \varsigma\psi^2 - 4\psi H = 0 \tag{11}$$

с помощью подстановки $\dot{y} = z(y)$ сводится к уравнению Эйлера [12]

$$y^2 z'' - 2z'y - \frac{3}{2}\varsigma z = 0 \tag{12}$$

с решением [13]

$$\psi=\frac{\dot y}{y}=c_1\left(\frac{y}{y_0}\right)^{(1+\sigma)/2}+c_2\left(\frac{y}{y_0}\right)^{(1-\sigma)/2},\quad \sigma=\sqrt{3(3+2\varsigma)}. \tag{13}$$

Подставляя (13) в (6) и (8), получаем связь констант интегрирования c_1 и c_2

$$c_1c_2=-\frac{\Lambda}{3+2\varsigma}, \tag{14}$$

откуда следует, что c_1 и c_2 противоположны по знаку при $\Lambda>0$, а в случае $\Lambda=0$ одна из них равна нулю.

Учитывая, что

$$\frac{\ddot y}{\dot y}=c_1\left(\frac{3+\sigma}{2}\right)y^{(1+\sigma)/2}+c_2\left(\frac{3-\sigma}{2}\right)y^{(1-\sigma)/2}<0 \tag{15}$$

приходим к заключению, что $c_2>0$, $c_1<0$, причем c_1 и c_2 определяются из условия $t=0$, $y=y_0$

$$\psi_0=-|c_1|+c_2 \quad\text{и}\quad |c_1|c_2=\frac{\Lambda}{3+2\varsigma}. \tag{16}$$

В результате

$$|c_1|=-\frac{\psi_0}{2}+\sqrt{\frac{\psi_0^2}{4}+\frac{\Lambda}{3+2\varsigma}}$$
$$c_2=\frac{\psi_0}{2}+\sqrt{\frac{\psi_0^2}{4}+\frac{\Lambda}{3+2\varsigma}}. \tag{17}$$

Имея в виду, что конечной целью работы является сравнение полученных результатов с задачей (3), представим (13) в виде

$$\psi=-|c_1|\left(\frac{y}{y_0}\right)^{(1+\sigma)/2}+c_2\left(\frac{y}{y_0}\right)^{(1-\sigma)/2}=c_2\left(\frac{y}{y_0}\right)^{(1-\sigma)/2}\left[1-\frac{|c_1|}{c_2}\left(\frac{y}{y_0}\right)^{\sigma}\right] \tag{18}$$

и в результате интегрирования

$$\frac{2}{\sigma}\frac{d(y/y_0)^{\sigma/2}}{\left(1-\dfrac{|c_1|}{c_2}(y/y_0)^{\sigma}\right)}=c_2dt$$

получим

$$\left(\frac{y}{y_0}\right)^{\sigma/2}=\frac{th\left(\dfrac{\sigma}{2}\sqrt{\dfrac{\Lambda}{3+2\varsigma}}\,t+\delta\right)}{\alpha}=\frac{th\left(\dfrac{3}{2}H_0\sqrt{\overset{0}{\Omega}_\Lambda}\,t+\delta\right)}{\alpha}. \tag{19}$$

Здесь $\alpha=|c_1|/c_2<1$, $e^{2\delta}=(1+\alpha)/(1-\alpha)$, $\overset{0}{\Omega}_\Lambda=\Lambda/3H_0^2$.

Из (9) имеем

$$\frac{\dot\psi}{\psi}+\frac{\dot y}{y}+3\frac{\dot R}{R}=0, \tag{20}$$

откуда

$$\left(\frac{R}{R_0}\right)^3 = \frac{y_0}{y}\frac{\psi_0}{\psi}. \tag{21}$$

Для численных расчетов параметров H, Ω_Λ, Ω_y, q удобно использовать комбинацию уравнений (9) и (11)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\dot\psi}{\psi}\right) - \dot\psi - \frac{(4+3\varsigma)}{2}\psi^2 = 0. \tag{22}$$

С помощью $z(\psi) = \dot\psi/\psi$ (22) сводится к известному классу дифференциальных уравнений [12]

$$z\frac{dz}{d\psi} - z - \frac{(4+2\varsigma)}{2}\psi = 0 \tag{23}$$

и при $z = u\psi$ переменные разделяются

$$u\psi\frac{du}{d\psi} = \left(u - u^2 + \frac{4+3\varsigma}{2}\right), \tag{24}$$

что в результате дает

$$\psi^2 = 4\frac{(\sigma-1+2u)^{(1-\sigma)/\sigma}}{(\sigma+1-2u)^{(1+\sigma)/\sigma}}. \tag{25}$$

Для нахождения эйнштейновского предела ($\varsigma \to \infty$) представим (25) в виде

$$\left(\frac{\psi}{2}\right)^{2\sigma} = \left(\frac{\sigma-1}{\sigma+1}\right)\frac{1}{(\sigma^2-1)^\sigma}\frac{\left(1+\dfrac{|u|}{1-\sigma}\right)^{1-\sigma}}{\left(1+\dfrac{|u|}{1+\sigma}\right)^{1+\sigma}}, \tag{26}$$

откуда непосредственно следует $\lim\limits_{\sigma\to\infty}\psi = 1/\sigma \to 0$. В итоге, решение уравнения (24) можно записать следующим образом:

$$u = \frac{\dot\psi}{\psi^2} = \frac{(1-\sigma)}{2}\frac{\left[1+\alpha\left(\dfrac{1+\sigma}{\sigma-1}\right)(y/y_0)^\sigma\right]}{\left[1-\alpha(y/y_0)^\sigma\right]} = \frac{1}{2} - \frac{\sigma}{2}\left[\frac{1+\alpha(y/y_0)^\sigma}{1-\alpha(y/y_0)^\sigma}\right]. \tag{27}$$

3. *Определение интегральных параметров*. Нетрудно видеть, что все значимые функции в итоге выражаются через отношения ψ/H и ψ^2/H^2, которые непосредственно можно определить из (9)

$$\frac{H}{\psi} = -\frac{1}{3}(1+u). \tag{28}$$

Тогда из (11) коэффициент "замедления" равен

$$q = 1 + \frac{\dot{H}^2}{H^2} = 1 + \frac{2\psi}{H} - \frac{\varsigma}{2}\frac{\psi^2}{H^2}. \tag{29}$$

Из (8)

$$1 - \frac{\varsigma}{6}\frac{\psi^2}{H^2} + \frac{\psi}{H} = \frac{\varphi}{3H^2} \equiv \Omega_\Lambda, \tag{30}$$

где Ω_Λ - эффективный энергетический вклад космологического скаляра. Нужно отметить, что (30) позволяет получить ψ_0/H_0 при $y = y_0$

$$\overset{0}{\Omega}_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H_0^2} = 1 - \frac{\varsigma}{6}\frac{\psi_0^2}{H_0^2} + \frac{\psi_0}{H_0}, \tag{31}$$

что необходимо при подсчете $\alpha = |c_1|/c_2$ из (17).

Для вычисления H/H_0 воспользуемся (28)

$$\frac{H}{H_0} = -\frac{\psi}{H_0}\frac{(u+1)}{3} = -\frac{\psi}{\psi_0}\frac{\psi_0}{H_0}\frac{(u+1)}{3}, \tag{32}$$

а поведение R/R_0 определяется из (21).

4. *Заключение*. Как было отмечено выше, целью работы является сравнение двух конформно-связанных представлений теории тяготения Йордана, с учетом того, что в случае минимально-связанного поля представитель скалярного поля Φ_1 пропорционален логарифмической производной гравитационного скаляра y

$$\Phi_1 = A\frac{y_t}{y} = A\psi.$$

Для определения поведения космологического скаляра φ, можно поступить следующим образом (см. [10-11]). Используя

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{y}{y_0}\left(\frac{R}{R_0}\right)^3\right] = \frac{y}{y_0}\left(\frac{R}{R_0}\right)^3(\psi + 3H),$$

для второй производной получаем

$$\frac{d^2}{dt^2}\left[\frac{y}{y_0}\left(\frac{R}{R_0}\right)^3\right] = \frac{y}{y_0}\left(\frac{R}{R_0}\right)^3 \cdot 3\varphi. \tag{33}$$

Из (21)

$$\frac{y}{y_0}\left(\frac{R}{R_0}\right)^3 = \frac{\psi_0}{\psi} \tag{34}$$

и в результате для функции φ получим

$$\varphi = -\psi\frac{du}{dt}\sqrt{y/y_0} = -\frac{\psi}{3}\sqrt{y/y_0}\frac{du}{dt}, \tag{35}$$

$2\Lambda y^2/y_0$ можно интерпретировать как потенциальную энергию динамического скалярного поля.

Имея в виду, что рассматривается поздний этап эволюционного развития Вселенной, выражение (19) для больших положительных значений аргумента можно представить в виде

$$\left(\frac{y}{y_0}\right)^{\sigma/2} \approx \frac{1-2e^{-2x}}{\alpha}, \tag{36}$$

где $x=\frac{3}{2}H_0\sqrt{\Omega_\Lambda^0}\,t+\delta$ и определить связь конформно-связанных времен t и τ

$$d\tau = \frac{dt}{\sqrt{y/y_0}} \tag{37}$$

В результате получается $\tau=\alpha^{1/\sigma}t$.

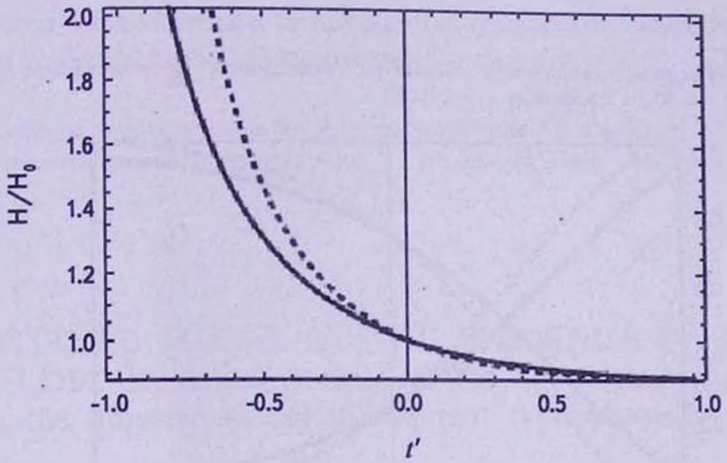

Рис.1. Временная зависимость параметра Хаббла H/H_0 (единица измерения $t'=5\cdot10^9$ лет, пунктирная кривая соответствует $\varsigma=50$, а сплошная - $\varsigma=1000$).

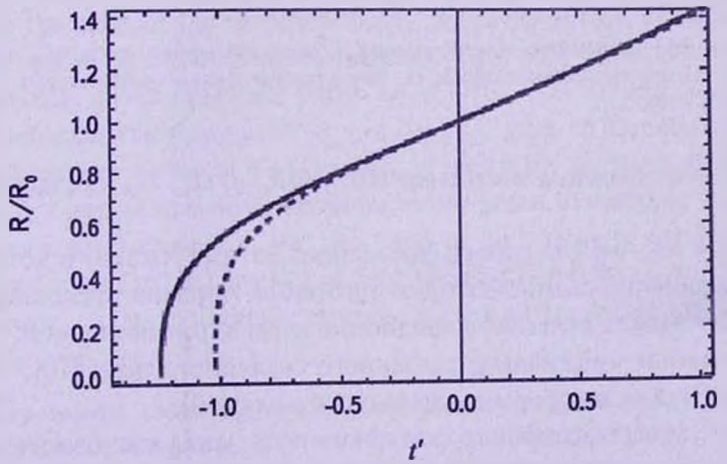

Рис.2. Временная зависимость масштабного фактора R/R_0 (пунктирная кривая соответствует $\varsigma=50$, а сплошная - $\varsigma=1000$).

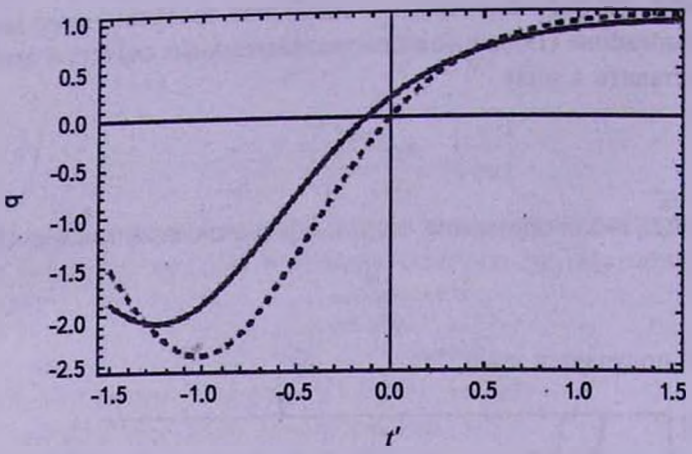

Рис.3 Временная зависимость параметра "замедления" q (пунктирная кривая соответствует $\varsigma = 50$, а сплошная - $\varsigma = 1000$).

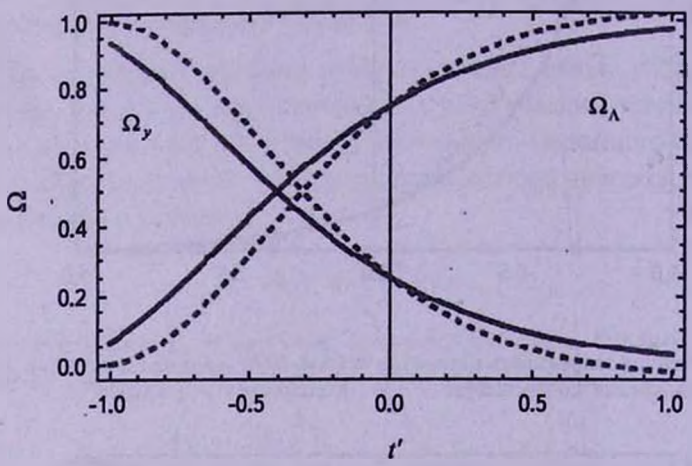

Рис.4 Временная зависимость энергетических вкладов скалярного поля Ω_y и поля, обусловленного космологическим скаляром Ω_Λ (пунктирные кривые соответствуют $\varsigma = 50$, а сплошные - $\varsigma = 1000$).

Графики эволюционных изменений H/H_0, R/R_0, q, Ω_y, Ω_Λ представлены на рис.1-4.

Резюмируя настоящую работу, состоящую из трех частей, в которых на основе модифицированной теории тяготения Йордана представлены расчеты различных сценариев эволюционного развития Вселенной:

а) при наличии минимально-связанного скалярного поля [10],

б) в присутствии конформно-связанного поля [10],

в) в случае самосогласованного скалярного поля, когда космологический скаляр $\varphi = \Lambda$ (Λ -космологическая постоянная) [11],

г) в случае, когда $\varphi = \Lambda(y/y_0)$ (y - гравитационный скаляр в рамках

ЙБД), заметим, что во всех случаях получена одна и та же качественная картина временной зависимости параметров модельной Вселенной. Количественные различия обусловлены в первых двух задачах конкретным видом тензора энергии-импульса, а в последней паре - видом потенциальной энергии скалярного поля с общим заключением о подтверждении факта существенной зависимости влияния скалярного поля от константы взаимодействия ς [14]. На примере исследования ускорений расширяющейся Вселенной (рис.3) четко видно, что при больших значениях положительного ς (порядка 1000) ускорение практически совпадает с эйнштейновским, а с уменьшением ς роль скалярного поля растет, что приводит к соответственному уменьшению ускорения q.

Работа выполнена при поддержке Госкомитета по науке МОН РА в рамках тематического исследовательского проекта SCS 13-1 C040.

Кафедра теоретической физики им.академика Г.С.Саакяна, ЕГУ, Армения, e-mail: rolavag@ysu.am hagohar@ysu.am ahovs@mail.ru

De-SITTER'S MODEL IN THE PRESENCE OF SCALAR FIELDS. III. (a comparison of the accelerated expansion of the universe model in different representations JBD)

R.M.AVAGYAN, G.H.HARUTYUNYAN, A.V.HOVSEPYAN, A.S.KOTANJYAN

On the basis of the modified theory of gravity Jordan considered cosmological model de Sitter space in the case of the self-consistent scalar field in the presence of cosmological scalar $\varphi = \Lambda y/y_0$. This version of the theory in the conformal transformation $\tilde{g}_{\mu\nu} = (y/y_0)g_{\mu\nu}$ goes to Einstein's theory with an independent source of a scalar field, in which the de Sitter model is studied in the first part of this work, therefore, is of interest to compare the parameters of cosmological models in the two ideas of the theory of gravitation Jordan. Obtained results exhibit the fact of dependence scalar field on the dimensionless parameter ς. On the specific example it is conformed that the scalar field is amplify with decreasing ς.

Key words: *cosmology: scalar field: vacuum: cosmological scalar*

ЛИТЕРАТУРА

1. *В.А.Амбарцумян*, Проблемы современной космогонии, сб., М., 1972.
2. *В.Л.Гинзбург*, Гравитация, Проблемы и перспективы. сб., М., 1972.
3. *P.Jordan*, Z. Phyzik, **157**, 112, 1959.
4. *C.Brans*, *R.Dicke*, Phys. Rev., **124**, 925, 1961.
5. *К.Уилл*, Теория и эксперимент в гравитационной физике, Госатомиздат, 1985.
6. *Р.Дикке*, Многоликий Мах, Гравитация и относительность, сб., М., 1965.
7. *N.Panagia*, High Redshift Supernovae, Nuovo Cim., **B120**, 667, 2005.
8. *J.Copeland*, *M.Sami*, *S.Tsujikava*, Dinamics of dark energy, Int. J. Mod. Phys., **D15**, 1753, 2006.
9. *Р.М.Авакян*, *Г.Г.Арутюнян*, *В.В.Папоян*, Астрофизика, **48**, 455, 2005.
10. *Л.Абрамян*, *Р.М.Авакян*, *Г.Г.Арутюнян*, *А.В.Овсепян*, *Э.В.Чубарян*, Астрофизика, **56**, 471, 2013.
11. *Р.М.Авакян*, *Г.Г.Арутюнян*, *А.В.Овсепян*, *А.С.Котанджян*, Астрофизика **56**, 617, 2013,
12. *Э.Камке*, Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям, М., 1976.
13. *Р.М.Авакян*, *Г.Г.Арутюнян*, Астрофизика, **48**, 633, 2005.
14. *G.H.Harutyunyan*, *V.V.Papoyan*, Physics of Particle and Nucley, 33(7), 114, 2002.